

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
аграрный университет имени И. Т. Трубилина»



СТАТИСТИКА

Методические рекомендации
по выполнению контрольной работы
для студентов заочного обучения направления «Ветеринария»



**Кафедра статистики
и прикладной математики**

Краснодар
КубГАУ
2017

Составители: И. А. Кацко, К. Н. Горпинченко, Е. В. Кремянская,
А. Е. Жминько, Ю. Н. Захарова

Статистика : метод. рекомендации / сост. И. А. Кацко, К. Н. Горпинченко, Е. В. Кремянская, А. Е. Жминько, Ю. Н. Захарова. – Краснодар : КубГАУ, 2017. – 61 с.

Методические рекомендации содержат краткое теоретическое изложение основных положений дисциплины «Статистика» в тематическом разрезе, а также задания по выполнению контрольных работ, позволяющие сформировать и закрепить умения и навыки обработки и анализа статистических показателей.

Предназначены для студентов заочного обучения направления «Ветеринария».

© ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный аграрный
университет имени
И. Т. Трубилина», 2017

Введение

Одним из основных подходов к обоснованию и последующему принятию решений является статистический, основанный на использовании статистических методов и приемов анализа.

Статистические методы обработки данных можно разделить на следующие группы.

1. По способу получения экспериментальных данных:

- а) активный эксперимент;
- б) пассивный эксперимент (выборочное или сплошное наблюдение).

2. По цели обработки данных:

- а) описательные (получение и сравнение числовых характеристик экспериментальных данных) – анализ вариационных рядов, выборочный метод, определение основных характеристик средней величины и другие;
- б) аналитические (количественная оценка и анализ зависимостей, описывающих изучаемые объекты (процессы) – корреляционный, регрессионный анализ, анализ рядов динамики и другие).

Цель заданий – оказать помощь студентам в овладении приемами и методами статистического исследования, в закреплении теоретических знаний, полученных на лекциях и при самостоятельной работе во внеучебное время. Большая часть заданий выполняется по данным Краснодарстата, сельскохозяйственных организаций, государственного управления ветеринарии Краснодарского края, ветеринарных клиник и ветеринарных аптек г. Краснодара. Для систематизации и закрепления изучаемого материала даются теоретические пояснения.

Методические рекомендации предназначены для студентов по направлению подготовки «Ветеринария» заочного факультета. Студент, на основании изучения рекомендуемой литературы, выполняет контрольную работу, которая представляется на кафедру до начала экзаменационной сессии в соответствии с указанным в таблице (с. 4) вариантом. Контрольная работа, выполненная не по варианту, не рецензируется.

Контрольная работа содержит семь заданий по основным темам. По каждой теме предусмотрено выполнение студентами индивидуальных заданий, с последующей проверкой преподавателем. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради. По заданию записывается условие, даются подробные расчеты с необходимыми пояснениями, пишутся выводы по полученным результатам. В конце контрольной работы приводится список использованной литературы, ставится дата и подпись студента.

Для облегчения выполнения контрольной работы по всем заданиям изложены необходимые краткие методические указания и приводится решение типовых заданий.

Контрольная работа выполняется студентом по одному варианту заданий в соответствии с первой буквой фамилии и последней цифрой номера зачетной книжки. Номера задач указаны в таблице.

Таблица для определения номера варианта

Первая буква фамилии	Последняя цифра зачетной книжки	Варианты заданий
А, К, У, М	0, 1, 2, 3	1
	4, 5, 6	2
	7, 8, 9	3
Б, Л, Ф	0, 1, 2, 3	4
	4, 5, 6	5
	7, 8, 9	6
В, Д, Х	0, 1, 2, 3	7
	4, 5, 6	8
	7, 8, 9	9
Г, Н, Ц, Ю	0, 1, 2, 3	10
	4, 5, 6	11
	7, 8, 9	12
Д, О, Ч	0, 1, 2, 3	13
	4, 5, 6	14
	7, 8, 9	15
Е, П, Ш	0, 1, 2, 3	16
	4, 5, 6	17
	7, 8, 9	18
Ж, Р, Щ	0, 1, 2, 3	19
	4, 5, 6	20
	7, 8, 9	21
З, С, Э	0, 1, 2, 3, 4	22
	5, 6, 7, 8, 9	23
И, Т, Я	0, 1, 2, 3, 4	24
	5, 6, 7, 8, 9	25

1 Абсолютные и относительные статистические величины

Абсолютными статистическими величинами называются показатели, выражающие размеры, объемы и уровни общественных явлений и процессов.

Относительными величинами называются обобщающие показатели, характеризующие количественные соотношения двух сопоставляемых статистических величин. Они выражаются в зависимости от того, к каким единицам приравнивается база сравнения, в коэффициентах, процентах, промилле, а также могут быть выражены именованными числами.

По характеру, назначению и сущности выражаемых количественных соотношений различают следующие виды относительных величин.

Относительная величина планового задания показывает степень напряженности плана по сравнению с базисным периодом и определяется, как отношение планового уровня на предстоящий период ($Y_{пл.}$) к фактически достигнутому уровню за предшествующий период (Y_0):

$$K_{пл.з} = \frac{Y_{пл.}}{Y_0}. \quad (1.1)$$

Относительная величина выполнения плана выражает степень выполнения планового задания за определенный период времени и исчисляется, как отношение фактически достигнутого уровня (Y_1) к плановому:

$$K_{вып.пл.} = \frac{Y_1}{Y_{пл.}}. \quad (1.2)$$

Относительная величина динамики характеризует изменение явления во времени и получается в результате сопоставления показателя текущего периода с предшествующим:

$$K_d = \frac{Y_1}{Y_0}. \quad (1.3)$$

Относительные величины динамики, планового задания и выполнения плана взаимосвязаны:

$$K_d = K_{вып.пл.} \cdot K_{пл.з}. \quad (1.4)$$

Относительная величина структуры характеризует состав изучаемой совокупности и показывает, какой удельный вес (какую долю) в общем итоге составляет каждая ее часть. Она получается в результате деления значения каждой части совокупности на общий итог.

Относительная величина координации характеризует соотношение отдельных частей целого, одна из которых принимается за базу сравнения. К таким показателям относятся, например, число коров на 100 быков, число коров на 100 нетелей, число случаев с острой дизентерии к числу случаев с диспепсией и т.п.

Относительная величина интенсивности показывает степень распространения данного явления в определенной среде. Обычно это отношение двух качественно различных абсолютных величин. Например, численности животных к площади территории.

Относительная величина сравнения (наглядности) характеризует соотношение одноименных показателей, относящихся к различным объектам или территориям, но за один и тот же период или момент времени.

Пример 1.1. На основании данных о поголовье крупного рогатого скота определить структуру стада и различные виды относительных величин (коэффициент выполнения плана, коэффициент планового задания и коэффициент динамики). Сделать вывод.

Решение.

Построим вспомогательную таблицу 1.1 и проведем расчет показателей.

Таблица 1.1 – Динамика и структура стада

Вид животного	Поголовье, гол.			Структура, %			Относительные величины		
	2014 г.	план на 2015 г.	2015 г.	2014 г.	план на 2015 г.	2015 г.	планового задания	выполнения плана	динамики
Коровы	1265	1300	1350	26,1	27,6	27,7	1,028	1,038	1,067
Нетели	459	320	350	9,5	6,8	7,2	0,697	1,094	0,763
Телки старше одного года	500	510	480	10,3	10,8	9,8	1,020	0,941	0,960
Телки до года	1300	1280	1300	26,8	27,2	26,6	0,985	1,016	1,000
Бычки	1320	1300	1400	27,3	27,6	28,7	0,985	1,077	1,061
Итого	4844	4710	4880	100,0	100,0	100,0	0,972	1,036	1,007

Вывод. В отчетном году по сравнению с базисным поголовье коров увеличилось на 6,7 % или на 85 гол., при этом план перевыполнен на 3,8 %, что составляет 50 гол. Поголовье нетелей в отчетном году сократилось на 23,7 % (109 гол.), но план перевыполнен на 9,4 % (30 гол.). Поголовье телок старше одного года в отчетном году снизилось (на 4,0% или 20 гол.), план невыполнен (5,9 % или 30 гол.). Поголовье телок до года за два года не изменилось, план перевыполнен на 1,6 %, что составляет 20 гол. Поголовье бычков в отчетном году по сравнению с базисным увеличилось на 0,7 % (80 гол.), план перевыполнен на 7,7 % (100 гол.).

В целом по стаду отмечается рост поголовья по сравнению с базисным периодом на 0,7 %, что составляет 36 гол. План перевыполнен на 3,6 % (170 гол.).

Задание 1.1 (вариант 1-10). По одному варианту, на основании данных приложения А определить относительные величины структуры, планового задания, выполнения плана и динамики стада. Сделать вывод.

Задание 1.2 (вариант 11-20). По данным таблицы 1.2 рассчитать относительные величины структуры и динамики бесплодных коров в хозяйствах различных регионов России. Сделать вывод.

Таблица 1.2 – Численность бесплодных коров в хозяйствах различных регионов России, гол.

Вариант	2014 г.			2015 г.		
	с нормальным половым аппаратом	с воспалением матки	с функциональными нарушениями яичников	с нормальным половым аппаратом	с воспалением матки	с функциональными нарушениями яичников
11	38	35	40	41	29	34
12	15	17	10	19	21	5
13	24	21	29	21	28	32
14	35	31	19	36	25	25
15	37	18	8	30	25	12
16	15	19	9	17	21	7
17	25	16	31	24	21	19
18	18	14	25	12	13	27
19	29	12	24	25	17	21
20	32	14	15	27	12	19

Макет таблицы для решения задания 1.2

Характер заболевания бесплодной коровы	Численность бесплодных коров, гол.		Структура бесплодных коров, %		Коэффициент динамики
	2014 г.	2015 г.	2014 г.	2015 г.	
С нормальным половым аппаратом					
С воспалением матки					
С функциональными нарушениями яичников					
Итого					

Задание 1.3 (вариант 21-25). По данным таблицы 1.3 определить относительные показатели динамики, структуры, координации и интенсивности. Сделать вывод.

Таблица 1.3 – Поголовье стада овец в племенном хозяйстве, гол.

Показатель	Вариант									
	21		22		23		24		25	
	2014г	2015г	2014г	2015г	2014г	2015г	2014г	2015г	2014г	2015г
Численность стада овец шерстного направления	1045	890	955	1010	1244	1118	789	776	1234	1287
в том числе бараны-производители	21	13	18	19	27	23	12	13	32	34
овцематки	522	436	530	539	547	539	398	391	581	588
переейки	126	124	118	117	195	180	107	108	198	191
ярки	209	187	199	202	216	211	145	141	211	207
баранчики на племя	167	130	90	133	259	165	127	123	212	267
Число поступивших (по различным причинам)	310	270	220	175	323	217	95	87	374	381
Число выбывших (по различным причинам)	390	425	133	120	387	343	98	100	321	328

2 Средние величины и показатели вариации

Под средней величиной в статистике понимается обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности, выражающая его типичный уровень в конкретных условиях места и времени.

Средняя величина исчисляется по качественно однородной совокупности единиц. Различают степенные и структурные средние (таблица 2.1)

Таблица 2.1 – Формулы расчета средних величин

Наименование средней	Простая форма	Взвешенная форма
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ (2.1)	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ (2.2)
Средняя гармоническая	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$ (2.3)	$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$ (2.4)
Средняя квадратическая	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$ (2.5)	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$ (2.6)
Средняя геометрическая	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x}$ (2.7)	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x^f}$ (2.8)
Средняя хронологическая	$\bar{x} = \frac{1/2 x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 1/2 x_n}{n - 1}$ (2.9)	
Мода	$M_0 = x_{M_0} + h \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})},$ (2.10) x_{M_0} - начало модального интервала; h - длина модального интервала; f_{M_0} - частота модального интервала; f_{M_0-1} - частота предмодального интервала; f_{M_0+1} - частота послемодального интервала.	
Медиана	$M_e = x_{me} + h \cdot \frac{0,5n - S_{Me-1}}{f_{Me}},$ (2.11) x_{Me} - начало медианного интервала; h - длина медианного интервала; n - объем совокупности; S_{Me-1} - накопленная частота интервала, предшествующего медианному; f_{Me} - частота медианного интервала.	

