

Министерство сельского хозяйства РФ
ФГБОУ ВПО «КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра плодородства

Л. Г. Рязанова, А. В. Проворченко, И. В. Горбунов

ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ
В САДОВОДСТВЕ

Учебно-методическое пособие

Краснодар

2013

УДК 634:311.2(076)

ББК 42.3

Р99

Рецензент:

Н. В. Матузок – д-р с.-х. наук, профессор кафедры виноградарства
(Кубанский ГАУ)

Рязанова Л. Г.

Р99 Основы статистического анализа результатов исследований
в садоводстве: учеб.-метод. пособие/ Л. Г. Рязанова, А. В. Проворченко,
И. В. Горбунов. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – 61 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 110500 «Садоводство». В пособии изложены методы математической статистики для определения существенных различий между вариантами опыта, а также взаимосвязи между варьирующими признаками.

УДК 634:311.2(076)

ББК 42.3

© Рязанова Л. Г., Проворченко А. В.,
Горбунов И. В., 2013

© ФГБОУ ВПО «Кубанский
государственный аграрный
университет, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Определение основных статистических показателей количественной изменчивости.....	5
2. Методы оценки существенных различий между вариантами опыта.....	11
2.1. Метод определения существенности различий между выборками по доверительному интервалу.....	12
2.2. Метод определения существенности различий между выборками по НСР	14
3. Дисперсионный анализ однофакторного полевого опыта	16
4. Дисперсионный анализ многофакторного опыта.....	25
5. Корреляция и регрессия.....	34
6. Индивидуальные задания по определению существенных различий между вариантами опыта....	42
7. Индивидуальные задания по определению корреляционной зависимости между вариантами опыта.....	51
Рекомендуемая литература	56
Приложения	57

В В Е Д Е Н И Е

По мнению Б.А. Доспехова: «Никакая статистическая обработка не может заставить плохой опыт дать хорошие результаты». Поэтому перед исследователями всегда стоит главная задача - постановка опытов, отвечающих предъявленным к ним требованиям (типичность или репрезентативность, принцип единственного различия, достоверность опыта по существу). Выполнение этих условий позволит экспериментатору избежать систематических, а тем более грубых ошибок.

Знание математических методов позволяет получить обширный цифровой материал, систематизировать его и доказать достоверность опытных данных. Так как научный труд теряет свою ценность, если он не подтвержден математически.

1. Определение основных статистических показателей количественной изменчивости

Цель занятия. Изучить основные статистические характеристики количественной изменчивости. ха-

Задание 1. Выучить символы и термины математической статистики, которые используются при систематизации и обработки результатов экспериментов и наблюдений.

2. По индивидуальному заданию вычислить значение основных статистических параметров.

Символы и термины

N	-	объем генеральной совокупности;
n	-	объем выборки;
x_i	-	значение варьирующего признака;
μ	-	средняя арифметическая генеральной совокупности;
\bar{x}	-	средняя арифметическая выборочная;
σ^2	-	дисперсия генеральной совокупности;
σ	-	стандартное отклонение генеральной совокупности (среднее квадратическое отклонение);
S^2	-	дисперсия выборочной совокупности;
S	-	стандартное отклонение выборки (среднее квадратическое отклонение);
V	-	коэффициент вариации, изменчивости;
S_x	-	средняя ошибка выборочной средней;
$S_x\%$	-	относительная ошибка выборочной средней;
d	-	разность между выборочными средними;
S_d	-	ошибка разности между выборочными средними;
l	-	число вариантов;
n	-	число повторностей;
ν	-	число степеней свободы;

- P - вероятность;
 t - фактическое значение критерия Стьюдента;
 $t_{0.5}, t_{0.1}$ " табличные значения критерия t для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости;
 HCP_{05} - наименьшая существенная разность для 5%-ного уровня значимости.

В исследовательской работе чаще всего приходится иметь дело с количественной изменчивостью.

Количественная изменчивость – это такая изменчивость, при которой различия между вариантами выражаются количеством: биометрические показатели растений, площадь листьев (см); урожайность (ц/га) и т.д.

К числу основных статистических показателей количественной изменчивости относятся – среднее арифметическое X , дисперсия S^2 , стандартное отклонение S , коэффициент вариации V , ошибка выборки S_x , относительная ошибка выборки $S_x\%$, доверительный интервал $X + S_x$.

Средняя арифметическая определяется по формуле:

$$X = \frac{\sum X}{n} \quad (1)$$

Взвешенная средняя арифметическая:

$$X = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum f x_n}{n}, \quad \text{где} \quad (2)$$

X – значение признака, варианты;

f – частота встречаемости каждой варианты;

n - число всех вариантов (объем выборки).

Дисперсия определяется по формуле :

$$S^2 = \frac{\sum f (x-x)^2}{n-1}, \quad \text{где} \quad (3)$$

S^2 - дисперсия;
 $(x - \bar{x})^2$ - сумма квадратов отклонений;
 $n-1$ – число степеней свободы.

Стандартное отклонение рассчитывается по формуле :

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{n-1}} \quad (4)$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{S}{\bar{x}} 100 \% \quad (5)$$

Ошибка выборки (ошибка средней арифметической):

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}} \quad (6)$$

Ошибка выборки позволяет определить пределы варьирования генеральной средней $\bar{X} \pm S_x$.

Относительная ошибка выборки определяется по формуле :

$$S_{x\%} = \frac{S_x}{\bar{x}} 100\% \quad (7)$$

Указанные показатели количественной изменчивости рассчитываются только для выборок, ряды которых относятся к закону нормального распределения.

Для того чтобы определить по заданной выборке среднее арифметическое и дисперсию составляется вспомогательная таб-

лица 1.

Таблица 1- Вспомогательная таблица для вычисления средней арифметической и дисперсии по заданной выборке

№	Величина варьирующего признака, X	Частота встречаемости признака, f	fx	Отклонение от средней арифметической, $(X-X)$	Квадрат отклонения, $(X-X)^2$	$f(X-X)^2$
1	2	3	4	5	6	7
1						
2						
3						
Сумма		$\Sigma f=n$	Σfx			$\Sigma f(x-x)^2$

Первые три колонки таблицы необходимы для расчета среднего арифметического X , пятая, шестая седьмая необходимы для расчета дисперсии.

Далее по формулам рассчитываются основные статистические показатели выборки и помещаются в сводную таблицу 2.

Таблица 2 - Основные статистические показатели выборки

Средняя величина варьирующего признака, X	Дисперсия, S^2	Стандартное отклонение, S	Коэффициент вариации, $V, \%$	Ошибка выборки, S_x	Доверительный интервал, $X \pm S_x$	Относительная ошибка выборки, $S_x \%$
1	2	3	4	5	6	7

По результатам полученных данных, делается анализ выборки, при этом обращается внимание на интервал, в котором колеблется средняя выборки, на коэффициент вариации V и относительную ошибку выборки $S_x \%$.

Расчет основных статистических показателей представлен в таблице 3.

Таблица 3 - Вспомогательная таблица для вычисления статистических показателей выборки по определению средней длины побега(годового прироста) молодых деревьев яблони сорта Голден Делишес

Средняя длина побега, см	Частота встречаемости признака, F	fx	Отклонение от среднего арифметического, (X-X)	Квадрат отклонения, (X-X) ²	f(X-X) ²
20	1	20	-28	784	784
30	3	90	-18	324	972
35	3	105	-13	169	507
36	1	36	-12	144	144
39	1	39	-9	81	81
40	5	200	-8	64	64
42	2	84	-6	36	72
45	7	315	-3	9	63
49	2	98	1	1	2
50	5	250	2	4	20
51	1	51	3	9	9
53	1	53	5	25	25
55	7	385	7	49	343
59	1	59	11	121	121
60	4	240	12	144	576
61	1	61	13	169	169
62	1	62	14	196	196
63	1	63	15	225	225
65	1	65	17	289	289
70	1	70	22	484	484
75	1	75	27	729	729
	Σf=n=50	Σfx=2421			Σf(X-X)²=6131

$$X = \frac{2421}{50} = 48,4 \approx 48$$

$$S^2 = \frac{\sum f(x-x)^2}{n-1} = \frac{6131}{49} = 125,1$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum f(x-x)^2}{n-1}} = \sqrt{125,1} = 11,1 \approx 11$$

$$V = \frac{S}{x} 100 = \frac{11,1}{48} 100 = 22,9 \approx 23 \%$$

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{11}{\sqrt{50}} = 1,6$$

$$S_{x\%} = \frac{S_x}{x} 100\% = \frac{1,6}{48} 100\% = 3,3 \%$$

Таблица 4 - Основные статистические показатели выборки по определению средней длины побега у молодых деревьев яблони сорта Голден Делишес

Средняя длина побега, см	Дисперсия, S^2	Стандартное отклонение, $S, \%$	Коэффициент вариации, $V, \%$	Ошибка выборки, S_x	Средняя длина побега, см (доверительный интервал), $\bar{X} \pm S_x$	Относительная ошибка выборки, %
48	125	11	23	1,6	$48 \pm 1,6$ 46,4 - 49,6	3,3

Выводы. Средняя длина побега у молодых деревьев яблони сорта Голден Делишес колеблется от 46,4 до 49,6 см, варьирование считается сильным, так как коэффициент вариации равен 23%. Вы-

борка подобрана точно. Точность опыта, подтвержденная величиной относительной ошибки, равной 3,3 %, свидетельствует о том, что выборка отражает характеристику генеральной совокупности.

