

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
аграрный университет имени И. Т. Трубилина»**



СТАТИСТИКА

Практикум



**Кафедра статистики и
прикладной математики**

Краснодар
КубГАУ
2016

УДК 519.22(076.5)
ББК 22.172
С 78

Рецензент:

А. Г. Прудников – профессор кафедры экономического анализа Кубанского государственного аграрного университета имени И. Т. Трубилина, д-р экон. наук, профессор

Коллектив авторов:

И. А. Кацко, К. Н. Горпинченко, Е. В. Кремянская, А. Е. Жминько,
Ю. Н. Захарова

С 78 **Статистика** : практикум для студентов по направлению подготовки «Ветеринария» / И. А. Кацко [и др.]. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – 86 с.

Практикум содержит краткое теоретическое изложение основных положений дисциплины «Статистика» в тематическом разрезе, а также задания к практическим занятиям и самостоятельной работе, позволяющие сформировать и закрепить умения и навыки обработки и анализа статистических показателей.

Предназначен для студентов направления «Ветеринария».

УДК 519.22(076.5)
ББК 22.172

© ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный аграрный
университет имени
И. Т. Трубилина», 2016

Введение

Одним из основных подходов к обоснованию и последующему принятию решений является статистический, основанный на использовании статистических методов и приемов анализа.

Статистические методы обработки данных можно разделить на следующие группы.

1) По способу получения экспериментальных данных:

- активный эксперимент;
- пассивный эксперимент (выборочное или сплошное наблюдение).

2) По цели обработки данных:

- описательные (получение и сравнение числовых характеристик экспериментальных данных) – анализ вариационных рядов, выборочный метод, проверка статистических гипотез и другие;

- аналитические (количественная оценка и анализ зависимостей, описывающих изучаемые объекты (процессы) – дисперсионный анализ, регрессионный анализ, анализ рядов динамики и другие).

Цель практикума – оказать помощь обучающимся в овладении приемами и методами статистического исследования; в закреплении теоретических знаний, полученных на лекциях и при самостоятельной работе во внеучебное время.

Значительная часть задач практикума составлена на основе фактических данных Краснодарстата, сельскохозяйственных организаций, государственного управления ветеринарии Краснодарского края, ветеринарных клиник и ветеринарных аптек г. Краснодара.

Настоящий практикум предназначен для студентов по направлению подготовки «Ветеринария».

Обучающийся, на основании изучения рекомендуемой литературы, самостоятельно выполняет задания по темам в соответствии с индивидуальным вариантом. Для облегчения выполнения самостоятельного задания, по всем темам изложены необходимые краткие методические указания и приводятся решения типовых задач.

1 Статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических данных

Статистическое наблюдение - это планомерный, научно-организованный сбор массовых данных о явлениях и процессах общественной жизни. Оно является начальной стадией статистического исследования. Полученные данные должны быть достоверными, полными и сопоставимыми.

Объектом статистического наблюдения является совокупность явлений и процессов, которые подлежат исследованию и образующих статистическую совокупность. Под **единицей статистической совокупности** понимается составной элемент этой совокупности, который служит основой счета и обладает признаками, подлежащими регистрации при проведении обследования. Под **единицей статистического наблюдения** понимается первичная ячейка, от которой должны быть получены необходимые данные (например: предприятие, работник, семья и т.д.). Она является носителем регистрируемых при статистическом наблюдении признаков. **Признак** – это отличительная черта, свойство, качество единицы статистической совокупности. **Статистический показатель** - это обобщенная количественно-качественная характеристика социально-экономических явлений и процессов.

Проведению статистического наблюдения предшествует разработка программы наблюдения, включающая перечень признаков, подлежащих регистрации по каждой единице наблюдения. Для учета ответов на вопросы программы разрабатываются формуляры наблюдения, в которых отражается перечень вопросов программы и места ответов на них. Составляется инструкция по заполнению формуляров (анкет, бланков, листов, карточек).