Средняя арифметическая величина определяется в случае, когда общий объем изучаемого признака может быть получен, путем суммирования его индивидуальных значений. Средняя арифметическая представляет собой частное от деления общего объема данного признака в изучаемом явлении на число единиц совокупности.

Средняя гармоническая используется, когда имеются индивидуальные значения признака, общий объем явления ($w=xf$), но неизвестны веса (f).

Средняя геометрическая применяется при расчете средних темпов роста.

Средняя квадратическая применяется в тех случаях, когда в исходной информации осредняемые величины представлены квадратичными мерами (например, при расчете средних диаметров труб, стволов деревьев).

Средняя хронологическая применяется для определения среднего уровня в моментном ряду динамики.

Модой (M_0) дискретного вариационного ряда называется вариант, имеющий наибольшую частоту. Ряды могут быть одно и много-модальными. **Медианой** (M_e) дискретного вариационного ряда называется вариант, делящий ряд на две равные части.

Для характеристики колеблемости или рассеяния значений признака применяются абсолютные и относительные показатели вариации (таблица 2.2).

Таблица 2.2 – Формулы расчета показателей вариации

Наименование показателя	Простая форма	Взвешенная форма
Размах вариации	$R = x_{max} - x_{min}$ (2.12)	
Среднее линейное отклонение	$L = \frac{\sum x - \bar{x} }{n}$ (2.13)	$L = \frac{\sum x - \bar{x} f}{\sum f}$ (2.14)
Дисперсия	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2$ (2.15)	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2$ (2.16)
Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$ (2.17)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$ (2.18)
Коэффициент вариации	$V = \frac{\sigma}{x} 100\%$ или $V = \frac{L}{x} 100\%$ (2.19)	

Размах вариации (R) представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями признака.

Среднее линейное отклонение (L) – это средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов признака от среднего значения.

Дисперсия (σ^2) представляет собой средний квадрат отклонений вариант признака от их средней величины.

Среднее квадратическое отклонение (σ) определяется как корень квадратный из дисперсии.

Относительным показателем колеблемости служит **коэффициент вариации**, который позволяет судить об интенсивности вариации признака, а, следовательно, и об однородности состава изучаемой совокупности.

Пример 2.1. По данным пяти сельскохозяйственных организаций определить среднее поголовье коров, средний прирост живой массы на одну голову, показатели вариации поголовья и продуктивности крупного рогатого скота. Сделать вывод.

Решение:

Для расчета среднего поголовья крупного рогатого скота и показателей вариации по пяти сельскохозяйственным организациям необходимо заполнить вспомогательную таблицу 2.3.

Таблица 2.3 – Вспомогательная таблица для расчета среднего поголовья крупного рогатого скота и показателей вариации

Организация	Среднегодовое поголовье крупного рогатого скота, гол.	Отклонение от средней, гол.	Квадрат отклонения
	x	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
1	106	149	22201
2	263	8	64
3	275	20	400
4	273	18	324
5	358	103	10609
Итого	1275	298	33598

Среднее значение поголовья крупного рогатого скота на одну организацию и показатели вариации рассчитываются как простые формы показателей по формулам, приведенным в таблицах 2.1 и 2.2.

Среднее поголовье крупного рогатого скота на одну организацию:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1275}{5} = 255 \text{ (гол.)}$$

Размах вариации:

$$R = x_{max} - x_{min} = 358 - 106 = 252 \text{ (гол.)}$$

Среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{298}{5} = 60 \text{ (гол.)}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{33598}{5}} = 82 \text{ (гол.)}$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{L}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{60}{255} \cdot 100 = 23,5 \%$$

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{82}{255} \cdot 100 = 32,2 \%$$

Среднее поголовье крупного рогатого скота на одну организацию составило 255 гол. Численность животных по организациям колебалась в среднем в границах 255 ± 60 гол., согласно среднего линейного отклонения, и в границах 255 ± 82 гол., согласно среднего квадратического отклонения. Коэффициенты вариации показывают, что имеются незначительные различия в поголовье крупного рогатого скота между организациями.

Среднегодовой прирост живой массы на одну голову и показатели вариации определяются как взвешенные. Расчеты представлены в таблице 2.4.

Средний прирост живой массы крупного рогатого скота на одну голову по совокупности организаций:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{3949,2}{1275} = 3,10 \text{ (ц/гол.)}$$

Таблица 2.4 – Вспомогательная таблица для расчета среднего прироста живой массы на одну голову и показателей вариации

Организа- ция	Прирост живой массы на одну го- лову, ц	Поголо- вье КРС, чел.	Валовой прирост, ц	Отклоне- ние от сред- ней, ц/гол.	Отклоне- ния	Общий размер квадрата отклоне- ний
	x	f	$x \cdot f$	$ x-\bar{x} $	$ x-\bar{x} \cdot f$	$(x-\bar{x})^2 \cdot f$
1	3,04	106	322,2	0,06	6,36	0,38
2	2,98	263	783,7	0,12	31,56	3,79
3	3,21	275	882,7	0,11	30,25	3,33
4	2,78	279	775,6	0,32	89,28	28,57
5	3,31	358	1185,0	0,21	75,18	15,79
Итого	–	1275	3949,2	–	232,63	51,86

Размах вариации:

$$R = x_{max} - x_{min} = 3,31 - 2,78 = 0,53 \text{ (ц/гол.)}$$

Среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x-\bar{x}| f}{\sum f} = \frac{232,63}{1275} = 0,18 \text{ (ц/гол.)}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{51,86}{1275}} = 0,20 \text{ (ц/гол.)}$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{L}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0,18}{3,10} \cdot 100 = 5,8 \text{ \%};$$

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\% = \frac{0,20}{3,10} 100\% = 6,5\%$$

Среднегодовой прирост живой массы крупного рогатого скота на одну голову по совокупности организаций составил 3,1 ц/гол., который колебался в границах $3,1 \pm 0,18$ ц/гол., согласно среднего линейного отклонения, и в границах $3,1 \pm 0,2$ ц/гол., согласно среднего квадра-

тического отклонения. Коэффициент вариации показывает, что колеблемость мясной продуктивности крупного рогатого скота между организациями является небольшой.

Задание 2.1 (вариант 1-10). По данным пяти сельскохозяйственных организаций (таблица 2.5) рассчитать среднюю численность коров и показатели вариации (размах вариации, линейное отклонение, квадратическое отклонение, дисперсию, коэффициент вариации). Сделать вывод.

Таблица 2.5 – Численность и продуктивность коров в сельскохозяйственных организациях

№ п/п	Численность коров, гол.									
	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	504	325	425	427	475	456	324	401	542	501
2	517	444	443	115	521	425	501	159	523	563
3	428	625	308	285	561	520	427	325	326	228
4	520	235	521	245	457	505	344	456	489	284
5	325	332	501	310	362	441	389	425	357	385
№ п/п	Среднегодовой удой молока на одну корову, ц									
	Вариант									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	51,2	54,7	50,1	48,7	58,5	52,1	50,2	43,5	51,8	53,4
2	52,4	44	48,7	42,7	54,7	53,4	56,7	45,6	52,6	50,7
3	53,8	45,7	43,2	50,2	55,3	42,8	55,4	55,0	49,8	49,2
4	49,4	49,4	45,4	52,2	41,2	46,7	42,3	52,7	43,5	42,6
5	52,1	54,1	51,2	49,5	41,6	44,8	44,9	52,8	56,2	45,6

Задание 2.2 (вариант 11-20). По данным пяти сельскохозяйственных организаций (таблица 2.5) рассчитать средний удой на одну корову и показатели вариации (размах вариации, линейное отклонение, квадратическое отклонение, дисперсию, коэффициент вариации). Необходимые значения поголовья коров соответствуют вышестоящим вариантам. Сделать вывод.

Задание 2.3 (вариант 21-25). Имеются данные по пяти фермерским хозяйствам за отчетный год (таблица 2.6).

Таблица 2.6 – Показатели производства овцеводстве
в различных организациях

Показатель	Номер организации				
	1	2	3	4	5
Поголовье овец, гол.	332	139	645	337	221
Удельный вес овцематок в стаде, %	44,1	53,1	48,5	60,9	45,0
Настриг шерсти на одну овцематку, кг	5,95	5,16	4,64	5,17	5,56
Валовой настриг шерсти с овцематок, кг	871	381	313	1061	553
Доля заболевших кетозом, %	10,7	9,8	15,4	12,3	5,7

Определить средние значения и показатели вариации следующих показателей по совокупности организаций: поголовья овец на одну организацию (**21 вариант**); удельного веса овцематок в стаде (**22 вариант**); настрига шерсти на одну овцематку (**23 вариант**); валовой настриг с овцематок (**24 вариант**); долю заболевших овец кетозом (**25 вариант**).

3 Статистические ряды распределения

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются в виде статистических рядов распределения. Статистический ряд распределения представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному признаку. Они характеризуют состав (структуру) изучаемого явления, позволяют судить об однородности совокупности, границах ее изменения, закономерностях развития наблюдаемого объекта. В соответствии с характером выражения признаков статистические ряды распределения подразделяются на атрибутивные (качественные) и вариационные (количественные).

Атрибутивные ряды образуются по качественным (описательным) признакам, которыми могут выступать занимаемая должность работников, профессия, пол, образование, национальность, порода животных и т. п.

Вариационные ряды строятся по количественным признакам. По способу построения бывают дискретными (прерывными) и непрерывными. Дискретный ряд распределения основан на прерывной вариации, в котором значения признака выражены целыми числами (тарифный разряд рабочих, число касс в магазине, число раскрытых преступлений и т. д.). Если признак непрерывный, т. е. на определенном промежутке может принимать любое значение или если число значений дискретного признака велико, то строится интервальный ряд распределения. Вариационные ряды состоят из двух элементов: вариант и частот.

Вариант – это отдельное значение варьирующего признака, которое он принимает в ряду распределения.

Частота – это численность отдельных вариант или каждой группы вариационного ряда. Сумма частот составляет объем вариационного ряда (n). Частоты ряда (f) могут быть заменены **частостями** (w), которые представляют собой частоты, выраженные в относительных числах (долях или процентах) и рассчитанные путем деления частоты каждого интервала на их общую сумму, т. е.

$$w_i = \frac{f_i}{\sum f_i}, \quad \sum f_i = n. \quad (3.1)$$

При построении интервального вариационного ряда сначала, по формуле Стэрджесса, определяется число групп, на которые разбивается совокупность, а затем – величина интервала (h):

$$k = 1 + 3,322 \lg n, \quad (3.2)$$

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{R}{k}. \quad (3.3)$$

Вариационные ряды строятся с закрытыми и открытыми крайними интервалами. Если признак изменяется неравномерно, то применяются неравные интервалы, когда с ростом значений признака величина интервала прогрессивно возрастает или убывает. Иногда используется принцип равенства частот в каждой группе. По данным вариационных рядов распределения исчисляют структурные средние – моду и медиану. Модой (M_o) называется значение признака, ко-

торое чаще всего встречается в исследуемой совокупности и имеет наибольшую частоту. В интервальном вариационном ряду мода рассчитывается по формуле:

$$Mo = x_{Mo} + h_{Mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo+1}) + (f_{Mo} - f_{Mo-1})}, \quad (3.4)$$

где x_{Mo} – нижняя граница модального интервала;

h_{Mo} – величина модального интервала;

f_{Mo} – частота модального интервала;

f_{Mo-1} – частота предмодального интервала;

f_{Mo+1} – частота послемодального интервала.

Медиана (Me) – значение признака, которое находится в середине вариационного ряда и делит ряд пополам, при этом половина единиц совокупности имеют значения признака меньше медианного, а половина – больше.

Для определения места медианы необходимо подсчитать сумму накопленных частот до числа, превышающего половину объема совокупности. Если в вариационном ряду нечетное число единиц, то надо к сумме накопленных частот этого ряда прибавить единицу и полученное число разделить на 2. Если вариационный ряд имеет четное число единиц, то медиана будет половиной суммы двух срединных вариантов. Для интервальных вариационных рядов с равными интервалами медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me} + h_{me} \frac{\frac{\sum_{i=1}^k f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (3.5)$$

где x_{me} – нижняя граница медианного интервала;

h_{me} – величина медианного интервала;

f_{me} – частота медианного интервала;

S_{me-1} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному.