2. Методы оценки существенных различий между вариантами опыта

Цель занятия. Изучить методы оценки различий между вариантами.

Задание 1. Научиться определять существенность различий между вариантами по доверительному интервалу и наименьшему существенному различию.

2. По индивидуальному заданию определить существенность различий между вариантами.

К числу одной из основных задач в математической статистике относится решение вопроса о существенности различий между средними арифметическими двух или нескольких выборок.

Решение вопроса о существенности различий сводится к проверке нулевой гипотезы H_0 . Нулевая гипотеза – это гипотеза об отсутствии существенных различий между фактическими значениями выборок.

Принять нулевую гипотезу – означает признать, что между фактическими данными отсутствуют различия. Математически это записывается так: $H_0 = 0$.

Опровергнуть нулевую гипотезу – значит принять, что между фактическими данными есть существенные различия: $H_0 \neq 0$.

Существует несколько методов оценки существенности различий между полученными экспериментальными данными: по доверительному интервалу и по величине наименьшей существенной разницы (НСР).

2.1. Метод определения существенности различий между вы-

борками по доверительному интервалу

Этим методом можно сравнить результаты двух и более вариантов. Для этого необходимо определить доверительный интервал - область в которой оценивается средняя выборки

$$\bar{X} \pm tS_x,$$

где \bar{X} – средняя выборки, t -критерий Стьюдента,
 S_x - ошибка выборки.

При большом количестве вариантов каждый из них сравнивают с контролем или с друг другом. Если доверительные интервалы перекрывают друг друга или имеют общую площадь, разница между вариантами незначительная; если не перекрывают – разница существенная.

Пример. При изучении влияния некорневой обработки калием на накопление сухих веществ в плодах яблони учет проводили через 20 дней после обработки в 8-кратной повторности. Установлено, что при использовании калия количество сухих веществ (г) в плодах составило **12; 17; 9; 7; 14; 11; 8; 10**, а в контрольном варианте (без обработки) – **6; 4; 5; 3; 7; 6; 4; 5**.

Необходимо определить, существенно ли влияние обработки калийными удобрениями на накопление сухих веществ в плодах яблони : $H_0 = 0$ или $H_0 \neq 0$.

Доверительный интервал для первого варианта рассчитывается по формуле: $\bar{X}_1 \pm t S_{x_1}$, для второго – $\bar{X}_2 \pm t S_{x_2}$.

Для расчета средней по каждому варианту и ошибки выборки для каждого варианта составляют вспомогательную таблицу 5.

Таблица 5 - Статистическая обработка данных опыта по изучению влияния калия на накопление сухих веществ в плодах яблони

Вариант 1: Обработка калийными удобрениями			Вариант 2: Контроль (без обработки)		
\bar{X}	$(X-\bar{X})$	$(X-\bar{X})^2$	\bar{X}	$(X-\bar{X})$	$(X-\bar{X})^2$

12	+1	1	6	+1	1
17	+6	36	4	-1	1
9	-2	4	5	0	0
7	-4	16	3	-2	4
14	+3	9	7	+2	4
11	0	0	6	+1	1
8	-3	9	4	-1	1
10	-1	11	5	0	0
$\Sigma 88$			$\Sigma 40$		
$X_1=11$		$\Sigma 86$	$X_2=5$		$\Sigma 12$

Рассчитав суммы квадратов отклонений для каждого варианта, рассчитывают дисперсии и ошибки выборок.

Первый вариант

$$S_1^2 = \frac{86}{7} = 12,2$$

$$S_1 = \sqrt{S_1^2} = 3,5$$

$$S_{x1} = \frac{S_1}{\sqrt{n}} = \frac{3,5}{\sqrt{8}} = \frac{3,5}{2,8} = 1,25$$

Второй вариант

$$S_2^2 = \frac{12}{7} = 1,7$$

$$S_2 = \sqrt{S_2^2} = 1,3$$

$$S_{x2} = \frac{S_2}{\sqrt{n}} = \frac{1,3}{2,8} = 0,46$$

После того как рассчитали среднее для каждого варианта и ошибки выборок определяют величину интервалов. При этом t -критерий находится для каждого варианта на 5 или 1%-ном уровнях значимости по таблице приложений 1, для числа степеней свободы $n-1=8-1=7$. В данном случае t_{01} для обоих вариантов равен:

$$X_1 \pm t S_{x1} = 11 \pm 3,5 \times 1,25 = 11 \pm 4,3 \quad (6,7 \div 15,3)$$

Доверительный интервал для второго варианта равен:

$$X_2 \pm t S_{x2} = 5 \pm 3,5 \times 0,46 = 5 \pm 1,6 \quad (3,4 \div 6,6)$$

Откладываем в произвольных единицах доверительные интервалы на прямой (рисунок 1).



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Рисунок 1 – Доверительные интервалы данных опыта по изучению влияния калийных удобрений на накопление в плодах яблони сухих веществ

Вывод: Доверительные интервалы не перекрываются и не имеют общей площади, следовательно, калийные удобрения оказывают существенное влияние на накопление сухих веществ в плодах.

2.2. Метод определения существенности различий между выборками по НСР

Наименьшая существенная разность – это величина, указывающая границу предельным случайным отклонениям, выше которой разница считается существенной. Измеряется в тех же единицах, что и изучаемый признак. Определяется по формуле:

$$\text{НСР} = t \times S_d, \text{ где} \quad (8)$$

t-критерий Стьюдента находится по таблице приложений 1, для числа степеней свободы n_1+n_2-2 .

S_d – ошибка разности, которая равна :

$$S_d = \sqrt{S_{x1}^2 + S_{x2}^2} ; \quad (9)$$

Если фактическая разность между вариантами $d < \text{НСР}$, то $H_0 = 0$ и нулевая гипотеза принимается, т.е. разница между вариантами несущественная.

Если $d \geq \text{НСР}$, то $H_0 \neq 0$, нулевая гипотеза отвергается, т.е. разница между вариантами существенная.

В нашем примере ошибка разности равна :

$$S_d = \sqrt{1,25^2 + 0,46^2} = \sqrt{1,56 + 0,21} = \sqrt{1,77} = 1,33$$

t-критерий находится для числа степеней свободы $8+8-2=14$ и по таблице приложений 1 и на 1% уровне значимости равен 2,98.

$$HCP = 2,98 \times 1,33 = 3,9$$

Разница между вариантами $d = 11 - 5 = 6$; $6 > 3,9$

Фактическая разница между вариантами больше HCP, значит различия между вариантами существенны.

Результаты оценки существенности различий двумя методами проверки нулевой гипотезы совпали.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое выборочная совокупность и чем она отличается от генеральной?
- 3 Что такое объем выборки?
- 4 Что такое изменчивость и какая она бывает ?
- 5 Перечислите основные статистические характеристики количественной изменчивости.
- 6 Дайте определение средней арифметической выборочной. Чем она отличается от средней арифметической генеральной?
- 7 Что показывает стандартное отклонение?
- 8 Зачем нужен коэффициент вариации?
- 10 Что характеризует ошибка средней арифметической выборочной?
- 11 Что подразумевается под оценкой существенности выборочной разности? Зачем она нужна

3. Дисперсионный анализ однофакторного полевого опыта

Цель занятия. Изучить основы дисперсионного анализа

Задание. По индивидуальному заданию, исходя из схемы и методики опыта, построить дисперсионный комплекс и выполнить его анализ.

Применение метода дисперсионного анализа требует построения дисперсионного комплекса; структура которого определяется схемой и методикой опыта. Варианты опыта соответствуют уровням дейст-

вия и взаимодействия факторов. Число повторностей в каждом его, варианте может быть как одинаковым, так и различным.

Когда в ходе исследования изучается влияние на результативный показатель одного фактора на различных уровнях его действия, то речь идет об однофакторном дисперсионном анализе, если же исследуют влияние нескольких факторов и их комбинаций, то говорят о многофакторном дисперсионном анализе.

Поскольку при дисперсионном анализе данные всех опытных делянок обрабатываются вместе, этот метод целесообразно применять в том случае, когда схема опыта содержит много вариантов. В подобной ситуации метод попарного сравнения данных, например, средних урожаев, становится громоздким и нерациональным, так как по каждому варианту надо вычислить все основные статистические параметры и лишь после этого сравнить результаты каждого опытного варианта с результатами контроля и между собой.

Кроме того, что метод дисперсионного анализа позволяет избежать громоздких расчетов, к его преимуществу относится и то, что возникает возможность определить степень воздействия на изменчивость рассматриваемого признака изучаемых факторов (факториальная дисперсия) в отдельности и в различных сочетаниях друг с другом, а также влияние других случайных факторов, неучтенных исследователем (остаточная дисперсия). Понятно, что если мы будем сравнивать средние в двух выборках, дисперсионный анализ в принципе даст тот же результат, что и обычный метод попарного сравнения через t -критерий.