По способу организации различают следующие формы статистического наблюдения: отчетность, специально организованное статистическое наблюдение, регистр. **Отчетность** – это такая форма статистического наблюдения, при которой сведения от организаций поступают в статистические органы в виде обязательных статистических отчетов об их деятельности. **Специально организованное статистическое наблюдение** представляет собой наблюдение, организованное со специальной целью, осуществляемое в форме переписи

или обследования. **Регистр** – это поименованный перечень единиц наблюдения для длительного использования.

По охвату единиц совокупности наблюдение может быть сплошным и несплошным. **Сплошным** называется наблюдение, при котором обследованию подвергаются все без исключения единицы изучаемой совокупности. При **несплошном** наблюдении обследованию подлежит часть единиц совокупности. Различают следующие его виды: наблюдение основного массива; выборочное; монографическое.

По частоте регистрации фактов статистическое наблюдение подразделяется на непрерывное и прерывное.

При проведении статистического наблюдения решаются программно-методические и организационные вопросы. Для выявления и устранения ошибок проводится синтаксический, логический и арифметический контроль материалов статистического наблюдения.

Для обобщения собранных данных об изучаемых явлениях и процессах проводят обработку статистических данных на основе статистической сводки.

Статистическая сводка предполагает систематизацию, группировку и обработку материалов наблюдения, позволяющую перейти к обобщающим показателям и на их основе проводить анализ изучаемых явлений и процессов. Сводка проводится на основе научно разработанной программы, которая содержит: перечень групп и подгрупп в соответствии с выбранными признаками; границы изучаемой совокупности; систему показателей, необходимых для характеристики совокупности и ее частей. Различают сводку ручную и механизированную, централизованную и децентрализованную.

Статистическая группировка – это процесс расчленения статистической совокупности на группы или объединение изучаемых единиц статистической совокупности в группы по существенным для них признакам. Применение метода группировок предусматривает решение следующих вопросов: выбор группировочных признаков, определение количества групп, установление границ групп, обоснование показателей, которыми будут характеризоваться выделенные группы. По форме выражения группировочные признаки могут быть атрибутивными, т.е. не имеющими количественного значения (например, отрасли экономического производства: частная, муниципальная, смешанная и т.д.), а также количественными, характеризующимися числовыми значениями (цена товара, объем производства и

т. д.) Количество групп определяется в зависимости от содержания изучаемого признака и объема совокупности. Число наименований атрибутивного признака определяет число выделяемых групп. При проведении группировки по количественному дискретному признаку количество групп определяется числом возможных значений этого признака.

При группировке по непрерывным количественным признакам группы могут иметь равные и неравные интервалы. Неравные интервалы применяются, когда изменение группировочного признака по единицам совокупности происходит неравномерно и в значительных пределах.

Равные интервалы применяются при относительно равномерном или близком к нормальному распределении единиц статистической совокупности. Число групп (k), на которые разделяется статистическая совокупность (n), определяется по формуле

$$k = 1 + 3,322 \lg n. \quad (1.1)$$

Величина равных интервалов (h) определяется по формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} \quad (1.2)$$

где x_{\max} – наибольшее значение группировочного признака;

x_{\min} – наименьшее значение группировочного признака.

На основе величины интервала определяются нижние и верхние границы групп по схеме:

1 группа: от $a_1 = x_{\min}$ до $a_2 = x_{\min} + h$;

2 группа: от a_2 до $a_3 = a_2 + h$;

3 группа: от a_3 до $a_4 = a_3 + h$ и т.д.

В группировках по количественному признаку применяются закрытые и открытые интервалы. Если нижняя и верхняя границы интервалов имеют цифровые значения, то интервалы считаются закрытыми. Если нижняя граница первого интервала и верхняя граница последнего интервала не обозначены, то группировка считается с открытыми интервалами.

Задача 1.1. Составить план статического исследования (цель, задачи, программу исследования, программу разработки материала, план исследования) для разработки плана профилактических мероприятий на основании обращений к ветеринарному врачу.