Пример 3.1. В ветеринарную клинику за отчетный период с различным диагнозом поступили 110 кошек, которые имеют следующий возраст (лет):

3,5,6,4,3,4,6,4,5,3,2,2,3,4,5,3,4,5,4,1,4,5,5,4,3,4,6,4,2,4,4,4,3,5,6,4,3,3,2,3,4,3,1,2,4,4,5,6,1,3,4,5,3,4,4,3,2,6,1,2,4,5,3,3,2,3,6,4,3,4,5,4,3,3,2,6,3,3,4,5,4,4,3,3,2,1,2,1,6,5, 4,3,2,3,4,4,3,5,6,1,5,6,4,3,4,5,6,4,3,5.

Составить ряд распределения кошек по возрасту. Найти накопленные частоты и частоты. Определить средний возраст кошки, модальный и медианный возраст, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Вариационный ряд изобразить графически.

Решение.

1) Подсчитаем число кошек, имеющих определенный возраст, и запишем в таблицу 3.1. Определим накопленные частоты и частоты. В результате получим дискретный вариационный ряд.

Таблица 3.1 – Распределение животных (кошек) по возрасту

Возраст кошки, лет	Число кошек, f	Накопленное число кошек, S	Относительная частота, w
1	7	7	0,064
2	12	19	0,109
3	29	48	0,264
4	33	81	0,300
5	17	98	0,154
6	12	110	0,109
Сумма	110	–	1,000

2) Изобразим графически вариационный ряд. На рисунке 3.1 представлен полигон распределения, а на рисунке 3.2 – кумулята распределения кошек по возрасту.

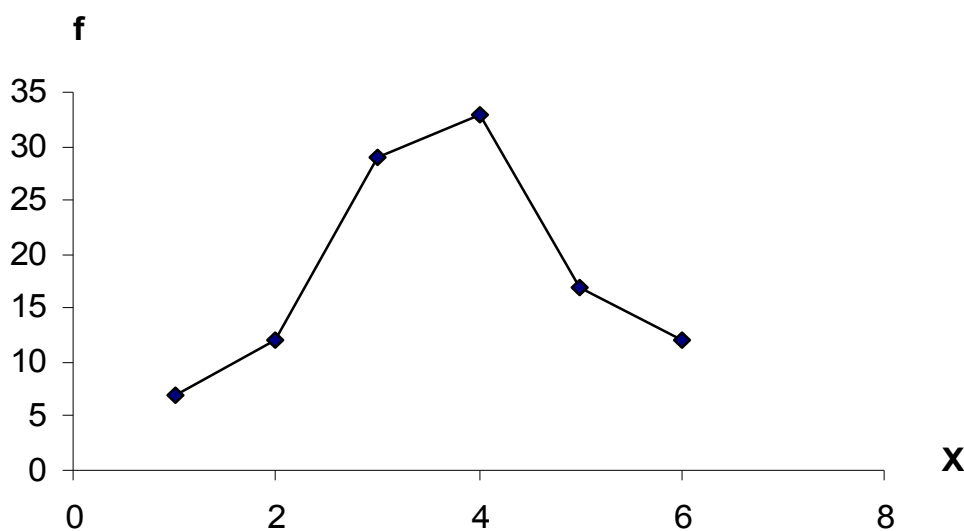


Рисунок 3.1 – Полигон распределения кошек по возрасту

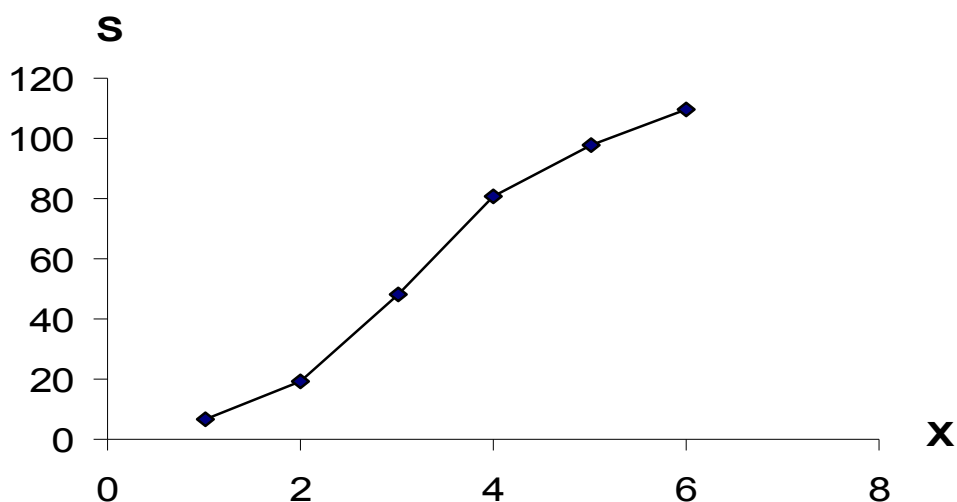


Рисунок 3.2 – Кумулята распределения кошек по возрасту

3) Средний возраст кошки определим по формуле средней арифметической взвешенной (2.2):

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 29 + 4 \cdot 33 + 5 \cdot 17 + 6 \cdot 12}{110} = \frac{407}{110} = 3,7.$$

4) Наибольшее число кошек имеет возраст 4 года, значит $Mo = 4$. Так как всего поступило 110 кошек, то медиана соответствует возрасту 55 кошки в ранжированном ряду, т. е. 4 года, $Me = 4$.

5) Дисперсию определим по формуле 2.16:

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 3,7)^2 \cdot 7 + (2 - 3,7)^2 \cdot 12 + (3 - 3,7)^2 \cdot 29 + (4 - 3,7)^2 \cdot 33 + (5 - 3,7)^2 \cdot 17 + (6 - 3,7)^2 \cdot 12}{110} = \frac{195,1}{110} = 1,774.$$

6) Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле 2.18:

$$\sigma = \sqrt{1,774} = 1,33.$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1,33}{3,7} \cdot 100 = 35,9\%.$$

Вывод: в ветеринарной клинике наиболее часто обращаются с кошками в возрасте 4 года, половина заболевших кошек имеет возраст до четырех, а половина старше четырех. Средний возраст кошки по клинике составляет 3,7 лет. Возраст кошки в среднем варьирует в границах от 2,4 до 5,0 лет, а с учетом округления результатов, то от 2 до 5

лет. Коэффициент вариации показывает, что имеются значительные различия в возрасте кошек.

Дискретный ряд распределения можно изобразить графически в виде полигона распределения частот или частостей, а также кумуляты. В этом случае по оси абсцисс откладываются значения признака, а по оси ординат – соответствующие им частоты или частости. Полученные точки соединяются отрезками.

Пример 3.2. По 46 районам имеются следующие данные по молочной продуктивности (удой молока на одну корову) в хозяйствах населения, ц/гол.: 44,0; 37,1; 24,8; 37,9; 51,5; 52,5; 50,3; 47,5; 30,7; 39,0; 56,9; 62,3; 51,9; 53,9; 46,6; 32,0; 50,7; 50,5; 37,4; 54,4; 47,5; 52,1; 48,4; 50,0; 28,5; 57,8; 33,8; 24,4; 48,6; 47,5; 21,6; 38,9; 52,3; 54,4; 37,1; 36,5; 47,2; 47,9; 22,5; 43,0; 29,1; 53,7; 25,0; 30,5; 28,5; 38,6.

Составить вариационный ряд с равными интервалами. Найти накопленные частоты. Вариационный ряд изобразить графически. Определить средний удой молока на одну голову, модальное и медианное значения, показатели вариации.

Решение. По формуле 3.2 найдем число групп, на которое необходимо разбить вариационный ряд:

$$k = 1 + 3,322 \lg 46 = 6,52.$$

Учитывая небольшой объем вариационного ряда, примем $k = 6$. По формуле 3.3 определим величину интервала:

$$h = \frac{62,3 - 21,6}{6} = 6,8 \text{ (ц /гол.)}.$$

Границы интервалов составят:

21,6 – 28,4;

28,4 – 35,2;

35,2 – 42,0;

42,0 – 48,8;

48,8 – 55,6;

55,6 – 62,4.

Подсчитав число районов в каждой группе, получим вариационный ряд. Все промежуточные расчеты проведем в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Вспомогательная таблица расчета показателей вариационного ряда

Группы районов по продуктивности, ц/гол.	Число районов в группе (f_i)	Накопленное число районов (S_i)	Среднее значение интервала (x_i)	xf	$ x-\bar{x} f$	$(x-\bar{x})^2 f$
21,6-28,4	5	5	25,0	125,0	88,5	1566,45
28,4-35,2	7	12	31,8	222,6	76,3	831,67
35,2-42,0	8	20	38,6	308,8	32,8	134,48
42,0-48,8	10	30	45,4	454,0	27,0	72,90
48,8-55,6	13	43	52,2	678,6	123,5	1173,25
55,6-62,4	3	46	59,0	177,0	48,9	797,07
Итого:	46	–	–	1966,0	397,0	4575,81

Вариационный ряд изображается графически с помощью гистограммы и кумуляты распределения (рисунки 3.3-3.4).

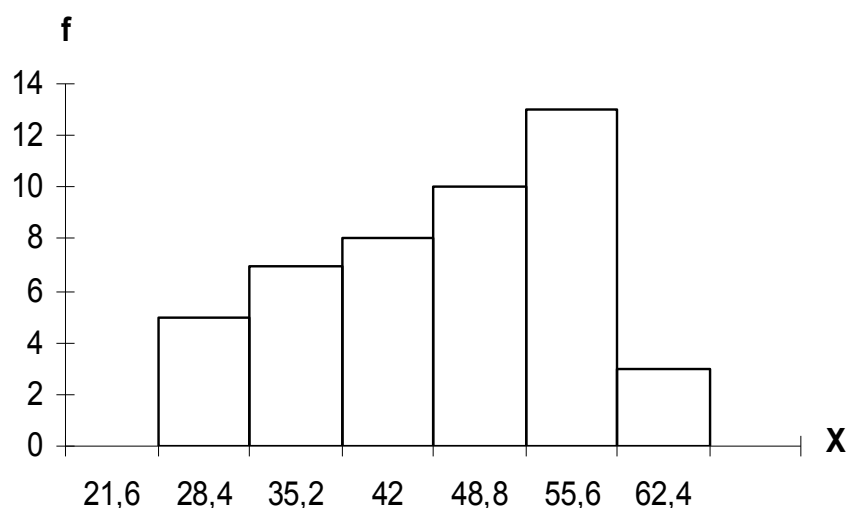


Рисунок 3.3 – Гистограмма распределения районов по продуктивности коров в хозяйствах населения, ц/гол.

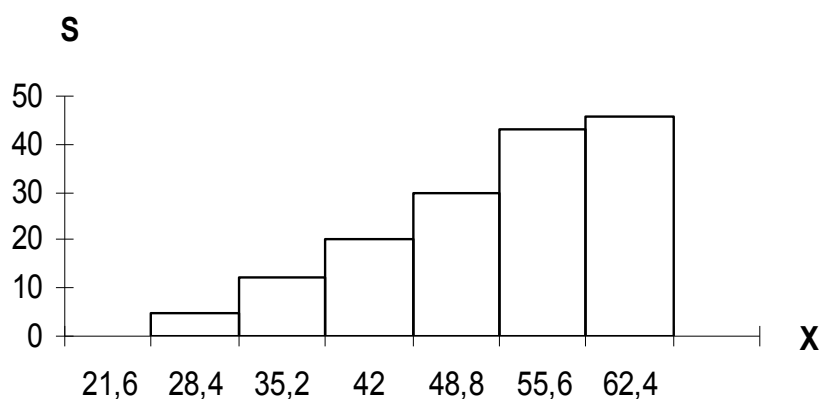


Рисунок 3.4 – Кумулята распределения районов по продуктивности коров в хозяйствах населения, ц/гол.

На оси абсцисс откладываются границы интервалов варьирующего признака, а по оси ординат – частоты. Каждому интервалу соответствует прямоугольник по высоте равный частоте или частости.