При выполнении дисперсионного анализа предполагается, что генеральные совокупности, т.е. варианты опыта, распределены по нормальному закону, имеют какую-то одинаковую дисперсию и различные математические ожидания (средние арифметические генеральных совокупностей). Из этих вариантов делаются выборки (т.е. получают результаты опыта) на основании которых вычисляют выборочные средние арифметические и устанавливают значимо или незначимо различие между ними, т.е. проверяют, не принадлежат ли они одной и той же генеральной сово-

купности.

Дисперсионный анализ широко используется для планирования эксперимента и статистической обработки данных. Он позволяет проверить нулевую гипотезу между большим количеством вариантов при сочетании изучаемых приемов. Разработан английским ученым Фишером и основан на законе распределения отношения средних квадратов (дисперсий):

$$\frac{\text{Средний квадрат выборочных средних}}{\text{средний квадрат объекта}} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = F_{\phi} \quad (10)$$

Основные этапы дисперсионного анализа. Весь дисперсионный анализ можно разделить на 2 этапа:

Первый этап – сводится к определению наличия в опыте вариантов с существенными различиями. Для этого определяется значение критерия $F_{\text{факт}}$, которое сравнивается по специальным таблицам приложений 2 или 3 с $F_{\text{теор}}$. Если $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$ - это означает, что в опыте подтверждается « нулевая» гипотеза и между вариантами отсутствуют существенные различия $H_0 = 0$. Дальнейшая обработка экспериментальных данных прекращается.

Если $F_{\text{факт}} \geq F_{\text{теор}}$ - это означает, что между опытными вариантами есть существенные различия и нулевая гипотеза опровергается $H_0 \neq 0$. В таком случае необходимо приступить ко второму этапу обработки экспериментальных данных.

Второй этап - сводится к определению величины наименьшей существенной разницы. Сущность дисперсионного анализа заключается в расчленении общей суммы квадратов отклонений и общего числа степеней свободы на части – компоненты соответствующие структуре эксперимента.

Дисперсия определяется по формуле:

$$S^2 = \frac{\sum f(x-x)^2}{N-1} \quad (11)$$

Поэтому проводится разложение общей дисперсии на дисперсию вариантов и повторностей.

В однофакторном полевом опыте с L -вариантами и n – повторениями общей дисперсии S^2_y будет соответствовать общая сумма квадратов отклонений C_y .

Общая сумма квадратов будет разлагаться на 3 части:

1. Варьирование повторений $C_p - S_p$;
2. Варьирование вариантов $C_v - S_v$;
3. Остаточное (случайное) варьирование $C_z - S^2$.

Общее число степеней свободы будет определяться по следующей формуле:

$$(N-1) = (n-1) + (L-1) + (n-1) \times (L-1), \text{ где:} \quad (12)$$

N - общее число наблюдений;

n - количество повторностей;

L - количество вариантов.

Суммы квадратов C_v и C_z делят на соответствующие им степени свободы и в результате получают две дисперсии:

$$S^2_v = \frac{C_v}{L-1} \quad (13)$$

Далее определяют

$$S^2 = \frac{C_v}{(n-1)(L-1)} \quad (14)$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{S^2_v}{S^2} \quad \text{и} \quad F_{\text{теор}}$$

по таблице приложений для 5%- ного или 1%-ного уровней значимостей.

$F_{\text{теор}}$ находят для числа степеней свободы вариантов (числитель) числа степеней свободы ошибки $(n-1) \times (L-1)$.

Нулевая гипотеза проверяется следующим образом:

1. Если $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$, то $H_0: d=0$, значит в опыте между вариантами нет существенных различий. В этом случае дальнейшую обработку данных опыта прекращают.

2. Если $F_{\text{факт}} > F_{\text{теор}}$, то $H_0: d \neq 0$, значит в опыте находят варианты , разница между которыми существенная. В этом случае приступают к следующему этапу обработки экспериментальных данных.

Дополнительно проводят оценку существенности различий по НСР:

$$\text{НСР} = t_{05} \cdot s_d ;$$

Для этого по данным дисперсионного анализа вычисляют обобщенную ошибку средней:

$$S_x = \sqrt{\frac{S^2}{N}} \quad (15)$$

и ошибку разности средних:

$$S_d = \frac{S^2}{N} \quad (16)$$

Теоретическое значение t критерия находят для числа степеней свободы остаточной дисперсии $(n-1)$ $(L-1)$ по таблице приложений 2 или 3.

Суммы квадратов отклонений по данным полевого опыта с L -вариантами и n -повторениями находятся в следующей последовательности (таблица 6).

Таблица 6 - Расположение данных опыта

Вариант	Показатели по повторениям X				Суммы по вариантам, V	Среднее по варианту
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄		
1	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	V ₁	X ₁
2	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	V ₂	X ₂
3	X ₃₁	X ₃₂	X ₃₃	X ₃₄	V ₃	X ₃
4	X ₄₁	X ₄₂	X ₄₃	X ₄₄	V ₄	X ₄
5	X ₅₁	X ₅₂	X ₅₃	X ₅₄	V ₅	X ₅
Суммы по повторениям ΣP	P₁	P₂	P₃	P₄	ΣP=ΣV=ΣX	X

Затем вычисляют:

1. Общее число наблюдений $N=L \times n$ (17)
2. Корректирующий фактор (поправку) $C=(\Sigma X^2 : N)$ (18)

3.Общую сумму квадратов $C_y = \Sigma X^2 - C$ (19)

4.Сумму квадратов для повторений $C_p = \Sigma P^2 : L - C$ (20)

5.Сумму квадратов для вариантов $C_v = \Sigma V^2 : n - C$ (21)

6. Сумму квадратов для ошибки (остатка) $C_z = C_y - C_p - C_v$ (22)

Далее составляется общая таблица дисперсионного анализа (таблица 7).

Таблица 7 - Общая таблица дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	F _{факт.}	F _{теор.}
Общая C_y	$\Sigma X^2 - C$	N-1	-	-	-
Повторений C_p	$\Sigma P^2 : L - C$	n-1	-	-	-
Вариантов C_v	$\Sigma V^2 : n - C$	L-1	S^2_v	$\frac{S^2_y}{S^2}$	Находится по таблице
Остаток ошибки C_z	$C_y - C_p - C_v$	(L-1)(n-1)	S^2		

Пример. Провести дисперсионный анализ данных опыта по изучению влияния подвоя на среднюю массу плода сливы сорта Блюффри.

Таблица 8 – Влияние подвоя на массу плодов сливы сорта Блюффри

Вариант	Показатели по повторениям X				Суммы по вариантам, V	Среднее по варианту
	1	2	3	4		
С. сливы	41,8	40,0	43,0	41,6	166,4	41,6
Кубань 86	47,8	46,9	45,4	44,1	184,2	46,0
Эврика 99	53,7	50,3	50,6	48,0	202,6	50,6
Дамаск	46,7	42,0	43,0	40,7	172,8	43,2
ВСВ - 1	48,0	47,0	45,9	45,7	186,6	46,6
Суммы по повторениям ΣP	238,0	226,2	228,3	220,1	912,6	$X=45,6$

В таблице 8 подсчитывают ΣV (по вариантам) и суммы ΣP (по повторностям) $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X$, где ΣX - общая сумма.

Для вычисления суммы квадратов исходные цифры целесобразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее значение A число **45** близкое к X .

Преобразованные цифры записывают в таблицу 9. Правильность расчетов проверяют по равенству

$$\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 12,6.$$

Таблица 9 - Таблица преобразованных цифр

Вариант	$X_1 = X - 45$				Суммы по вариантам, V
	1	2	3	4	
С. сливы	-3,2	-5,0	-2,0	-3,4	-13,6
Кубань 86	2,8	1,9	0,4	-0,9	4,2
Эврика 99	8,7	5,3	5,6	3,0	22,6
Дамаск	1,7	-3,0	-1,6	-4,3	-7,2
ВСВ - 1	3,0	2,0	0,9	0,7	6,6
Суммы по повторениям ΣP	13,0	1,2	3,3	-4,9	12,6

Вычисления сумм квадратов отклонений ведется в следующей последовательности:

Общее число наблюдений: $N = L \times n$;

Корректирующий фактор $C = (\Sigma X_1)^2 : N = (12,6)^2 : 20 = 7,93$;

$$C_y = [(-3,2)^2 + (-5,0)^2 + (-2,0)^2 + \dots + (0,9)^2 + (0,7)^2] - 7,93 = 252,07$$

$$C_p = \Sigma P^2 : L - C = [13,0^2 + 1,2^2 + 3,3^2 + (-4,9)^2] : 5 - 7,93 = (169 + 1,44 + 10,89 + 24,0) : 5 - 7,93 = 205,33 : 5 - 7,93 = 33,07$$

$$C_v = \Sigma V^2 : n - C = [(-13,6)^2 + (4,2)^2 + (22,6)^2 + (-7,2)^2 + (6,6)^2] : 4 - 7,93 = 808,7 : 4 - 7,93 = 202,1 - 7,93 = 194,2$$

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 252,07 - 33,07 - 194,2 = 24,8.$$

Далее составляется общая таблица дисперсионного анализа

(таблица 10).