Задача 1.2. Для анализа заболеваемости домашних животных в ветеринарной клинике «Айболит» за год составить макет групповой таблицы: «Распределение больных кошек с различными кожными заболеваниями по возрасту, половой принадлежности».

Задача 1.3. Какие формы, виды и способы статистического наблюдения могут быть использованы при проведении:

- переписи сельскохозяйственных животных;
- контроля качества ветеринарных препаратов;
- изучения доходов и расходов ветеринарных клиник;
- исследования эффективности производства продукции птицеводства;
- изучения продуктивности сельскохозяйственных животных в крестьянских (фермерских) хозяйствах.

Задача 1.4 По данным 30 сельскохозяйственных организаций (приложение А) выявить зависимость между удоем молока от одной коровы, производительностью труда и себестоимостью продукции, выделив три группы хозяйств. Расчеты оформить в таблице и сделать вывод.

Методические указания:

1) Выписать из приложения А на карточки (фишки) исходные данные по каждой организации, предварительно пронумеровав показатели (т.е. составив шифр к фишкам).

Шифр к фишкам:

- 1 – среднегодовое поголовье коров, гол.;
- 2 – произведено молока, ц;
- 3 – затраты на производство молока, тыс. руб.;
- 4 – прямые затраты труда, тыс. чел.-ч;
- 5 – удой молока от одной коровы, ц/гол. (2:1).

2) Построить ранжированный ряд распределения организаций по продуктивности, разложив фишки в порядке увеличения удоя от одной среднегодовой коровы.

3) Исходя из характера изменения продуктивности коров, совокупность разбить на три группы с равными интервалами.

4) Заполнить вспомогательную таблицу 1.1, просуммировав соответствующие данные по каждой группе и в целом по всей совокупности организаций.

Таблица 1.1 – Вспомогательная группировочная таблица

Группа организаций по удою молока на одну корову, ц/гол.	Число организаций в группе	Среднегодовое поголовье коров, гол.	Произведено молока, ц	Производственные затраты, тыс. руб.	Прямые затраты труда, тыс. чел.-ч
Итого					

5) Построить аналитическую группировочную таблицу 1.2, в которой рассчитать средние значения показателей по каждой группе и по всей совокупности.

Таблица 1.2 – Влияние продуктивности коров на производительность труда и себестоимость продукции

Группа организаций по удою молока на одну корову, ц/гол.	Число организаций в группе	Удой молока от одной коровы в среднем по группе, ц/гол.	Производственная себестоимость 1 ц молока, руб.	Произведено молока на 1 чел.-ч, ц
Итого и в среднем				

6) По характеру изменения средних показателей по группам сделать вывод о взаимосвязи между изучаемыми признаками.

Задача 1.5. Провести группировку 30 сельскохозяйственных организаций (приложение Б), характеризующую зависимость между расходом кормов (ц. корм. ед.) на одну голову, удоем молока от одной коровы, производством молока на 1 га сельскохозяйственных угодий. Сделать вывод.

Задача 1.6. Провести группировку 30 сельскохозяйственных организаций (приложение Б), характеризующую влияние затрат на потребленные корма в расчете на одну корову на молочную продуктивность

коров и производство молока на 1 га сельскохозяйственных угодий. Сделать вывод.

Вопросы для самоподготовки

1. Цель и задачи статистического наблюдения.
2. Предмет, объект и единица наблюдения.
3. Основные формы, виды и способы наблюдения.
4. Программно-методологические вопросы статистического наблюдения.
5. Организационные вопросы статистического наблюдения.
6. Ошибки статистического наблюдения. Контроль качества проведения наблюдения.
7. Виды статических группировок, их особенности.
8. Статистическая сводка, ее задачи и содержание.
9. Выбор группировочного признака, определение числа групп, расчет величины интервала, нижних и верхних границ интервалов.
10. Способы построения вторичных группировок.

2 Абсолютные и относительные величины

Абсолютными статистическими величинами называются показатели, выражающие размеры, объемы и уровни общественных явлений и процессов.