Найдем моду вариационного ряда, используя формулу 3.4:

$$Mo = 48,8 + 6,8 \frac{13 - 10}{(13 - 10) + (13 - 3)} = 50,4 \text{ ц/гол.}$$

Медиана определяется по формуле 3.5:

$$Me = 42,0 + 6,8 \frac{\frac{46}{2} - 20}{10} = 44,0 \text{ ц/гол.}$$

Средний удой молока на одну корову составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1966}{46} = 42,7 \text{ ц/гол.}$$

Определим показатели вариации:

а) размах вариации:

$$R = 62,3 - 21,6 = 40,7 \text{ ц/гол.};$$

б) среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{397,0}{46} = 8,6 \text{ ц/гол.};$$

3) дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{4575,82}{46} = 99,474 ;$$

$$\sigma = \sqrt{99,474} = 10,0 ;$$

4) коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{10,0}{42,7} \cdot 100 = 23,4\% .$$

Расчеты показали, что в хозяйствах населения наиболее часто встречается удой молока на одну корову 50,4 ц/гол., половина хозяйств имеет продуктивность до 44 ц/гол., а половина – выше.

Средний удой молока на одну корову в хозяйствах населения края составил 42,7 ц/гол. Продуктивность по районам колебалась в

среднем в границах $42,7 \pm 10,0$ ц/гол., т.е. от 32,7 до 52,7 ц/гол, согласно среднего квадратического отклонения. Коэффициент вариации свидетельствует о сравнительно небольшой колеблемости молочной продуктивности крупного рогатого скота в хозяйствах населения различных районов края.

Задание 3.1. Имеется ряд распределения количества собак различных породы по числу щенят за один приплод (таблица 3.3).

Указать вид данного ряда распределения, изобразить его графически, определить среднее число щенят за один приплод, моду и медиану, среднее квадратическое отклонение.

Таблица 3.3 – Распределение собак различных пород по числу щенят за приплод

Вариант 1					
Число щенят породы «Такса» за один приплод	1	2	3	4	5
Число собак	15	220	159	67	24
Вариант 2					
Число щенят породы «Бигль» за один приплод	1	2	3	4	5
Число собак	35	15	18	3	2
Вариант 3					
Число щенят породы «Ротвейлер» за один приплод	2	3	4	5	6
Число собак	41	117	125	87	11
Вариант 4					
Число щенят породы «Доберман» за один приплод	2	3	4	5	6
Число собак	27	75	87	55	13
Вариант 5					
Число щенят породы «Чау-чау» за один приплод	1	2	3	4	5
Число собак	51	63	45	39	10

Задание 3.2 (вариант 6-10). По данным приложения Б по одному показателю составить интервальный вариационный ряд с равными интервалами:

- среднегодовое поголовье коров, гол. (**вариант 6**);
- удой молока на одну корову, ц/гол. (**вариант 7**);
- расход кормов на одну голову, ц корм. ед./гол. (**вариант 8**);
- производство молока на 1 га сельскохозяйственных угодий (**вариант 9**);
- затраты на корма на одну голову, тыс. руб. (**вариант 10**).

Найти накопленные частоты и частоты. Ряд распределения изобразить графически. Определить моду и медиану, среднее значение и дисперсию. Сделать выводы.

Задание 3.3 (вариант 11-25). Для оценки вредности нового промышленного вещества опытных крыс подвергали воздействию вещества в специальных камерах. После окончания заправки животных взвешивали, результаты вносили в таблицу 3.4.

Таблица 3.4 – Группировка крыс по весу животного

Группы крыс по весу животного после заправки	Вариант														
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	Число крыс по группам														
180-200	10	13	8	9	12	7	11	9	5	4	12	4	7	10	7
200-220	12	16	15	11	14	10	17	8	8	11	13	8	5	9	4
220-240	20	14	19	16	10	14	11	14	12	15	9	16	9	8	8
240-260	18	11	6	17	7	8	18	12	16	9	4	7	12	12	11
260-280	4	3	5	4	8	5	9	10	7	5	5	8	4	14	4

По одному варианту найти накопленные частоты и частоты. Ряд распределения изобразить графически с помощью гистограммы, полигона и кумуляты распределения. Определить среднюю арифметическую, моду, медиану и дисперсию. Сделать выводы.

4 Выборочный метод

Сбор данных для статистического изучения явлений может проводиться сплошным и выборочным методами. При сплошном наблюдении обследуются все единицы изучаемой совокупности. При выборочном наблюдении отбирается часть единиц генеральной совокупности, а показатели, найденные по отобранной части единиц, должны достаточно точно характеризовать показатели всей совокупности единицы.

По процедуре отбора различают два вида отбора:

– **повторный**, при котором отобранная единица возвращается назад в генеральную совокупность и может попасть в выборку более чем один раз;

– **бесповторный**, когда каждая отобранная из совокупности единица один раз участвует в процессе отбора.

При проведении выборочного наблюдения возникают ошибки регистрации и ошибки репрезентативности (представительности).

Ошибки репрезентативности – это расхождения между обобщающими характеристиками выборочной и генеральной совокупности, возникающие вследствие несплошного характера наблюдения. Желательно, чтобы величина ошибок была небольшой. Так как численное значение ошибки не известно, то ее возможная оценка дается с помощью расчета средней и предельной ошибок выборки. Обычно величина ошибок определяется для средней арифметической и для доли единиц, обладающих определенным признаком.

Предельная ошибка выборки находится как предел отклонения выборочной характеристики от генеральной, гарантируемой с заданной, обычно близкой к единице, вероятностью, называемой доверительной вероятностью.

Для средней арифметической предел отклонения имеет вид:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{x} - \tilde{x}| \leq \Delta) = \gamma, \quad (4.1)$$

где \bar{x} – генеральная средняя;

\tilde{x} – выборочная средняя;

Δ – предельная ошибка выборки,

γ – уровень доверительной вероятности.

Предельная и средняя ошибки выборки связаны соотношением:

$$\Delta = t \cdot \mu, \quad (4.2)$$

где μ – средняя ошибка выборки;

t – коэффициент, зависящий от уровня доверительной вероятности.

Обычно уровень доверительной вероятности равен 0,9; 0,95 или 0,99. При большом объеме выборочной совокупности для этих уровней доверительной вероятности t равно 1,65; 1,96 или 2,58 соответственно.

Средняя ошибка выборки находится в зависимости от вида и способа отбора. Различают следующие способы отбора: собственно-случайный; механический; типический (районированный); серийный (гнездовой); комбинированный; многоступенчатый; многофазный; взаимопроникающий и другие.

При простой случайной выборке отбор единиц производится из генеральной совокупности путем жеребьевки или с помощью таблицы случайных чисел. При этом способе единица наблюдения совпадает с единицей отбора.

Средняя ошибка выборки ($\mu_{\bar{x}}$) находится по формулам:

а) если отбор случайный повторный:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (4.3)$$

б) если отбор случайный бесповторный:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (4.4)$$

где n – объем выборочной совокупности;

N – объем генеральной совокупности;

σ^2 – дисперсия генеральной совокупности. Так как ее значение обычно неизвестно, то в формулах берется значение выборочной дисперсии (σ_s^2).

В больших выборках ($n > 30$) выборочная дисперсия определяется по формуле:

$$\sigma_s^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{n}, \quad (4.5)$$

где \tilde{x} – выборочная средняя.

В малых выборках ($n \leq 30$):

$$\sigma^2_{\sigma} = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{n-1}. \quad (4.6)$$

Выборочная дисперсия в малых выборках обычно обозначается S^2 .

Значения коэффициента t для больших выборок находятся по таблице интеграла вероятностей в соответствии с выбранным уровнем доверительной вероятности. Для малых выборок t находят по таблице критических значений t – Стьюдента в соответствии с уровнем доверительной вероятности и числом степеней свободы $k=n-1$.

Доверительный интервал, который покрывает неизвестное значение генеральной средней с заданной доверительной вероятностью, определяется неравенством:

$$\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}}, \quad (4.7)$$

где $\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \mu_{\bar{x}}$.

При случайном отборе средняя ошибка выборки для доли (P) находится по формуле

а) если отбор повторный:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \quad (4.8)$$

б) если отбор бесповторный:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (4.9)$$

В формулах w – это выборочная доля единиц, обладающих данным признаком.

Доверительный интервал для генеральной доли определяется следующим неравенством:

$$w - \Delta_p \leq P \leq w + \Delta_p, \quad (4.10)$$

где $\Delta_p = t \cdot \mu_p$.

При проведении выборочного наблюдения важным является обеспечение достаточно большого объема выборки, чтобы достигалась необходимая точность результатов и были приемлемы затраты средств и труда на проведение исследования.

Необходимый объем выборки (n) выводится из формул предельной ошибки выборки.

При собственно-случайном повторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2}{\Delta^2}. \quad (4.11)$$

При собственно-случайном бесповторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2 N}{N \Delta^2 + t^2 \sigma_g^2}. \quad (4.12)$$

Пример 4.1. Считая полученные числовые характеристики $(\bar{x}; \sigma^2)$ интервального ряда распределения в примере 3.2 результатом случайной бесповторной 10 % выборки, определить с доверительной вероятностью 0,95:

а) границы доверительного интервала для среднего удоя молока на одну корову по всей совокупности хозяйств;

б) необходимый объем выборки, если предельная ошибка будет уменьшена в 2 раза.

Решение.

а) Средняя продуктивность коровы по выборке $n = 46$ хозяйств составила $\bar{x} = 42,7$ ц/гол., дисперсия $\sigma^2 = 99,47$.

Объем генеральной совокупности: $N = \frac{n}{0,1} = \frac{46}{0,1} = 460$ (организаций).

При доверительной вероятности 0,95 значение $t = 1,96$.

Тогда предельная ошибка выборки составит:

$$\Delta_{\bar{x}} = 1,96 \sqrt{\frac{99,47}{46} \left(1 - \frac{46}{460}\right)} = 2,734.$$

Вывод. Средняя продуктивность коровы на одно хозяйство во всей генеральной совокупности при доверительной вероятности 0,95

определяется промежутком $42,7 \pm 2,7$ ц/гол., т.е. покрывается интервалом от 40,0 до 45,4 ц/гол.

б) Необходимый объем выборки при предельной ошибке, уменьшенной в два раза, будет равен:

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2 N}{N \Delta^2 + t^2 \sigma_g^2} = \frac{1,96^2 \cdot 99,47 \cdot 460}{1,368^2 \cdot 460 + 1,96 \cdot 99,47} = \frac{175777,018}{1242,344} = 141,5 \approx 142.$$

Вывод. Необходимый объем выборки $n = 142$ организации, т. е. при уменьшении предельной ошибки в 2 раза, объем выборки увеличивается в 3 раза.

Пример 4.2. Для определения восприимчивости к антибиотикам случайным образом отобрано 1000 инфицированных свиней. В результате оказалось, что 90 % отобранных голов успешно вылечены. С доверительной вероятностью 0,954 определить, в каких пределах будет находиться доля вылеченных животных от инфекций в результате введения антибиотика во всей группе.

Решение.

Так как объем выборочной совокупности очень мал по сравнению с генеральной совокупностью, для решения задачи необходимо воспользоваться формулой предельной ошибки выборки для случайного повторного отбора для доли.

При $\gamma = 0,954$ и $n = 1000$, по таблице $t = 2$.

$$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = 2 \sqrt{\frac{0,9 \cdot 0,1}{1000}} = 0,019 \text{ или } 1,9 \%$$

Тогда процент вылеченных свиней от инфекционных заболеваний будет находиться в пределах: $w - \Delta_p \leq P \leq w + \Delta_p$; $0,881 \leq P \leq 0,919$, т. е. от 88,1 до 91,9 %.

Задание 4.1 Считая числовые характеристики интервального ряда распределения (задание 3.1-3.3) в соответствие со своим вариантом результатами случайной бесповторной 20 % выборки с доверительной вероятностью 0,95 определить: доверительный интервал для генеральной средней; необходимый объем выборки, если предельная ошибка выборки будет уменьшена в 2 раза.

5 Корреляционно-регрессионный анализ

Корреляционно-регрессионный анализ – это совокупность статистических и математических методов, используемых для количественного анализа связей между различными явлениями и процессами. При корреляционной связи изменение результативного признака (y) обусловлено влиянием факторных признаков (x_1, x_2, \dots, x_n). В зависимости от числа признаков, между которыми изучается связь, различают парную и множественную связь. Если изучается связь между результативным признаком, двумя и более факторными признаками, то она называется множественной.

При изучении связей между признаками устанавливают ее аналитическое выражение в виде линейного и нелинейного уравнения связи. **Линейная связь** описывается уравнением $y = a + bx$, которое на графике имеет вид прямой линии. При нелинейной зависимости используются параболическая, степенная, показательная и другие функции.