Таблица 10 - Общая таблица дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	F _{факт}	F ₀₅
Общая	252,07	19			
Повторений	33,07	3			
Вариантов	194,2	4	48,6	23,1	3,26
Остаток (ошибки)	24,8	12	2,1		

Дисперсия вариантов (средний квадрат определяется по формуле 13):

$$S^2_v = \frac{C_v}{L-1} = \frac{194,2}{4} = 48,6;$$

Дисперсия ошибки определяется по формуле 14:

$$S^2 = \frac{C_z}{(n-1)(L-1)} = \frac{24,8}{12} = 2,1$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{S^2_v}{S^2} = \frac{48,6}{2,1} = 23,1$$

$F_{\text{теор}}$ находится по таблице приложений 2 или 3 для четырех степеней свободы дисперсии вариантов числитель и для 12 степеней свободы остатка (знаменатель).

Если $F_{\text{факт}} > F_{\text{теор}}$ т.е. $23,1 > 3,26$ значит, в опыте есть варианты с существенными различиями.

Для оценки существенности различий вычисляют ошибку опыта S_x , ошибку разности средних S_d и НСР на 5% или 1% уровнях значимости.

$$S_x = \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \sqrt{\frac{2,1}{4}} = \sqrt{0,5} = 0,7;$$

$$S_x\% = \frac{S_x}{x} \cdot 100 = \frac{0,7}{45} \cdot 100 = 1,5\%;$$

$$S_d = \sqrt{\frac{2S^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,1}{4}} = \sqrt{1,1} = 1,1$$

$$HCP_{05} = t_{05} \times S_d = 2,18 \times 1 = 2,2$$

t_{05} – берется из таблицы приложений 3 для 12 степеней свободы остатка.

Далее составляется итоговая таблица экспериментальных данных (таблица 11) делается вывод.

Таблица 11 - Влияния подвоя на среднюю массу плодов сливы сорта Блюфри.

Вариант	Средняя масса плода, г
С. сливы	41,6
Кубань 86	46,0
Эврика 99	50,6
Дамаск	43,2
ВСВ - 1	46,6
HCP_{05}	2,2

Вывод: Использование различных подвоев способствует увеличению массы плодов. Разница по сравнению с контролем в вариантах с применением подвоев Кубань 86, Эврика 99 и ВСВ-1 существенная, т.к. превышает значение $HCP(2,2 \text{ г.})$. Подвой Да-

маск не обеспечил существенного увеличения массы плодов, разница по сравнению с контролем составила 1,6 г., что ниже НСР.

Контрольные вопросы

1. Что такое корректирующий фактор?
2. Напишите формулы для определения остаточной дисперсий.
3. Как определить числа степеней свободы вариации для общей, факторной и остаточной дисперсий?
4. Как произвести расчет наблюдаемого (фактического) значения критерия F ?
5. С какой целью сравниваются фактическое и критическое (табличное) значения критерия F ?
6. Что делать если влияние факторов на результативный показатель незначимо?
7. Напишите и объясните формулу определения ошибки средней арифметической и ошибки разности при дисперсионном анализе.
8. Что такое наименьшая существенная разность?

4. Дисперсионный анализ многофакторного опыта

Цель занятия

Освоить расчеты при дисперсионном анализе для многофакторного полевого опыта.

Задание По индивидуальному заданию, исходя из схемы и методики двухфакторного полевого опыта, построить дисперсионный комплекс и выполнить его анализ.

На предыдущих занятиях мы с вами рассматривали применение метода дисперсионного анализа для обработки опытных данных однофакторного полевого опыта, т.е. когда изучается влияние на результативный показатель только одного фактора на нескольких уровнях действия.

В более сложных случаях при изучении двух и более факторов ставится задача оценить не только действие каждого фактора в от-

дельности, но и результат их взаимодействия (особый вид эффекта) который измеряется разностью между величиной эффекта от совместного влияния факторов и суммой эффектов от них при раздельном действии. При этом различают следующие варианты взаимодействия:

суммарное (аддитивность) - если факторы между собой не взаимодействуют, т.е. действуют на результативный фактор независимо друг от друга. В этом случае эффект их совместного применения равняется сумме эффектов каждого из них в отдельности; **положительное (синергизм)** - совместное действие факторов усиливает слагаемый эффект. Эффект их совместного воздействия больше суммы эффектов каждого из них в отдельности; **отрицательное (антагонизм)** - эффект от совместного воздействия факторов меньше суммы эффектов их действия каждого в отдельности.

Другими словами многофакторный опыт дает нам ценную информацию о взаимодействии различных факторов которую не получишь постановкой ряда однофакторных опытов. Поэтому его статистический анализ должен количественно установить не только достоверность влияния на результативный признак каждого фактора, но и их сочетаний, т.е. разложить сумму квадратов для вариантов на соответствующие источники варьирования.

Пусть в двухфакторном полевом опыте изучалось действие двух градаций фактора А (орошения) и трех градаций фактора В (густоты посадки картофеля).

Таблица 12

Таблица данных двухфакторного полевого опыта

Фактор А (орошение)	Фактор В (густота посадки)	Урожайи по повторностям , в т с 1 га				суммы V	среднее, X _v
		1	2	3	4		

1	1	26,4	26,6	26,3	26,2	105,5	26,7
	2	27,0	27,1	26,8	25,8	106,7	26,8
	3	25,5	25,4	25,3	25,6	101,8	25,5
2	1	26,5	26,8	26,8	28,0	108,1	27,2
	2	27,2	28,2	27,0	28,2	110,6	27,5
	3	27,7	28,4	26,5	27,8	110,4	27,0
Суммы P		160,3	162,5	158,7	161,6	643,1	26,80

Вначале обработку проводят как обычно:

- ♦ общее число наблюдений

$$N = l_A * l_B * n = 24;$$

- ♦ суммарный урожай

$$\sum x_i = 643.1;$$

- ♦ корректирующий фактор

$$C' = \frac{(\sum x_i)^2}{N} = \frac{(643.1)^2}{24} = 17232.4;$$

общее варьирование

$$C = \sum x_i^2 - C' = (26.4^2 + 26.6^2 + \dots + 27.8^2) - 17232.4 = 19.39;$$

- ♦ варьирование повторений

$$\begin{aligned}
 C_p &= \frac{\sum(\sum P)^2}{l} - C' = \\
 &= \frac{(160.3^2 + 162.5^2 + 158.7^2 + 161.6^2)}{6} - 17232.4 = \\
 &= \frac{103402.6}{6} - 17232.4 = \\
 &= 17233.77 - 17232.4 = 1.36;
 \end{aligned}$$

варьирование вариантов

$$\begin{aligned}
 C_v &= \frac{\sum(\sum V)^2}{n} - C' = \\
 &= \frac{(105.5^2 + 106.7^2 + 101.8^2 + 108.1^2 + 110.6^2 + 110.4^2)}{4} - 17232.4 = \\
 &= \frac{68984.51}{4} - 17232.4 = 13,73;
 \end{aligned}$$

♦ остаточное варьирование

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_z &= C - (C_p + C_v) = \\
 19.39 &- (1.36 + 13.73) = 4.30.
 \end{aligned}$$

После этих расчетов составляем таблицу дисперсионного анализа, определяем значения критерия F и даем общую оценку существенности различий между вариантами.

Таблица 13 - Таблица дисперсионного анализа

Вид рассеяния	Сумма квадратов отклонений	Число степеней свободы	Средний квадрат (дисперсия)	$F_{\text{факт}}$	F_{05}
Общее	19,39	23,00			
Повторений	1,36	3,00			
Вариантов	13,73	5,00	2,7	9,58	2,90
Остаточное	4,30	15,00	0,2		

Таким образом, в результате проверки нулевой гипотезы влияние изучаемых факторов на результативный показатель оказалось существенным, так как $F_{\phi} \geq F_{05}$. При однофакторном опыте, мы перешли бы к сравнению вариантов между собой и оценке существенности различий между ними. В нашем же случае надо межгрупповую дисперсию, измеряющую вариацию результативного признака под влиянием двух факторов разложить на частные межгрупповые дисперсии, которые характеризуют варьирование результативного признака под влиянием каждого фактора и их взаимодействия в отдельности, а затем определить значимость их воздействия. Для удобства можно составить таблица 14.

Таблица 14 - Расчет действия и взаимодействия изучаемых факторов

Фактор А (орошение)	Фактор В (густота посадки)			Суммы А
	1	2	3	
1	105,5	106,7	101,8	314
2	108,1	110,6	110,4	329,1

Суммы В	213,6	217,3	212,2	643,1
---------	-------	-------	-------	-------

Как это было сказано выше, разложим варьирование (суммы квадратов) обусловленное вариантами на составляющие его компоненты:

- сумма квадратов отклонений обусловленных воздействием фактора А (так называемый главный эффект от орошения)

$$C_A = \frac{\sum \bar{x}_A^2}{l_B * n} - C' = \frac{(314.0^2 + 329.1^2)}{3 * 4} - 17232.4 = 9.50,$$

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы;

сумма квадратов отклонений обусловленных воздействием фактора В (главный эффект от густоты посадки)

$$C_B = \frac{\sum \bar{x}_B^2}{l_A * n} - C' = \frac{(213.6^2 + 217.3^2 + 212.2^2)}{2 * 4} - 17232.4 = 1.74,$$

при $(l_B - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы;

- сумма квадратов отклонений обусловленная взаимодействием изучаемых факторов А и В

$$C_{AB} = C_V - (C_A + C_B) = 13.73 - (9.50 + 1.74) = 2.49,$$

при $(l_A - 1) * (l_B - 1) = (2 - 1) * (3 - 1) = 2$ степенях свободы.

Разложив сумму квадратов для вариантов на составные части можно их выразить в процентах:

Влияние повторений	–	1,36	7,01%
Влияние фактора А		9,50	48,99

Влияние фактора В	1,74	8,97%
Влияние взаимодействия АВ	2,49	12,84%
Влияние случайных факторов	4,30	22,18%
Влияние всех факторов	19.39	100%

Таким образом, разложение межгрупповой дисперсии на составляющие позволило нам определить доли влияния на результативный показатель каждого из факторов и их взаимодействия в отдельности.

Для определения значимости влияния изучаемых факторов и их взаимодействия произведем проверку нулевой гипотезы о равенстве несмещенных факторных и остаточной дисперсий комплекса с использованием критерия Фишера.

Таблица 15 - Сводная дисперсионного анализа

Вид рассеяния	Сумма квадратов отклонений	Число степеней свободы	Средний квадрат (дисперсия)	F_{ϕ}	F_{05}
Общее, в том числе:	19,39	23,00			
Повторений	1,36	3,00			
фактора А	9,50	1,00	9,50	33,14	4,50
фактора В	1,73	2,00	0,87	3,02	3,70
взаимодействия АВ	2,49	2,00	1,25	4,34	3,70
Остаточное	4,30	15,00	0,29		

Из данных таблицы следует что нулевая гипотеза о равенстве факторной и остаточной дисперсий, находит свое подтверждение только в отношении фактора В (орошение). Влияние на результативный показатель (урожайность картофеля) изучаемого фактора А (орошение), а также влияние совместного воздействия факторов А и В значимо.

Для оценки значимости различий между средними арифметическими различных уровней, а следовательно, и

между средними генеральных совокупностей, выборками из которых являются данные нашего опыта определим с использованием критерия Стьюдента границы максимального варьирования средних под действием случайных факторов, а затем попарно сравним межгрупповые средние между собой:

1. для частных (групповых) средних

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.29 * 0.29}{4}} = \sqrt{\frac{0.0841}{4}} = \sqrt{0.021} = 0.14y / za$$

$$S_d = \sqrt{2 * S_x^2} = 1.41 * S_{\bar{x}} = 1.41 * 0.145y / za = 0.20y / za$$

$$HCP_{0.5} = t_{0.5} * S_d = 2.1 * 0.20y / za = 0.42y / z$$

2. между средними по фактору А

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n * l_b}} = \sqrt{\frac{0.29 * 0.29}{4 * 3}} = \sqrt{\frac{0.0841}{12}} = \sqrt{0.007} = 0.08y / za$$

$$S_d = \sqrt{2 * S_x^2} = 1.41 * S_{\bar{x}} = 1.41 * 0.08y / za = 0.11y / za$$

$$HCP_{0.5} = t_{0.5} * S_d = 2.1 * 0.11y / za = 0.23y / z$$

3. между средними по фактору В и взаимодействию АВ

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n * l_a}} = \sqrt{\frac{0.29 * 0.29}{4 * 2}} = \sqrt{\frac{0.0841}{8}} = \sqrt{0.01} = 0.10 \text{ ц / га}$$

$$S_d = \sqrt{2 * S_x^2} = 1.41 * S_x = 1.41 * 0.10 \text{ ц / га} = 0.14 \text{ ц / га}$$

$$HCP_{05} = t_{Q5} * S_d = 2.1 * 0.14 \text{ ц / га} = 0.29 \text{ ц / га}$$

Результаты опыта для наглядности сводим в таблицу

Таблица 16 - Результаты опыта

Орошение, фактор (А)	Кол-во растений на га, фактор (В)			средние по фак- тору А (HCP ₀₅ =0.23)
	50	70	90	
Без орошения	26.4	26.7	25.4	26.2
Обильное	27.0	27.7	27.6	27.43
Средние по фактору В (HCP ₀₅ =0.29)	26.7	27.2	26.5	-
HCP ₀₅ =0,42 для сравнения частных средних.				

Таким образом, в нашем примере разность между групповыми средними превышает границу их варьирования под воздействием случайных факторов, и мы можем сделать вывод о том, что уровни действия и взаимодействия факторов различаются значительно.

Контрольные вопросы.

1. Изложите общий алгоритм многофакторного

- дисперсионного анализа.
2. Виды взаимодействия факторов на результативный признак?
 3. Что понимается под градациями факторов?
 4. Как в многофакторном опыте производится разложение общей дисперсии на составляющие?

5. Корреляция и регрессия

Цель занятия. Освоить проведение парного линейного регрессионного и корреляционного анализов.

Задание:

1. Изучить основные формулы расчета для установления корреляционной зависимости.
2. Изучить формулы и основные этапы проведения регрессионного анализа.

Рассмотренные ранее методы статистического анализа позволяют оценить экспериментальные данные в отношении точности результатов и достоверности выводов, то есть установить те допустимые пределы, в которых сделанные выводы являются определенными и достаточно надежными.

Между тем во многих агрономических исследованиях важно установить зависимость между признаками и ее характер. Например, существует ли связь между урожаем плодов и количеством плодовых деревьев на единице площади сада или количеством выпавших осадков и т.п. К установлению парных зависимостей типа $y = f(x)$ относится подавляющее большинство агрономиче-

ских исследований.

В научных исследованиях экспериментатор сталкивается с двумя видами связей изучаемых явлений: функциональными и корреляционными.

Принято называть значения:

x - независимая переменная, аргумента.

y – зависимая переменная, функция, результативный признак.

Функциональными называются связи, когда каждому значению одной величины x соответствует строго определенное значение другой величины y . Но чаще встречаются такие связи, когда каждому значению признака соответствует множество значений y , в том числе и одинаковым. Такие связи называются **корреляционными** (латинское слово *correlatio* – соотношение).

Виды корреляции и регрессии.

Для установления тесноты зависимости между признаками в математической статистике разработаны специальные методы, позволяющие определить силу и форму связи. Это корреляционный и регрессионный анализы.

Корреляционный анализ определяет направление и степень связи признаков. Регрессионный анализ устанавливает количественное изменение функции y при изменении x на единицу измерения.

По форме корреляция может быть линейная и криволинейная, по направлению прямая и обратная, положительная и отрицательная. Под линейной (прямолинейной) корреляционной зависимостью между двумя признаками x и y понимают такую зависимость, которая носит линейный характер и выражается уравнением прямой линии $y = a + bx$. Линейная регрессия y на x показывает, как изменяется в среднем величина y при изменении величины x . Если при увеличении x величина y в среднем увеличивается, то корреляция и регрессия называется положительной или прямой, а если с увеличением x значение y в среднем уменьшается – отрицательной, или обратной.

Корреляционный анализ.

Для анализа линейной корреляции между x и y проводят n

независимых параллельных наблюдений $(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_n; y_n)$. По этим значениям определяют коэффициент корреляции r .

$$r = \frac{\sum (x-x)(y-y)}{\sqrt{\sum(x-x)^2 \sum(y-y)^2}} \quad (23) \text{ или}$$

$$r = \frac{\sum xy - (\sum x \sum y) : n}{\sqrt{\sum x^2 - (\sum x)^2 : n (\sum y^2 - (\sum y)^2 : n)}} \quad (24)$$

Коэффициент r изменяется в области $-1 < r < +1$. При очень тесной связи, приближающейся к функциональной, $r = +1$ для положительных связей, и $r = -1$ для отрицательных. Чем ближе r к $+1$ или к -1 , тем теснее прямолинейная корреляционная связь. Приближение r к 0 свидетельствует об ослаблении корреляционной связи. При $r = 0$ линейная связь отсутствует, но может существовать криволинейная зависимость.

Связь двух зависимых величин более точно измеряется квадратом коэффициента корреляции (r^2), который называется **коэффициентом детерминации**.

Например, при $r = 0,5$; $r^2 = 0,25$ или **25%** т.е. **25%** изменчивости одного признака вызывает изменчивость другого.

Считается, что при

$r < 0,3$ - корреляционная зависимость слабая;

$r = 0,3 - 0,7$ - средняя;

$r > 0,7$ - сильная.

Надежность выборочного коэффициента корреляции определяют его ошибка и критерий существенности. Стандартную ошибку определяют по формуле:

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} \quad (25)$$

где S_r - ошибка коэффициента корреляции

r - коэффициент корреляции

n - численность выборки, т.е. число корреляционных значений, по

которым вычислен выборочный коэффициент корреляции.