Применение корреляционно-регрессионного анализа предполагает проведение исследований в несколько этапов.

Первый этап: подбор факторных и результативных признаков, между которыми изучается причинно-следственная связь.

Второй этап: определение формы связи и подбор математического уравнения, которое наиболее полно отражает характер взаимосвязи между признаками. Для этого используют графический метод. В прямоугольной системе координат на оси абсцисс откладывают значения факторного признака (x), на оси ординат – результативного (y). На поле графика отмечают точки, соответствующие индивидуальным значениям признаков, и по характеру их расположения судят о форме и направлении связи.

Третий этап: рассчитываются параметры уравнения связи с целью установления количественного влияния факторных признаков на результат. При парной линейной связи параметр a – свободный член уравнения, b – коэффициент регрессии, который показывает, на сколько единиц в натуральном выражении изменится результативный признак при изменении факторного на единицу. Параметры линейно-

го уравнения определяют методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \Sigma y = an + b\Sigma x, \\ \Sigma yx = a\Sigma x + b\Sigma x^2. \end{cases} \quad (5.1)$$

Четвертый этап: оценка и анализ полученных результатов при помощи коэффициентов корреляции, детерминации, эластичности и других.

Коэффициент корреляции (r) характеризует направление и тесноту связи, он изменяется от -1 до 1. Если имеет место прямая связь, то $0 \leq r \leq 1$, если обратная, то $-1 \leq r \leq 0$. Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \quad (5.2)$$

При возведении коэффициента корреляции в квадрат и выражении этого результата в процентах получают коэффициент детерминации:

$$D = r^2 \cdot 100 \%. \quad (5.3)$$

Он показывает, какая часть колеблемости результативного признака объясняется вариацией факторного признака.

Коэффициент эластичности определяется по формуле:

$$\mathcal{E} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}. \quad (5.4)$$

Он показывает, на сколько процентов в среднем изменится результативный признак с изменением факторного на 1 %.

Пример 5.1. По данным 10 организаций о средней молочной продуктивности коров и среднем расходе кормов на одну голову (таблица 6.1) определить: форму связи между признаками, параметры уравнения регрессии, тесноту связи между признаками. Исчислить коэффициенты корреляции, детерминации и эластичности.

Решение. Продуктивность коров зависит от уровня кормления, поэтому факторным признаком является расход кормов на 1 гол., а результативным признаком – удой молока от одной коровы. Нанесем на

график пары значений x и y , представленные в таблице 5.1. По характеру расположения точек на графике видно, что зависимость можно выразить уравнением: $y = a + bx$.

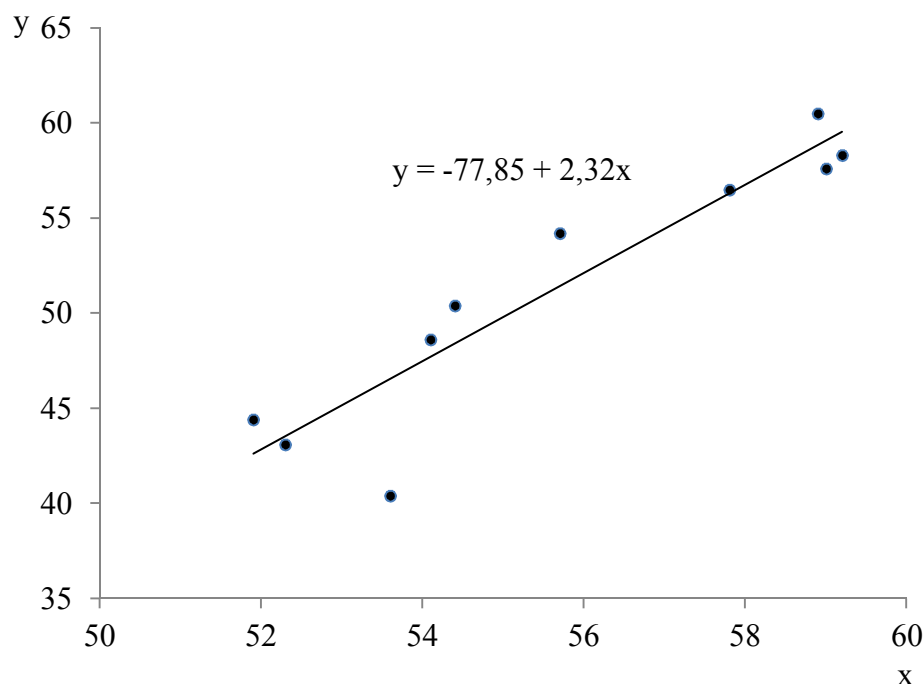


Рисунок 5.1 – Зависимость между молочной продуктивностью коров и расходом кормов на 1 гол.

Заполним вспомогательную таблицу 5.1.

Найдем параметры уравнения, составив систему двух уравнений по данным таблицы 6.1. Система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} 514,0 = 10a + 556,9b, \\ 28792,8 = 556,9a + 31086,21b. \end{cases}$$

Решив систему, получим: $a = -77,24$;

$$b = 2,31.$$

Тогда уравнение связи между продуктивностью и расходом кормов будет выглядеть следующим образом: $y = -77,85 + 2,32x$.

Значит, при увеличении расхода кормов на 1 гол. на 1 ц корм. ед. удой молока увеличивается в среднем на 2,32 ц/гол.

Таблица 5.1 – Продуктивность коров и расход кормов на одну голову

№ организации	Молочная продуктивность, ц/гол. (y)	Расход кормов на 1 гол., ц корм. ед. (x)	y^2	x^2	xy	Теоретическое значение продуктивности, ц/гол. $\hat{y} = a + bx$
1	54,2	55,7	2937,64	3102,49	3018,94	51,43
2	50,4	54,4	2540,16	2959,36	2741,76	48,42
3	58,3	59,2	3398,89	3504,64	3451,36	59,51
4	43,1	52,3	1857,61	2735,29	2254,13	43,57
5	56,5	57,8	3192,25	3340,84	3265,70	56,28
6	60,5	58,9	3660,25	3469,21	3563,45	58,82
7	40,4	53,6	1632,16	2872,96	2165,44	46,58
8	57,6	59,0	3317,76	3481,00	3398,40	59,05
9	48,6	54,1	2361,96	2926,81	2629,26	47,73
10	44,4	51,9	1971,36	2693,61	2304,36	42,65
Итого	514,0	556,9	26870,04	31086,21	28792,80	513,04

Рассчитаем коэффициент корреляции.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{514,0}{10} = 51,4$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{556,9}{10} = 55,69, \quad \overline{xy} = \frac{\sum xy}{n} = \frac{28792,80}{10} = 2879,28;$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{31086,21}{10} - 55,69^2} = 2,691$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{26870,04}{10} - 51,40^2} = 6,711;$$

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{2879,28 - 55,69 \cdot 51,40}{2,691 \cdot 6,711} \approx 0,931.$$

Следовательно, между изучаемыми признаками существует прямая очень тесная связь.

Коэффициент детерминации составит:

$$D = r^2 \cdot 100 = 0,931^2 \cdot 100 = 86,7 \%$$

Таким образом, изменение молочной продуктивности на 86,7 % обусловлена вариацией расхода кормов на 1 гол.

Коэффициент эластичности равен:

$$\varepsilon = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 2,32 \cdot \frac{55,69}{51,40} = 2,51.$$

Повышение расхода кормов на одну голову на 1,0 % приводит к росту молочной продуктивности на 2,51 %.

Задание 5.1 По данным 10 организаций (таблица 5.1) о расходе кормов и продуктивности коров определить форму связи между признаками; параметры уравнения связи; коэффициенты корреляции, детерминации и эластичности. Сделать выводы

Варианты задач по теме.

Вариант	% организации	Вариант	% организации
1	1 – 10	14	14 – 23
2	2 – 11	15	15 – 24
3	3 – 12	16	16 – 25
4	4 – 13	17	17 – 26
5	5 – 14	18	18 – 27
6	6 – 15	19	19 – 28
7	7 – 16	20	20 – 29
8	8 – 17	21	21 – 30
9	9 – 18	22	22 – 31
10	10 – 19	23	23 – 32
11	11 – 20	24	24 – 33
12	12 – 21	25	25 – 34
13	13 – 22	–	–

Таблица 5.1 – Расход кормов на одну корову и их продуктивность

№ п/п	Уровень продуктивности, ц/гол.	Расход кормов на одну голову, ц корм. ед	№ п/п	Уровень продуктивности, ц/гол.	Расход кормов на одну голову, ц корм. ед
1	42,3	40,3	18	38,9	37,0
2	41,4	36,4	19	39,5	36,2
3	47,0	50,4	20	43,5	43,3
4	49,0	52,0	21	40,1	38,2
5	42,0	37,6	22	47,5	48,0
6	50,0	50,9	23	50,4	59,0
7	48,4	58,1	24	50,0	57,4
8	38,0	38,6	25	46,0	43,2
9	44,0	44,0	26	42,8	40,9
10	45,6	49,2	27	42,0	35,8
11	46,2	49,0	28	48,0	49,8
12	47,1	59,0	29	50,4	50,0
13	48,2	47,4	30	43,4	39,4
14	42,0	39,2	31	51,0	52,2
15	44,0	46,8	32	49,0	54,4
16	46,5	55,3	33	38,0	39,0
17	52,5	59,0	34	44,4	44,4

6 Ряды динамики

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменения экономических явлений во времени путем построения и анализа рядов динамики. Ряд динамики представляет собой численные значения статистического показателя в последовательные моменты или периоды времени.

В любом ряде динамики выделяют два элемента: количественные значения показателя, называемые уровнями ряда и периоды или моменты времени, к которым относятся уровни. Если уровни ряда характеризуют значение показателя за определенный период време-

ни, то ряд называется интервальным, а если на определенный момент времени – моментным. Уровни выражаются абсолютными, относительными и средними величинами.

Графически ряды динамики изображаются линейными, либо столбиковыми диаграммами. По оси абсцисс откладываются показатели времени, а по оси ординат – уровни ряда (либо базисные темпы роста).

Для характеристики развития явления во времени определяют показатели: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста базисным и цепным способом, значения одного процента прироста (таблица 6.1).

Таблица 6.1 – Расчет показателей ряда динамики

Показатель	Метод расчета	
	с постоянной базой (базисные)	с переменной базой (цепные)
Абсолютный прирост (A)	$A_{\bar{y}_i} = y_i - y_1$ (6.1)	$A_{y_i} = y_i - y_{i-1}$ (6.2)
Коэффициент роста (K_p)	$K_{p\bar{y}_i} = \frac{y_i}{y_1}$ (6.3)	$K_{py_i} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ (6.4)
Темп роста (T_p)	$T_{p\bar{y}_i} = K_{p\bar{y}_i} \cdot 100\%$ (6.5)	$T_{py_i} = K_{py_i} \cdot 100\%$ (6.6)
Темп прироста (T_{np})	$T_{np\bar{y}_i} = T_{p\bar{y}_i} - 100\%$ (6.7)	$T_{np_{y_i}} = T_{py_i} - 100\%$ (6.8)
Абсолютное значение 1 % прироста ($Зн.1\%$)	$Зн.1\% = 0,01 y_{i-1}$ или $Зн.1\% = \frac{A_{ц}}{T_{пр.ц}}$ (6.9)	

Обозначим:

y_i – текущий (сравниваемый) уровень, $i = 1, 2, 3, \dots, n$;

y_1 – уровень, принятый за постоянную базу сравнения (обычно начальный);

y_n – конечный уровень.

Абсолютный прирост – это разность между двумя уровнями. Показывает, на сколько единиц один уровень больше другого.

Цепные и базисные абсолютные приросты взаимосвязаны:

– сумма цепных абсолютных приростов равна конечному базисному абсолютному приросту;

– разность между двумя смежными базисными приростами равна промежуточному цепному.

Коэффициент роста – это отношение двух уровней ряда. Показывает, во сколько раз текущий уровень больше или меньше базисного (предыдущего).

Темп роста - это коэффициент роста, выраженный в процентах. Показывает, сколько процентов уровень текущего периода составляет по отношению к уровню базисного (предыдущего) периода.

Между цепными и базисными коэффициентами роста существует взаимосвязь:

– произведение цепных коэффициентов роста равно конечному базисному;

– частное от деления двух смежных базисных коэффициентов роста равно промежуточному цепному.