Критерий существенности коэффициента корреляции рассчитывается по формуле:

$$t_r = \frac{r}{S_r}$$

Если $t_{\text{факт.}} \geq t_{\text{теор.}}$ - корреляционная связь существенная,

когда $t_{\text{факт.}} < t_{\text{теор.}}$ - несущественная.

Регрессионный анализ.

Чтобы установить количественное изменение результативного признака при изменении факториального на единицу измерения, пользуются регрессионным анализом.

Уравнение линейной регрессии y по x имеет вид:

$$Y = y - b_{yx}(x-x) \quad (26),$$

где x и y – средние арифметические для ряда x и y .

b_{yx} - коэффициент регрессии y по x .

Коэффициент регрессии вычисляют по формулам:

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (x-x)(y-y)}{\Sigma (x-x)^2} \quad \text{и} \quad b_{xy} = \frac{\Sigma (x-x)(y-y)}{\Sigma (y-y)^2} \quad (27)$$

Произведение коэффициентов регрессии равно квадрату коэффициента корреляции:

$$b_{yx} \cdot b_{xy} = r^2 \quad (28)$$

Ошибку коэффициента регрессии вычисляют по формуле:

$$S_{byx} = \sqrt{\frac{\sum (y-y)^2}{\sum (x-x)^2}} \quad \text{и} \quad S_{bxy} = \sqrt{\frac{\sum (x-x)^2}{\sum (y-y)^2}} \quad (29)$$

Критерий существенности равный

$$t_b = \frac{b}{S_b} \quad (30),$$

критерию существенности коэффициента корреляции.

Пример. С помощью корреляционного и регрессионного анализов требует определить тесноту зависимости площади поперечного сечения штамба и урожая плодов с дерева.

Таблица 17 - Зависимость урожая плодов от площади поперечного сечения штамба

№ пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Площадь поперечного сечения штамба, см	151	128	141	121	133	109	176	113	128	140
Урожай плодов с дерева, кг	21	18	20	16	17	16	26	17	19	20

Для того, чтобы вычислить коэффициенты корреляции и регрессии составляют вспомогательную таблицу 18.

Таблица 18 - Вспомогательная таблица для вычисления коэффициентов корреляции и регрессии

№	Значения признаков		X ²	Y ²	xy
	площадь поперечного сечения штамба, см ² x	урожай с дерева, кг y			
1	151	21	22801	441	3171
2	128	18	16384	324	2304
3	141	20	19881	400	2820
4	121	16	14641	256	1936
5	133	17	17689	289	2261
6	109	16	11881	256	1744
7	176	26	30976	676	4576
8	113	17	12769	289	1921
9	128	19	16384	361	2432
10	140	20	19600	400	2800
Сумма	Σx = 1340	Σy=190	Σx²= 183006	Σy²= 3692	Σxy= 25965

Затем вычисляют:

$$x = (\Sigma x) : n = 1340 : 10 = 134 \text{ см}^2$$

$$y = (\Sigma y) : n = 190 : 10 = 19,0 \text{ кг}$$

$$\Sigma(x-x)^2 = \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2 : n = 183006 - (1340)^2 : 10 = 183006 - 1795600 : 10 = 183006 - 179560 = 3446$$

$$\Sigma(y-y)^2 = \Sigma y^2 - (\Sigma y)^2 : n = 3692 - (190)^2 : n = 3692 - 36100 : 10 = 3692 - 3610 = 82$$

$$\Sigma(x-x)(y-y) = \Sigma xy - (\Sigma x \cdot \Sigma y) : 10 = 25965 - (1340 \times 190) : 10 = 25965 - 254600 : 10 = 25965 - 25460 = 505$$

Коэффициент корреляции r :

$$r = \frac{\sum (x-x)(y-y)}{\sqrt{\sum(x-x)^2} \sqrt{\sum(y-y)^2}} = \frac{505}{\sqrt{3446 \cdot 82}} = \frac{505}{\sqrt{282572}} = \frac{505}{531,5} = 0,95$$

Коэффициент регрессии :

$$b_{yx} = \frac{\sum (x-x)(y-y)}{\sum(x-x)^2} = \frac{505}{3446} = 0,146$$

$$b_{yx} = \sum \frac{(x-x)(y-y)}{\sum(y-y)^2} = \frac{505}{82} = 6,2$$

Уравнение регрессии y по x :

$$y = y + b_{yx} (x-x) = 19 + (0,146) (x- 134) = 19 + 0,146x - 19,5 = 0,146x - 0,5$$

Стандартную ошибку корреляции:

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,95}{10-2}} = 0,08$$

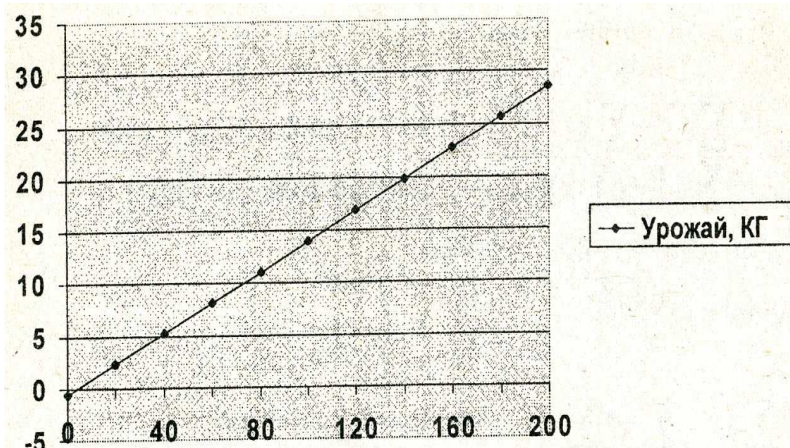
Ошибку коэффициента регрессии :

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0,95}{0,08} = 11,9$$

$t_{\text{теор.}}$ для числа степеней свободы $n - 2 = 10 - 2 = 8$ на 5% уровне значимости по таблице приложений 1 равен - 2,31

$t_{\text{факт}} > t_{\text{теор.}}$, следовательно нулевая гипотеза опровергается и связь между изучаемыми признаками существенная.

По уравнению регрессии $y = 0.146x - 0,5$ рассчитываем усредненные теоретические значения y для экспериментальных величин x и строим теоретическую линию регрессии.



Полученная теоретическая линия регрессии показывает, что увеличению площади поперечного сечения штамба дерева на 1см^2 , соответствует увеличение урожая плодов с дерева на $0,146\text{ кг}$.

Зависимость между этими признаками сильная, о чем свидетельствует $r = 0,95$ и существенная т. к. $t_{\text{факт.}} > t_{\text{теор.}}$; $11,9 > 2,31$

Контрольные вопросы

1. Какова задача линейного регрессионного анализа?
2. В чем суть метода наименьших квадратов?
3. Назовите требования к выдвигаемой гипотезе для проведения регрессионного анализа.
4. Как проверить нормальность распределения данных?
5. Что показывает коэффициент корреляции?
6. Как проверить существенность коэффициента корреляции?

6. Индивидуальные задания по определению существенных различий между вариантами опыта

Задание 1. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению урожайности перспективных сортов черешни.

Урожайность перспективных сортов черешни

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Мелитопольская(К)	80	82	79	78,5
Мак	85	88	86,9	88,4
Крепыш	86,2	87,8	88,9	90,1
Василиса	90,8	92,3	93,9	91,6

Задание 2. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния системы содержания почвы в междурядьях сада.

Урожайность яблони сорта Флорина в зависимости от системы содержания почвы

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Черный пар (к)	48,9	52,3	51,6	49,3
Задернение междурядное	72,3	66,5	68,9	72,6
Задернение черезрядное	83,2	80,3	84,9	81,2

Задание 3. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния системы содержания почвы в междурядьях сада.

Урожайность яблони сорта Либерти в зависимости от

системы содержания почвы

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Черный пар (к)	50,0	52,0	54,0	49,0
Задернение междурядное	72,3	71,5	74,2	70,8
Задернение черезрядное	77,7	72,3	78,9	74,6

Задание 4. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния подвоя на продуктивность сливы сорта Стенлей.

Урожайность сливы сорта Стенлей в зависимости от подвоя

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Ап -1 (к)	48,9	52,3	51,6	49,3
ВВА-1	72,3	66,5	68,9	72,6
Эврика 99	83,2	80,3	84,9	81,2

Задание 5. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния клоновых подвоев на продуктивность персика сорта Редхевен.

Урожайность персика сорта Редхевен в зависимости от подвоя

Вариант	Урожайность, по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
АП-1 (к)	41,0	43,0	44,0	42,0
ВВА-1	46,0	49,0	47,0	48,0
ВСВ-1	50,0	52,0	51,0	54,0
Эврика 99	55,0	57,0	59,0	58,0

Задание 6. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния различных формировок на продуктив-

ность яблоны сорта Ренет Симиренко

Урожайность яблоны сорта Ренет Симиренко в зависимости от формы кроны

Вариант	Урожайность по повторностям, т/га		
	1	2	3
Грузбек (к)	21,2	22,1	22,4
Русское веретено	26,1	28,4	25,2
Пиллар	28,5	23,0	27,9
Французкая ось	21,9	19,4	18,9

Задание 7. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению урожайности огурца Феникс на различных уровнях минерального питания

Урожайность огурца сорта Феникс на различных уровнях минерального питания

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га		
	1	2	3
N ₉₀ P ₃₀ K ₂₀	53,4	55,2	56,2
N ₉₀ P ₃₀ K ₂₀	74,8	77,0	75,2
N ₁₈₀ P ₆₀ K ₄₀	66,1	65,9	67,0
N ₂₇₀ P ₉₀ K ₆₀	74,5	77,9	76,8

Задание 8. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния удобрений на урожайность томата сорта Агата.

Урожайность томата сорта Агата в зависимости от дозы удобрений

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4

Без внесения удобрений (к)	50,8	50,0	49,7	52,0
N ₉₀ P ₃₀ K ₂₀	70,6	71,5	72,3	71,5
N ₁₂₀ P ₃₀ K ₂₀	74,6	72,3	75,6	74,2
N ₁₈₀ P ₃₀ K ₂₀	76,8	78,2	77,3	77,5

Задание 9. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению влияния гербицидов на урожайности груши в молодом саду

Урожайность груши в зависимости от гербицидов

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га		
	1	2	3
Контроль	66,9	67,0	67,2
Симазин 80% с.п.	63,3	62,5	64,0
Карагарт 50% с.п.	62,9	63,3	61,0
Раундап 36% с.п.	60,0	61,1	61,9

Задание 10. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности новых сортов смородины в условиях степной зоны Краснодарского края

Урожайность новых сортов смородины в условиях степной зоны

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га		
	1	2	3
Белорусская сладкая (к)	40,7	39,8	40,5
Катюша	44,8	43,5	43,0
Загадка	47,0	47,8	46,9
Бирюлевская	47,0	46,7	47,5
Воспоминание	51	51,8	53,0

Задание 11. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в

опыте по определению урожайности сортов фундука.

Урожайность сортов фундука

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га		
	1	2	3
Черкесский 2 (К)	47,0	46,8	45,9
Ата-Баба	56,6	57,0	55,9
Римский	50,1	49,5	53,0
Панакесский	54,9	55,6	55,9
Русланчик	52,5	53,0	53,0

Задание 12. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности перспективных сортов красной смородины в условиях предгорной зоны садоводства.

Урожайность перспективных сортов красной смородины

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Ионкер Ван Тетс (к)	40	42,0	43,5	44,0
Натали	48,9	47,1	46,9	45,0
Щедрая	45,3	46,0	46,5	45,9
Газель	45,0	47,0	46,9	46,5
Виксне	43,0	44,0	43,9	44,2

Задание 13. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности вишни в зависимости от схемы посадки.

Урожайность вишни в зависимости от схемы посадки

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
5 x 2 (к)	59,8	58,0	60,2	57,6
5 x 4	66,9	65,2	64,1	65,8
4 x 2	65,4	68,0	66,1	66,3

Задание 14. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности перспективных сортов айвы.

Урожайность перспективных сортов айвы

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Мускатная (к)	270	275	272	269
Румо	370	369	375	373
Кубанская	368	376	370	372

Задание 15. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по изучению влияния схемы посадки на урожайность черешни.

Урожайность черешни в зависимости от схемы посадки

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
6 x 3 (к)	68,9	62,3	61,6	69,3
6 x 5	62,3	56,5	58,9	62,0
5 x 4	83,2	80,3	84,9	81,2

Задание 16. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности поздней капусты при различных дозах удобрений.

Урожайность капусты при разных дозах удобрений

Вариант	Урожайность по повторностям, т/га			
	1	2	3	4
Без внесения удобрений (к)	51,8	50,2	49,9	51,8
N ₉₀ P ₃₀ K ₂₀	54,2	53,7	53,0	54,4
N ₁₂₀ P ₃₀ K ₂₀	59,5	60,2	60,6	59,8

N ₁₈₀ P ₃₀ K ₂₀	63,0	63,5	62,9	63,3
--	------	------	------	------

Задание 17. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению урожайности картофеля в зависимости от дозы удобрений.

Урожайность картофеля при разных дозах удобрений

Вариант	Урожайность по повторностям, т/га			
	1	2	3	4
Без внесения удобрений (к)	15,1	15,5	14,9	15,2
N ₉₀ P ₃₀ K ₂₀	26,8	26,6	27,0	27,1
N ₁₂₀ P ₃₀ K ₂₀	29,0	29,5	29,3	29,7
N ₁₈₀ P ₃₀ K ₂₀	28,4	28,6	28,8	28,2

Задание 18. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности абрикоса в зависимости от схемы посадки.

Влияние схемы посадки на урожайность абрикоса

Вариант	Урожайность по повторностям, т/га			
	1	2	3	4
6 x 3 (к)	9,0	7,0	9,0	8,0
6 x 4	15,6	17,2	18,0	15,9
5 x 4	16,3	17,1	17,9	18,1
5 x 3	11,3	10,8	11,7	12,1

Задание 19. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению влияния схемы посадки

фундука на урожайность.

Урожайность фундука в зависимости от схемы посадки

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га
---------	-----------------------------------

	1	2	3
6 x 4 (к)	60,2	61,5	62,0
6 x 2	66,9	65,5	64,2
6 x 6	65,4	66,1	64,9

Задание 20. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в Урожайность яблони в зависимости от подвоя

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га		
	1	2	3
М 9 (к)	156,0	155,4	154,9
АРМ.18	163,3	162,5	164,0
СК4	160,0	161,1	161,9

Задание 21. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности перспективных сортов груши.

Урожайность перспективных сортов груши

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га		
	1	2	3
Бере Жиффар (к)	247,0	246,8	245,9
Вильямс	256,6	257,0	255,9
Изольда	254,9	255,6	255,9

Задание 22. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности иммунных сортов яблони зимнего срока созревания.

Урожайность перспективных иммунных сортов яблони

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4

Флорина (к)	140	142	144	143
ГолдРаш	152	150	153	151
Топаз	149	145	146	148

Задание 23. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности перспективных сортов груши зимнего срока созревания.

Урожайность перспективных сортов груши

Вариант	Урожайность по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Кюре (к)	151	164	158	172
Веснянка	291	288	290	287
Бирюзовая	302	299	300	301

Задание 24. Оценить существенность различий между экспериментальными данными по доверительному интервалу и по НСР в опыте по определению продуктивности сортов яблони летнего срока созревания.

Урожайность сортов яблони летнего срока созревания

Вариант	Урожайность по по повторностям, ц/га			
	1	2	3	4
Редфри (к)	150	156	160	153
Пристин	178	180	176	181
Дейтон	220	225	223	228

7. Индивидуальные задания по определению корреляционной зависимости между вариантами опыта

Задание 1. Определить зависимость между средней массой плода яблони и площадью листьев на один плод

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Масса плода, г	110	95	90	87	90	79	78
Площадь листьев, см ²	104,7	84,4	80	65,4	66,2	60,3	57,1

Задание 2. Определить связь между диаметром севка лука сорт Стригуновский и формированием стрелок

Показатели	Парные наблюдения
------------	-------------------

	1	2	3	4	5	6	7
Диаметр сева, см	< 8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,3-1,5	1,6-1,8	1,9-2,2	2,2-3,0
Образуется стрелок, %	0	2,5	5,6	8,0	15,0	22,0	75,0

Задание 3. Определить связь между массой 1000 семян томата сорта Агата и их всхожестью

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Масса 1000 семян, г	3,6	3,5	4,1	4,0	4,5	3,7	4,5
Всхожесть, %	68,3	70,0	73,1	76,0	78,9	75,1	79,0

Задание 4. Определить связь между массой 1000 семян огурца сорта Феникс и их всхожестью

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Масса 1000 семян, г	9,9	10,0	8,1	9,0	9,5	10,0	11,2
Всхожесть, %	69,1	70,1	68,5	69,0	71,0	73,3	75,0

Задание 5. Определить связь между содержанием каротиноидов в листьях озимого лука и зимостойкостью сорта

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Содержание каротиноидов, мг/г сырой массы	0,34	0,35	0,30	0,25	0,32	0,31	0,27
Перезимовало растений, %	80,0	86,6	75,0	50,0	77,0	76,0	75,0

Задание 6. Определить связь между массой корней и зимостойко-

СТЬЮ ОЗИМОГО ЛУКА

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Масса корней, г	3,2	3,8	2,3	2,3	2,0	3,3	2,1
Перезимовало растений, %	83,3	84,4	76,8	80,0	70,0	85,0	71,0

Задание 7. Определить зависимость между площадью листьев и средней массой корнеплода моркови сорта Нанская 4

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Масса корнеплода, г	52,3	59,8	52,0	85,7	85,0	91,3	91,5
Площадь листьев, см ³	900	1100	930	1200	1250	1350	1300

Задание 8. Определить зависимость между площадью листьев и массой луковицы озимого чеснока сорт Лекарь

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Масса луковицы, г	40,9	38,8	36,0	45,0	39,0	91,5	39,3
Площадь листьев, см ³	240	220	153	260	225	1300	200