Темп прироста показывает, на сколько процентов текущий уровень больше или меньше базисного (предыдущего).

Абсолютное значение 1% прироста показывает, какая абсолютная величина скрывается за одним процентом прироста уровня.

Для характеристики интенсивности развития явления за длительный период времени рассчитываются средние показатели динамики. Формулы их расчета представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 – Расчет средних показателей ряда динамики

Показатель	Метод расчета
Средний уровень (\bar{y}) а) интервального ряда	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \quad (6.10)$
б) моментного ряда с равными интервалами	$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} \quad (6.11)$
в) моментного ряда с неравными интервалами	$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} \quad (6.12)$
Средний абсолютный прирост (\bar{A})	$\bar{A} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \quad \text{или} \quad \bar{A} = \frac{\sum A_y}{n-1} \quad (6.13)$
Средний коэффициент роста (\bar{K}_p)	$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\prod K_y} \quad \text{или} \quad \bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad (6.14)$
Средний темп роста (\bar{T}_p), %	$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100 \% \quad (6.15)$
Средний темп прироста (\bar{T}_{np}), %	$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100 \% \quad \text{или} \quad \bar{T}_{np} = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100\% \quad (6.16)$
Среднее значение 1% прироста, $\bar{Зн.1\%}$	$\bar{Зн.1\%} = \frac{\bar{A}}{\bar{T}_{np}} \quad (6.17)$

Средние показатели динамики исчисляются одинаково для интервальных и моментных рядов, исключение составляет лишь расчет среднего уровня ряда.

Для выявления основной тенденции развития в рядах динамики применяют различные методы: укрупнения временных интервалов (периодов); скользящих средних; аналитического выравнивания.

Метод укрупнения временных интервалов (периодов) заключается в том, что вместо первоначальных уровней рассчитываются и сравниваются средние уровни за укрупненные периоды времени (месячные в квартальные, квартальные в годовые и т. д.).

Метод сглаживания ряда динамики с помощью скользящей средней заключается в том, что фактические уровни заменяются средними арифметическими уровнями за укрупненные периоды. Расчет средних ведется способом скольжения, т. е. постепенным исключением из принятого периода скольжения первого уровня и включением следующего. При этом, посредством осреднения эмпирических данных, индивидуальные колебания погашаются, общая тенденция развития явления выражается в виде плавной линии (теоретические уровни).

Метод аналитического выравнивания состоит в подборе для данного ряда динамики такой теоретической линии, которая выражает основные черты или закономерности изменения уровней явления. Чаще всего при выравнивании используют линейное уравнение:

$$\hat{y}_t = a + bt, \quad (6.18)$$

где a – свободный член уравнения;

b – коэффициент;

t – порядковый номер года.

Параметры уравнения определяются методом наименьших квадратов путем составления и решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = na + b \sum t, \\ \sum yt = a \sum t + b \sum t^2. \end{cases} \quad (6.19)$$

Для упрощения расчетов допускается $\sum t = 0$, тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum y = na, \\ \sum yt = b \sum t^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\sum y}{n}, \\ b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}. \end{cases} \quad (6.20)$$

Для выявления общей тенденции развития явления во времени, в виде уравнения тренда наряду с линейной, применяют следующие функции:

– парабола второго или третьего порядка

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1t + b_2t^2,$$

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3; \quad (6.21)$$

– показательная $\bar{y}_t = b_0b_1^t$; (6.22)

– экспоненциальная $\bar{y}_t = b_0e^{b_1t}$; (6.23)

– гиперболическая $\bar{y}_t = b_0 + \frac{b_1}{t}$; (6.24)

– логистическая $\bar{y}_t = \frac{b_0}{1 + b_1e^{-b_2t}}$. (6.25)

Найдя параметры уравнения тренда методом наименьших квадратов, проводится оценка его надежности с помощью F – критерия Фишера.

Пример 6.1. По имеющимся данным о продуктивных качествах бычков герефордской породы рассчитать показатели ряда динамики. Сделать вывод.

Таблица 6.3 – Расчет показателей ряда динамики прироста живой массы бычков герефордской породы

Год	Прирост живой массы до 18 мес., ц/гол.	Абсолютный прирост, ц/гол.		Коэффициент роста		Темп роста, %		Темп прироста, %		Значение 1% прироста, ц/гол.
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	
		A_b	A_c	K_{pb}	K_{pc}	T_{pb}	T_{pc}	$T_{пр б}$	$T_{пр ц}$	
2011	4,9	–	–	–	–	100,0	100,0	–	–	–
2012	4,4	-0,5	-0,5	0,898	0,898	89,8	89,8	-10,2	-10,2	0,049
2013	4,5	-0,4	0,1	0,918	1,023	91,8	102,3	-8,2	2,3	0,044
2014	4,1	-0,8	-0,4	0,837	0,911	83,7	91,1	-16,3	-8,9	0,045
2015	4,2	-0,7	0,1	0,857	1,024	85,7	102,4	-14,3	2,4	0,041
Средние показатели	4,4	-0,175		0,962		96,2		-3,8		0,046

Вывод: расчеты показали, что средний прирост живой массы бычков до 18-месячного возраста в динамике за пять лет составил 4,4 ц/гол. При этом ежегодно он снижался в среднем на 0,175 ц/гол. или на 3,8 %. Один процент снижения прироста живой массы соответствовал в среднем 0,046 ц/гол.

Пример 6.2 Определить тенденцию изменения продуктивных качеств бычков герефордской породы методом укрупнения периодов, скользящей средней и аналитического выравнивания. Сделать вывод.

Для упрощения расчетов начало отсчета времени t было перенесено в середину ряда динамики. Так как $\sum t=0$, то параметры « a » и « b » найдем следующим образом:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{41,4}{9} = 4,6; \quad b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{-6,7}{60} = -0,1.$$

Тогда уравнение прямой имеет вид: $\hat{y}_t = 4,6 - 0,1 t$.

Таблица 6.4 – Вспомогательная таблица для выявления общей тенденции изменения продуктивных качеств бычков

Год	Прирост живой массы до 18 мес., ц/гол. y	Метод укрупнения периодов	Метод скользящей средней		Метод аналитического выравнивания			
			за три года		номер года t	квадрат номера года t^2	произведение параметров yt	выравненные значения $\hat{y}_t = a + bt$
		средняя по трёх-летиям	сумма	средняя				
2007	5,0	4,9	–	–	-4	16	-20,0	5,0
2008	5,1		14,8	4,9	-3	9	-15,3	4,9
2009	4,7		14,3	4,8	-2	4	-9,4	4,8
2010	4,5	4,6	14,1	4,7	-1	1	-4,5	4,7
2011	4,9		13,8	4,6	0	0	0,0	4,6
2012	4,4		13,8	4,6	1	1	4,4	4,5
2013	4,5	4,3	13,0	4,3	2	4	9,0	4,4
2014	4,1		12,8	4,3	3	9	12,3	4,3
2015	4,2		–	–	4	16	16,8	4,2
Итого	41,4	–	–	–	-	60	-6,7	41,4

Подставим в данное уравнение значения t и найдем теоретические (выравненные) уровни прироста живой массы бычков (последний столбец таблицы 6.4).

Фактические и теоретические значения продуктивности изобразим графически (рисунок 6.1).



Рисунок 6.1 -Динамика прироста живой массы бычков герефордской породы, ц/гол.

Вывод: расчеты показали, что прирост живой массы бычков до 18-месячного возраста в среднем за 2007–2015 гг. составил 4,6 ц/гол. В среднем он ежегодно снижался на 0,1 ц/гол. На графике наглядно видна четко выраженная тенденция ухудшения продуктивных качеств бычков.

Задание 6.1 (вариант 1-13). По данным числа коров заболевших лептоспирозом за пять лет (таблица 6.4) рассчитать базисным и цепным способом показатели ряда динамики, а также их средние значения. Сделать вывод.

Задание 6.2 (вариант 14-25). Выявить основную тенденцию коров заболевших лептоспирозом за пять лет методом аналитического выравнивания по данным таблицы 6.4. Сделать вывод.

Таблица 6.4 – Численность коров заболевших лептоспирозом, гол.

Вариант	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.
1	14	15	17	13	11
2	17	21	15	24	27
3	21	16	14	25	23
4	24	18	19	16	25
5	18	12	19	21	22
6	21	25	28	23	15
7	24	32	38	37	19
8	21	18	19	14	20
9	24	25	27	21	18
10	21	28	25	27	19
11	14	18	19	13	15
12	8	11	12	15	13
13	16	18	15	7	11
14	19	15	21	28	21
15	21	28	24	25	19
16	19	24	21	27	18
17	18	17	15	19	21
18	21	28	32	33	31
19	17	18	19	7	8
20	31	34	38	28	31
21	30	28	24	29	27
22	19	24	27	28	21
23	31	32	37	38	30
24	18	12	14	12	19
25	34	37	39	29	24

7 Индексный метод анализа

Индекс – относительный показатель, характеризующий изменение величины социально-экономического явления во времени, соотношение в пространстве или с планом, нормативом, эталоном. К ин-

дексам можно отнести относительные величины динамики, выполнения плана, планового задания, сравнения.

Индексы подразделяются на индивидуальные и общие. **Индивидуальные индексы** (i) характеризуют изменение отдельных элементов сложного явления. Например, изменение уровня цен реализации единицы продукции определенного вида изучается с помощью индивидуального индекса цен:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (7.1)$$

где p_1 и p_0 – цена за единицу продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

При проведении экономических исследований наиболее часто используются следующие индивидуальные индексы:

– физического объема продукции

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (7.2)$$

где q_1 и q_0 – объем произведенной или реализованной продукции определенного вида в натуральном выражении, в отчетном и базисном периодах;

– себестоимости продукции

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}, \quad (7.3)$$

где z_1 и z_0 – себестоимость единицы продукции в отчетном и базисном периодах ;

– трудоемкости продукции

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}, \quad (7.4)$$

где t_1 и t_0 – затраты труда на единицу продукции в отчетном и базисном периодах;

– производительности труда

$$i_w = \frac{t_0}{t_1}. \quad (7.5)$$

Общие (сводные) индексы отражают изменение всех элементов сложного явления, состоящего из непосредственно несоизмеримых элементов.

Основной формой общих индексов является **агрегатная**. В числителе и знаменателе общих индексов в агрегатной форме содержатся наборы (агрегаты) элементов изучаемых статистических совокупностей, которые состоят из индексируемых величин и соизмерителей.

Индексируемой называется величина, изменение которой изучается. Соизмеритель необходим для перехода от натуральных измерителей разнородных единиц к однородным показателям. В качестве соизмерителей индексируемых величин выступают связанные с ними экономические показатели: цена, количество, себестоимость, трудоемкость и другие.

В экономических исследованиях используются следующие агрегатные индексы.

1) При изучении изменения стоимости реализованной продукции:

– индекс стоимости продукции (товарооборота)

$$J_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum p_0 q_0}, \quad (7.6)$$

где q_0, q_1 – объемы продукции в физическом измерении, соответственно в базисном и отчетном периодах;

p_0, p_1 – цена единицы продукции соответственно в базисном и отчетном периодах;

– индекс физического объема с весами базисного периода (индекс Э. Ласпейреса)

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad (7.7)$$

– индекс физического объема с весами отчетного периода (индекс Г. Пааше)

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}; \quad (7.8)$$

– индекс цен с весами базисного периода (индекс Э. Ласпейреса)

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad (7.9)$$

– индекс цен с весами отчетного периода (индекс Г. Пааше)

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (7.10)$$

2) При изучении изменения уровня затрат и производительности труда:

индекс затрат труда

$$J_{qt} = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0}, \quad (7.11)$$

где t_0, t_1 – затраты труда на единицу продукции, соответственно в базисном и отчетном периодах;

– индекс трудоемкости продукции

$$J_t = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_1 t_0}; \quad (7.12)$$

– индекс производительности труда (трудовой)

$$J_m = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}; \quad (7.13)$$

– индекс производительности труда (стоимостной)

$$J_c = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}, \quad (7.14)$$

где p – сопоставимая цена или цена базисного периода;

T_0, T_1 – затраты труда на производство продукции ($T = tq$) или среднесписочная численность работников.

3) При изучении изменения уровня затрат материально-денежных средств и себестоимости производства продукции:

– индекс материально-денежных затрат

$$J_{qz} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}, \quad (7.15)$$

где z_0, z_1 – себестоимость единицы продукции соответственно в базисном и отчетном периодах;

– индекс себестоимости

$$J_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}. \quad (7.16)$$

При проведении экономических исследований используются средние индексы, которые применяются в однородной совокупности, по которой можно исчислить среднюю величину признака.

Средний гармонический индекс цен применяется в случаях, когда неизвестны отдельные значения p_1 и q_1 , но дано их произведение $p_1 q_1$ и индивидуальные индексы цен

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \quad (7.17)$$

Средний арифметический индекс физического объема применяется в случаях, если неизвестны отдельные значения p_0 и q_0 , но дано их произведение $p_0 q_0$ и индивидуальные индексы физического объема:

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (7.18)$$

В зависимости от базы сравнения индексы подразделяются на базисные и цепные.

Цепные индексы представляют собой сравнения текущих уровней явления с предыдущими за последовательные периоды или моменты времени:

а) индивидуальные индексы физического объема продукции

$$i_{q_1} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{q_2} = \frac{q_2}{q_1}; \quad i_{q_3} = \frac{q_3}{q_2}; \quad \dots \quad i_{q_n} = \frac{q_n}{q_{n-1}}; \quad (7.19)$$

б) общие индексы физического объема продукции

с постоянными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}; \quad \dots \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}; \quad (7.20)$$

с переменными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_2 p_2}; \quad \dots \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_{n-1}}{\sum q_{n-1} p_{n-1}}. \quad (7.21)$$

Базисные индексы имеют постоянную базу сравнения, в качестве которой принимаются данные какого-то одного периода (при анализе динамики), какой-то территории (при территориальных сравнениях) и планового задания (при анализе выполнения плана):

а) индивидуальные индексы физического объема продукции

$$i_{q_1} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{q_2} = \frac{q_2}{q_0}; \quad i_{q_3} = \frac{q_3}{q_0}; \quad \dots; \quad i_{q_n} = \frac{q_n}{q_0}; \quad (7.22)$$

б) общие индексы физического объема продукции с постоянными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad \dots; \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (7.23)$$

Агрегатные индексы качественных показателей могут быть рассчитаны как индексы **переменного состава** и **индексы фиксированного (постоянного) состава**. В индексах переменного состава сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений, а в индексах фиксированного состава – на базе неизменной структуры явлений.

В общем виде индексы переменного состава, постоянного состава и структуры взаимосвязаны:

$$J_{\bar{x}} = J_x \cdot J_{cmp}, \quad (7.24)$$

где, $J_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$ – индекс переменного состава; (7.25)

$$J_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \text{ – индекс постоянного}$$

(фиксированного) состава; (7.26)

$$J_{стр} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} - \text{индекс структурных сдвигов.} \quad (7.27)$$

Пример 7.1. По данным сети ветеринарных аптек (таблицы 7.1) определить индивидуальные и общие индексы выручки от продажи, физического объема продукции и цен реализации. Показать взаимосвязь индексов. Определить абсолютное изменение товарооборота, влияние на него изменения объема и цен реализации. Сделать вывод.

Решение:

Таблица 7.1 – Вспомогательная таблица для расчета индексов

Наименование препаратов	Объем продаж, шт		Средняя цена продажи 1 уп., руб.		Выручка от продажи, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	условная
	q_0	q_1	p_0	p_1	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	$q_1 p_0$
Мульти-витамины для щенков	59264	20775	375,32	590,32	22243,0	12264,0	7797,3
Хондартрон	4218	8705	1006,88	1461,23	4247,0	12720,0	8764,8
Радостин	133572	124672	147,49	137,54	19701,0	17148,0	18388,3
Итого	x	x	x	x	46191,0	42132,0	34950,4

1) Индивидуальные индексы:

а) физического объема

$$i_{q1} = \frac{20775}{59264} = 0,351; \quad i_{q2} = \frac{8705}{4218} = 2,064; \quad i_{q3} = \frac{124672}{133572} = 0,933;$$

б) цен реализации

$$i_{p1} = \frac{590,32}{375,32} = 1,573; \quad i_{p2} = \frac{1461,23}{1006,88} = 1,451; \quad i_{p3} = \frac{137,54}{147,54} = 0,933.$$

2) Общие индексы:

а) стоимости реализованных препаратов

$$J_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{42132,0}{46191,0} = 0,912;$$

б) физического объема витаминных комплексов

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{34950,4}{46191,0} = 0,757 ;$$

в) цен реализации

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{42132,0}{34950,4} = 1,205.$$

3) Абсолютное изменение выручки:

а) всего

$$\Delta qp = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 42132,0 - 46191,0 = -4059,0 \text{ тыс.руб.}$$

б) в том числе за счет изменения:

- объема продаж

$$\Delta q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 34950,4 - 46191,0 = -11240,6 \text{ тыс.руб.};$$

- цен реализации

$$\Delta p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 42132,0 - 34950,4 = 7181,6 \text{ тыс.руб.}$$

4) Проверка:

а) взаимосвязь индексов

$$J_{qp} = J_q \cdot J_p = 0,757 \cdot 1,205 = 0,912 ;$$

б) абсолютное изменение выручки равно сумме абсолютных изменений за счет объемов и цен реализации

$$\Delta qp = \Delta q + \Delta p = -11240,6 + 7181,6 = -4059,0 \text{ тыс.руб.}$$

Вывод. За исследуемый период количество реализованных мульти-витаминных препаратов уменьшилось на 64,9 %, радостина – на 6,7%, хордатрона – возросло на 106,4 %. Цена продажи одной упаковки мультивитаминов повысилась на 57,3 %, хордатрона – на 45,1 %, радостина – снизилась на 6,7 %. Выручка от продажи витаминных комплексов в отчетном году по сравнению с базисным уменьшилась на 8,8 % или на 4059 тыс. руб., в том числе за счет сокращения объемов продаж выручка уменьшилась на 24,3 % или 11240,6 тыс. руб., а за счет роста цен реализации выручка возросла на 20,5 % или 7181,6 тыс. руб.

Пример 7.2. По данным таблицы 7.2 определить изменение уровня цен продажи антигельминтиков. Сделать вывод.

Таблица 7.2 – Показатели продажи ветеринарных препаратов

Наименование препарата	Стоимость реализованных ветеринарных препаратов в отчетном периоде, тыс. руб.	Изменение уровня цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
Милпразон 25 мг	34704	-5,2
Мильбемакс 25 мг	8996	+3,9
Диронет 25 мг	3844	+17,1
Итого	47544	x

Решение:

1) Пересчитаем процентные изменения в индивидуальные индексы цен:

а) индивидуальный индекс цен на «Милпразон»: $1 - 0,052 = 0,948$;

б) индивидуальный индекс цен на «Мильбемакс»: $1 + 0,039 = 1,039$;

в) индивидуальный индекс цен на «Диронет»: $1 + 0,171 = 1,171$.

2) Средний гармонический индекс цен

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} = \frac{47544}{\frac{34704}{0,948} + \frac{8996}{1,039} + \frac{3844}{1,171}} = \frac{47544}{48548} = 0,979.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным цены продажи антигельминтов снизились в среднем на 2,1 %, выручка за счет этого сократилась на 1004 тыс. руб.

Задание 7.1 (вариант 1-5). По данным о количестве проданных препаратов и средних ценах реализации (таблица 7.3) рассчитать общие индексы товарооборота, физического объема и цен реализации. Показать взаимосвязь индексов. Определить абсолютное изменение товарооборота, влияние на него изменения объема и цен реализации. Сделать выводы.

Таблица 7.3 – Результаты продаж ветеринарных препаратов
в интернет-аптеке

Вариант	Наименование препарата	Цена продажи 1 ед., руб.		Продано, тыс. ед.	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	Байтрил, 100 мл	473,31	431,33	162,9	239,5
	Амоксициллин, 100 мл	833,90	1350,95	18,6	4,4
	Тилозин, 100 мл	140,05	187,77	95,5	781,3
2	Неопен, 100 мл	397,85	447,72	266,9	167,0
	Кламоксил, , 100 мл	887,83	1304,82	31,6	15,7
	Альбипен LA, 100 мл	850,47	1351,27	13,6	26,3
3	Бродлайн Спот-он табл.	432,23	501,59	137,9	261,3
	Стронгхолд табл.	140,84	162,62	166,7	94,6
	Отодектин табл.	149,75	158,62	199,2	381,2
4	Гепатовет форте табл.	415,80	443,50	302,9	144,3
	Стоморджил 2 табл.	1343,64	1821,41	42,9	11,3
	Ветсорбент табл.	147,26	154,61	178,4	145,1
5	Флорентин табл.	406,75	468,65	79,4	102,9
	Фелиимун табл.	1047,89	1594,96	9,6	8,4
	Имунофил табл.	140,40	136,19	125,2	179,8

Задание 7.2 (вариант 6-10). По данным таблицы 7.4 о продаже препарата «Синулокс» по группе ветеринарных аптек определить изменение средней цены реализации с учетом и без учета структурных сдвигов. Рассчитать индекс структурных сдвигов. Сделать вывод.

Таблица 7.4 – Результаты продажи «Синулокса» 250 мг (10 табл.)

Вариант	Наименование ветеринарной аптеки	Цена продажи 1 уп., руб.		Продано, шт	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
6	Зоовик	345	376	287	188
	Зоомакет	406	387	1138	1436
	Мадагаскар	398	412	791	570
7	Любимчик	344	365	123	78
	Ветеринарная аптека № 1	297	294	987	1065
	Природа	358	387	274	312

Продолжение таблицы 7.4

Вариант	Наименование ветеринарной аптеки	Цена продажи 1 уп., руб.		Продано, шт	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
8	Ветеринарная аптека 238	299	345	1292	1729
	Ле Мурр	384	397	638	722
	Анимал Сити	407	386	465	662
9	Златоус	375	364	318	387
	Друг	387	416	638	722
	Шанс	412	403	464	587
10	Барсик	378	395	720	641
	Доверие	408	387	217	204
	Зооторг	296	314	771	953

Задание 7.3 (вариант 11-15). По данным об удое молока по группе организаций (таблица 7.5) изучить динамику среднего уровня молочной продуктивности коров с учетом и без учета влияния структурных сдвигов, а также определить влияние структурного фактора на среднюю продуктивность коров с использованием индексного метода. Провести индексный анализ изменения валового надоя молока и определить влияние факторов на это изменение. Сделать вывод.

Таблица 7.5 – поголовье коров и валовое производство молока в сельскохозяйственных организациях Краснодарского края

Вариант	Наименование сельскохозяйственной организации	Среднегодовое поголовье коров, гол.		Валовой надой молока, ц	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
11	ООО «Батуриновское»	898	548	36671	24029
	ООО «Суворова»	1250	1254	85855	95844
	ООО ПЗ «Наша Родина»	1650	1650	99863	97869
12	ООО «АФ Восход»	750	796	22575	22815
	ООО АФ «Победа»	501	461	23556	17518
	ООО АФ «Отрадокубанский»	503	212	22575	12726
13	ООО «Земля»	208	210	8674	8406
	ООО «Золотая Нива»	282	260	13423	11810
	ООО «Андреевское»	300	323	10980	11251

Продолжение таблицы 7.5

Вариант	Наименование сельскохозяйственной организации	Среднегодовое поголовье коров, гол.		Валовой надой молока, ц	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
14	ЗАО «Победа»	2670	2670	158429	157564
	ОАО «Нива Кубани»	2401	2450	136995	139820
	ОАО ПЗ им. Чапаева	2600	2600	147058	141092
15	ООО «Венцы-Заря»	1138	1054	49787	36519
	ООО СК «Октябрь»	2300	2300	142370	144236
	ФГУП «ПЗ Кубань»	1890	1890	94120	76443

Методические указания

Таблица 7.6 – Изменение валового надоя молока в хозяйствах

Но- мер п/п	Среднегодовое поголовье коров, голов		Удой молока на среднегодовую корову, ц		Валовой надой молока, ц			Отклонение, ц		
	базис- ный год	отчет- ный год	базис- ный год	отчет- ный год	базис- ный год	отчет- ный год	услов- ный год	всего	т. ч. за счет изменения	
									пого- ловья	продук- тивно- сти
	P_0	P_1	Y_0	Y_1	$Y_0 P_0$	$Y_1 P_1$	$Y_0 P_1$	$Y_1 P_1 - Y_0 P_0$	$Y_0 P_1 - Y_0 P$	$Y_1 P_1 - Y_0 P_1$
1										
2										
3										
Итого										

Изменение валового производства молока изучается с помощью индексного метода.