Задание 9. Определить зависимость урожая вишни сорта Любская от балла цветения

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Цветение, балл	4,0	3,1	3,2	4,5	2,0	3,0	3,2
Урожайность, ц/га	46	45	44	42	36	40	32

Задание 10. Определить зависимость массы кочана капусты сорт

Слава от количества поливов

Показатели	Парные наблюдения									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Полив, раз	3	2	2	3	2	3	3	1	1	1
Масса кочана капусты, кг	1,8	1,5	1,0	0,8	0,6	0,59	0,42	0,36	0,34	0,30

Задание 11. Определить связь между температурой стратификации и количеством прижившихся прививок сливы сорта Стенлей

Показатели	Парные наблюдения									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура воздуха, С ⁰	25,5	25,0	27,1	26,5	28,0	27,3	26,8	27,0	30,8	31,7
Прижилось глазков, %	85,9	87,0	81,5	84,8	79,5	80,0	76,3	78,1	69,1	65,7

Задание 12. Определить зависимость урожайности земляники от влажности почвы

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Влажность почвы, % НВ	80,0	79,3	70,1	68,3	69,5	70,0	74,3
Урожайность, ц/га	66,5	64,7	40,4	39,2	40,1	45,9	42,3

Задание 13. Определить зависимость урожайности малины от количества соцветий на растении

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Соцветий, шт.	8	6	5	4	5	4	5
Урожайность в пересчете на 1 м ² , кг	0,98	0,95	0,90	0,90	0,92	0,90	0,89

Задание 14. Определить зависимость урожайности капусты от

азотных удобрений

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Доза удобрений, кг/га	120	110	100	90	80	70	60
Урожайность, т/га	53,1	53,0	51,5	52,3	49,6	45,0	36,5

Задание 15. Определить зависимость продолжительности цветения гиацинта от размера луковицы

Показатели	Парные наблюдения						
	1	2	3	4	5	6	7
Размер луковицы, см	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
Продолжительность цветения, дн.	5	4	5	6	7	7	9

Задание 16. Определить зависимость процента полезной завязи плодов сливы сорта Стенлей от оводненности листьев

Показатели	Парные наблюдения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Полезная завязь, %	8,0	11,2	10,3	15,6	20,0	15,9	16,5	18,1
оводненность листьев, %	40,3	49,5	52,1	58,3	60,1	54,1	56,0	58,2

Задание 17. Определить зависимость накопления сахаров в ягодах

винограда сорта Бианка от температуры воздуха

Показатели	Парные наблюдения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Температура воздуха, С°	20,3	22,5	27,1	28,0	30,0	31,9	32,5	35,2
Количество сахаров, %	19,0	20,1	22,3	24,1	25,0	25,6	25,0	24,7

Задание 18. Определить зависимость выхода саженцев сливы русской сорта Комета от продолжительности стратификации черенков

Показатели	Парные наблюдения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Период стратификации, дн	14	16	18	20	22	24	26	28
Выход саженцев, %	39,1	43,6	58,0	60,0	64,3	68,0	65,3	65,0

Задание 19. Определить зависимость выхода сеянцев алычи от глубины заделки семян

Показатели	Парные наблюдения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Глубина заделки семян, см	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
Выход сеянцев, %	40,1	59,0	65,3	74,3	70,0	68,2	65,9	63,0

Рекомендуемая литература

1. Волков, Ф.А. Методика исследований в садоводстве. – М: ВСТИСП, 2005. – 94 с.
2. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. М.: Агропромиздат, 1985. – 307 с.
3. Моисейченко В.Ф., Заверюха А.Х., Трифонова М.Ф. Основы научных исследований в плодородстве, овощеводстве и виноградарстве. М.:Колос, 2004. - 383 с.
4. Макаров С.Н. Научные основы методики опытного дела в виноградарстве. Кишинев, 2004. – 67 с.
5. Пирс С.Ц. Полевые опыты с плодовыми и другими многолетними растениями. М.: Колос, 1969. – 222 с.
6. Программа и методика сортоизучения плодовых, ягодных и орехоплодных культур./Под ред. Е.Н.Седова и Т.П.Огольцовой. –Орел: изд-во ВНИСПК, 1999. - 608 с.
7. Проворченко А.В., Рязанова Л.Г. Учебно-методическое пособие. Составление программы исследований с плодовыми, ягодными и орехоплодными культурами. - Краснодар: ФГОУ ВПО «Кубанский ГАУ», 2009. – 90 с.
8. Потапов В.А., Кашин В.И. Методы обработки экспериментальных данных в плодородстве. Мичуринск, 1998. – 58 с.
9. Спиваковский Н.Д. Программированный методический указатель по агрономическим опытам с плодовыми и ягодными культурами. Мичуринск, 1999. - 178 с.

Значения критерия t- критерия Стьюдента

Число степеней свободы	Уровень значимости		
	0,05	0,01	0,001
1	12,71	63,66	-
2	4,30	9,93	31,60
3	3,18	5,84	12,94
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,86
6	2,45	3,71	5,96
7	2,37	3,50	5,41
8	2,31	3,36	5,04
9	2,26	3,25	4,78
10	2,23	3,17	4,59
11	2,20	3,11	4,44
12	2,18	3,06	4,32
13	2,16	3,01	4,22
14	2,15	2,98	4,14
15	2,13	2,95	4,07
16	2,12	2,92	4,02
17	2,11	2,90	3,97
18	2,10	2,88	3,92
19	2,09	2,86	3,88
20	2,09	2,85	3,85
21	2,08	2,83	3,82
22	2,07	2,82	3,79
23	2,07	2,81	3,77
24	2,06	2,80	3,75
25	2,06	2,79	3,73
26	2,06	2,78	3,71
27	2,05	2,77	3,69
28	2,05	2,76	3,67
29	2,05	2,76	3,66
30	2,04	2,75	3,65
50	2,01	2,68	3,50
100	1,98	2,63	3,39
∞	1,96	2,58	3,29

Приложение 2

Значение критерия F на 5 %-ном уровне значимости (вероятность 95 %)

Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя)	Степени свободы для большей дисперсии (числителя)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	249	252	253
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,41	19,45	19,47	19,49
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,64	8,58	8,56
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,77	5,70	5,66
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,53	4,44	4,40
6	5,59	5,14	4,76	4,53	4,39	4,27	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,84	3,75	3,71
7	5,99	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,28	3,12	3,03	2,98
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,90	2,80	2,76
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,74	2,64	2,59
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,79	2,61	2,50	2,45
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,69	2,50	2,40	2,35
13	4,64	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,60	2,42	2,32	2,26
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,53	2,35	2,24	2,19

15	4,54	3,60	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,48	2,29	2,18	2,12
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24	2,13	2,07
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,38	2,19	2,08	2,02
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15	2,04	1,98
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,11	2,00	1,94
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,28	2,08	1,96	1,90
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,05	1,93	1,87
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,23	2,03	1,91	1,84
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,20	2,00	1,88	1,82
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,18	1,98	1,86	1,80
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,25	2,24	2,16	1,96	1,84	1,77
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95	1,82	1,76
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91	1,78	1,72

Приложение 3

Значения критерия F на 1-% ном уровне значимости (вероятность 99 %)

Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя)	Степени свободы для большей дисперсии (числителя)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6106	6234	6302	6334
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,42	99,46	99,48	99,49
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,05	26,60	26,35	26,23
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,37	13,93	13,69	13,57
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,89	9,47	9,24	9,13
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,72	7,31	7,09	6,99
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,47	6,07	5,85	5,75
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,67	5,28	5,06	4,96
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,11	4,73	4,51	4,41
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,71	4,33	4,12	4,01
11	9,85	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,40	4,02	3,80	3,70
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,16	3,78	3,56	3,46
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,59	3,37	3,27
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,80	3,43	3,21	3,11

15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,29	3,07	2,97
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,78	3,69	3,61	3,45	3,18	2,96	2,86
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,45	3,08	2,86	2,76
18	8,28	6,01	5,09	5,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,37	3,00	2,78	2,68
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,68	3,52	2,43	3,30	2,92	2,70	2,63
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,23	2,86	2,63	2,53
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,40	3,31	3,17	2,80	2,58	2,47
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	,326	3,12	2,75	2,53	2,42
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,07	2,70	2,48	2,37
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,25	3,17	3,03	2,66	2,44	2,33
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	2,99	2,62	2,40	2,29
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	2,96	2,58	2,36	2,25
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,90	2,52	2,30	2,18
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06	2,98	2,84	2,47	2,24	2,13
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,80	2,66	2,29	2,05	1,94
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,70	2,56	2,18	1,94	1,81
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,20	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,36	1,98	1,73	1,59

У Ч Е Б Н О Е И З Д А Н И Е

Рязанова Людмила Георгиевна
Проворченко Александр Владимирович
Горбунов Игорь Валерьевич

**ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ
В САДОВОДСТВЕ**

Учебно-методическое пособие

В авторской редакции

Подписано в печать 24.06.2013. Формат 60 × 84 ¹/₁₆.

Усл. печ. л. – 3,8. Уч.-изд. л. – 1,6.

Тираж 200 экз. Заказ №

Типография Кубанского государственного аграрного университета
350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13