– индекс валового надоя $I_{вс} = \frac{\sum P_1 Y_1}{\sum P_0 Y_0}$,

где Y_0 и Y_1 – удои молока на одну голову в базисном и отчетном периодах соответственно, ц/гол.;

P_0 и P_1 – поголовье коров в базисном и отчетном периодах, гол.;

– индекс молочной продуктивности $I_y = \frac{\sum Y_1 P_1}{\sum Y_0 P_1}$;

– индекс поголовья коров

$$I_{II} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0};$$

– индекс структурных сдвигов

$$I_{стр} = \frac{\bar{Y}_{усл}}{\bar{Y}_0} = \frac{\sum Y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1} \cdot \frac{\sum Y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0}.$$

Абсолютное изменение валового надоя, ц:

$$\Delta_{вс} = \sum \Pi_1 Y_1 - \sum \Pi_0 Y_0$$

в том числе за счет изменения:

– удоя отдельных коров $\Delta_y = (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_{усл}) \sum \Pi_1 = \sum Y_1 \Pi_1 - \sum Y_0 \Pi_1;$

– численности коров $\Delta_{II} = (\sum \Pi_1 - \sum \Pi_0) \bar{Y}_0;$

– структуры стада $\Delta_{стр} = (\bar{Y}_{усл} - \bar{Y}_0) \sum \Pi_1.$

Задание 7.4 (вариант 16-20). По данным таблицы 7.7 рассчитать общие индексы физического объема, цен и стоимости реализованной продукции

Таблица 7.7 – Показатели продажи продукции животноводства

Вариант	Вид продукции	Выручено, тыс. руб.		Изменение физического объема отчетного года к базисному, %
		базисный год	отчетный год	
16	Скот и птица в живой массе	7632	7001	-18,4
	Молоко	15315	21689	13,6
	Яйца	5965	6854	33,0
17	Скот и птица в живой массе	43072	55187	-20,0
	Молоко	29264	19842	-32,0
	Яйца	6723	6325	-16,4
18	Скот и птица в живой массе	6664	4313	17,3
	Рыба товарная	1333	1661	63,8
	Молоко	17902	16563	-10,0
19	Скот и птица в живой массе	13209	13097	-10,4
	Молоко	13141	12280	5,1
	Мед	62	96	25,0
20	Молоко	167464	158501	7,5
	Прирост живой массы КРС	22228	38558	42,4
	Прирост живой массы свиней	123415	122532	-7,9

Задание 7.5 (вариант 21-25). По данным таблицы 7.8 рассчитать изменение стоимостного объема продаж вакцин в отчетном году по сравнению с базисным, в том числе за счет изменения физического объема и средних цен реализации. Сделать вывод.

Таблица 7.8 – Показатели продажи вакцин в ветеринарных аптеках

Вариант	Наименования вакцины	Выручено, тыс. руб.		Изменение уровня цен в отчетном году по сравнению с базисным, %
		базисный год	отчетный год	
21	Нобивак lepto	32452	46881	67,2
	Нобивак RL	19691	15321	73,3
	Нобивак DHPPI	1984	2061	15,9
22	Поливак ТМ	27320	26106	-23,3
	Вакдерм-F	9729	9997	38,6
	Вакдерм	1160	1179	16,4
23	Вангард Плюс 5	5514	8851	12,3
	Мультикан	2222	1435	-45,9
	Биовак DPAL	1161	1865	-78,4
24	Эурикан-ЛР	33454	43602	-14,9
	Вангард 7/L	32106	29786	30,8
	Рабизин	159	136	48,5
25	Каниген	10230	13920	6,8
	Рабиген Моно	886	502	-1,2
	Пуревакс	2867	1783	-2,4

Рекомендуемая литература

1. Банержи, А. Медицинская статистика понятным языком: вводный курс / А. Банержи, пер. с англ. под ред. В. П. Леонова. – М. : Практическая медицина, 2014. – 287 с. : ил.

2. Бондаренко, П. С. Практикум по эконометрике : учеб.-практ. пособие для бакалавров / П. С. Бондаренко, И. А. Кацко, В. И. Перцухов, А. Е. Сенникова, А. Е. Жминько, Т. В. Соловьева, Е. Д. Стеганцова, Т. Ю. Чернобыльская; под ред. П. С. Бондаренко. – Краснодар : Кубанский ГАУ, 2013. – 164 с., ил. (Серия: Вероятность, статистика и прикладные исследования в аграрном университете).

3. Долгова, В. Н. Статистика : учебник и практикум для бакалавров / В. Н. Долгова, Медведева Т. Ю. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2014. – 626 с.

4. Иода, Е. В. Статистика : учеб. пособие / Е. В. Иода. – М. : Вуз. учеб. : ИНФРА. – М., 2012. – 302 с.

5. Куренков, А. М. Статистика [Электронный ресурс] : учебник / А. М. Куренков. – Электрон. текстовые данные. – М. : Перспектива, 2012. – 770 с. – Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/12751>. – ЭБС «IPRbooks».

6. Ляховецкий, А. М. Статистика : учеб. пособие для бакалавров / А. М. Ляховецкий, Е. В. Кремьянская, Н. В. Климова; под ред. В. И. Нечаева. – Краснодар : Кубанский ГАУ, 2013. – 359 с., ил. (Серия: Вероятность, статистика и прикладные исследования в аграрном университете).

7. Степанова, С. М. Статистика [Электронный ресурс] : учебник / С. М. Степанова, С. В. Митюнина, И. Б. Яровикова. – Электрон. текстовые данные. – Иваново : Ивановская государственная текстильная академия, ЭБС АСВ, 2013. – 396 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/25506>.— ЭБС «IPRbooks».

Приложения

Приложение А

Поголовье свиней в сельскохозяйственных организациях, гол.

Вариант	Год	Группы животных							Откормочные животные
		Хряки производители	Основные свиноматки	Поросята-сосуны	Поросята-отъемыши	Ремонтный молодняк	Откормочные животные		
1	2014	11	456	1179	1018	107	5355		
	план	10	460	1200	1100	105	5400		
	2015	9	451	1086	1004	107	4899		
2	2014	14	707	1829	1580	175	3792		
	план	14	705	1820	1575	180	3780		
	2015	15	710	1839	1567	164	3805		
3	2014	49	1606	4501	3886	436	9220		
	план	45	1600	4550	3900	420	9240		
	2015	51	1619	4525	3897	438	9302		
4	2014	8	319	854	764	86	1774		
	план	7	322	858	768	85	1780		
	2015	8	331	867	766	88	1798		
5	2014	45	1217	3381	2975	330	6822		
	план	44	1220	3390	2980	330	6890		
	2015	42	1210	3351	2890	325	6780		
6	2014	7	294	806	703	76	1635		
	план	6	290	790	690	77	1615		
	2015	8	301	799	701	75	1646		
7	2014	72	4419	11995	10312	1105	23990		
	план	70	4450	12006	10568	1000	24050		
	2015	70	4489	12025	10504	1016	24078		
8	2014	60	1688	4488	3912	456	9235		
	план	60	1680	4500	3900	460	9300		
	2015	63	1706	4495	3890	468	9339		
9	2014	81	2349	6321	5510	643	13005		
	план	75	2320	6290	5130	620	13000		
	2015	76	2336	6257	5236	634	13028		
10	2014	26	1135	2984	2614	277	6139		
	план	25	1150	3010	2690	270	6160		
	2015	29	1164	3007	2612	280	6149		

Приложение Б
Ресурсы и результаты деятельности
сельскохозяйственных организаций Краснодарского края

№ п/п	Среднегодовое поголовье коров, гол.	Расход кормов на одну голову, ц. корм. ед.	Затраты на корма на одну голову, тыс. руб.	Удой молока на 1 голову, ц	Произведено молока на 1 га сельхозугодий, ц	Площадь сельхозугодий, га
1	600	40,3	70	42,3	4,6	5500
2	1120	36,4	71	41,4	4,5	10250
3	860	50,4	76	47,0	6,1	6640
4	660	52,0	86	49,0	6,6	4890
5	980	37,6	71	42,0	4,1	10100
6	440	50,9	88	50,0	7,9	2780
7	590	58,1	89	48,4	4,9	5800
8	710	38,6	70	38,0	3,2	8300
9	1010	44,0	72	44,0	3,9	11340
10	920	49,2	75	45,6	4,5	9250
11	940	49,0	77	46,2	8,6	5070
12	570	59,0	80	47,1	3,6	7420
13	890	47,4	78	48,2	6,3	6800
14	560	39,2	71	42,0	4,0	5900
15	1200	46,8	73	44,0	5,2	10200
16	960	55,3	70	46,5	3,7	12100
17	740	59,0	90	52,5	4,5	8600
18	800	37,0	69	38,9	4,5	6900
19	1220	36,2	70	39,5	3,7	13150
20	510	43,3	74	43,5	4,1	5360
21	780	38,2	73	40,1	4,8	6480
22	850	48,0	87	47,5	4,4	9120
23	990	59,0	88	50,4	5,2	9600
24	570	57,4	86	50,0	5,1	5620
25	660	43,2	75	46,0	4,4	6900
26	580	40,9	71	42,8	4,0	6200
27	820	35,8	70	42,0	4,3	8000
28	920	49,8	80	48,0	5,1	8600
29	520	50,0	90	50,4	5,0	5200
30	810	39,4	72	43,4	3,7	9500
31	650	52,2	89	51,0	4,4	7520
32	750	54,4	88	49,0	4,5	8200
33	920	39,0	71	38,0	4,4	8000
34	1010	44,4	73	44,4	4,4	10200
35	850	49,0	76	46,4	4,8	8150
36	880	49,3	77	47,0	8,0	5200
37	670	59,3	80	50,9	5,6	6040
38	720	46,6	73	44,8	4,3	7500
39	660	39,2	71	40,0	4,3	6200
40	900	47,0	73	44,6	7,3	5500

Продолжение приложения Б

№ п/п	Среднегодовое поголовье ко- ров, гол.	Расход кормов на одну го- лову, ц. корм. ед.	Затраты на корма на одну голо- ву, тыс. руб.	Удой молока на 1 го- лову, ц	Произведено молока на 1 га сельхозугодий, ц	Площадь сельхозугодий, га
41	770	58,5	89	53,6	4,2	9900
42	950	37,2	70	38,1	4,4	8200
43	1100	36,0	71	38,8	4,2	10200
44	620	40,8	74	40,0	3,2	7800
45	760	39,0	74	42,0	4,3	7400
46	1020	48,8	78	48,0	4,9	9900
47	960	56,2	80	49,5	4,8	9850
48	660	57,0	88	48,0	4,4	7250
49	990	44,8	75	45,8	4,4	10300
50	850	41,0	71	42,8	4,5	8100
51	790	37,0	70	41,3	3,9	8300
52	1100	50,0	87	48,0	4,9	10800
53	980	51,8	89	50,2	4,9	10100
54	870	38,0	72	40,9	3,7	9600
55	960	48,8	86	44,5	4,3	9900
56	770	58,5	89	53,6	4,2	9900

Оглавление

Введение.....	3
1 Абсолютные и относительные величины.....	5
2 Средние величины и показатели вариации.....	9
3 Статистические ряды распределения.....	15
4 Выборочный метод.....	25
5 Корреляционно-регрессионный анализ.....	30
6 Ряды динамики.....	35
7 Индексный метод анализа.....	42
Рекомендуемая литература.....	55
Приложения.....	56
Приложение А Поголовье свиней в сельскохозяйственных организациях Краснодарского края.....	57
Приложение Б Ресурсы и результаты деятельности сельскохозяйственных организаций Краснодарского края.....	58

СТАТИСТИКА

Методические рекомендации

Составители: **Кацко** Игорь Александрович,
Горпинченко Ксения Николаевна,
Кремянская Елена Владимировна и др.

Подписано в печать 09.02.2017. Формат бумаги 60 × 84 ¹/₁₆.

Усл. печ. л. – 3,5. Уч.-изд. л. – 2,8.

Тираж 70. Заказ №

Типография Кубанского государственного аграрного университета.
350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13