Относительными величинами называются обобщающие показатели, характеризующие количественные соотношения двух сопоставляемых статистических величин. Они выражаются в зависимости от того, к каким единицам приравнивается база сравнения, в коэффициентах, процентах, промилле, а также могут быть выражены именованными числами.

По характеру, назначению и сущности выражаемых количественных соотношений различают следующие виды относительных величин.

Относительная величина планового задания показывает степень напряженности плана по сравнению с базисным периодом и определяется, как отношение планового уровня на предстоящий пе-

риод ($Y_{пл.}$) к фактически достигнутому уровню за предшествующий период (Y_0):

$$K_{пл.з} = \frac{Y_{пл.}}{Y_0}. \quad (2.1)$$

Относительная величина выполнения плана выражает степень выполнения планового задания за определенный период времени и исчисляется, как отношение фактически достигнутого уровня (Y_1) к плановому:

$$K_{вып.пл.} = \frac{Y_1}{Y_{пл.}}. \quad (2.2)$$

Относительная величина динамики характеризует изменение явления во времени и получается в результате сопоставления показателя текущего периода с предшествующим:

$$K_d = \frac{Y_1}{Y_0}. \quad (2.3)$$

Относительные величины динамики, планового задания и выполнения плана взаимосвязаны:

$$K_d = K_{вып.пл.} \cdot K_{пл.з}. \quad (2.4)$$

Относительная величина структуры характеризует состав изучаемой совокупности и показывает, какой удельный вес (какую долю) в общем итоге составляет каждая ее часть. Она получается в результате деления значения каждой части совокупности на общий итог.

Относительная величина координации характеризует соотношение отдельных частей целого, одна из которых принимается за базу сравнения. К таким показателям относятся, например, число коров на 100 быков, число случаев острой дизентерии к числу случаев с диспепсией и т.п.

Относительная величина интенсивности показывает степень распространения данного явления в определенной среде. Обычно это отношение двух качественно различных абсолютных величин. Например, плотность поголовья (поголовье коров на 100 га сельскохозяйственных угодий, поголовье свиней на 100 га пашни).

Относительная величина сравнения (наглядности) характеризует соотношение одноименных показателей, относящихся к различным объектам или территориям, но за один и тот же период или момент времени.

Задача 2.1. В районе А зарегистрировано 1200 случаев инфекционных заболеваний крупного рогатого скота. Из них инфекционным ринотрахеитом – 450 случаев; паратифом – 510; кампилобактериозом – 195; туберкулезом – 45 случаев. В районе Б выявлено 1650 случаев инфекционных заболеваний крупного рогатого скота, причем инфекционным ринотрахеитом – 270 случаев; паратифом – 774; кампилобактериозом – 417; туберкулезом – 189 случаев.

Рассчитать относительные величины структуры и сравнения. Структуру случаев инфекционных заболеваний крупного рогатого скота изобразить графически.

Задача 2.2. По имеющимся данным о вакцинации кроликов от миксоматоза в сельскохозяйственных организациях Краснодарского края за 2014–2015 гг. (таблица 2.1) рассчитать относительные величины сравнения, приняв за базу средний уровень показателя по Краснодарскому краю; относительные величины планового задания, выполнения плана и динамики. Сделать вывод.

Таблица 2.1 – Объем введения вакцин кроликам в регионе

Район	Введено вакцин животным, л		
	2014 г.	план на 2015 г.	2015 г.
Брюховецкий	397	413	428
Выселковский	434	431	434
Динской	387	389	399
Кавказский	328	368	349
Тимашевский	409	408	428
Усть-Лабинский	423	402	408
В среднем по краю	409	420	410

Задача 2.3. В организации объем производства молока в 2014 г. составил 200876 ц. По плану в 2015 г. предусматривалось увеличить объем производства молока на 6,8 % по сравнению с 2014 г. Плановое задание перевыполнено в 2015 г. на 6,2 %. Определить объем производства в 2015 г. по плану и фактически, рассчитать коэффициент динамики. Сделать вывод.

Задача 2.4. Объем продажи мяса птицы в организации в 2015 г. по сравнению с 2014 г. увеличился на 12,2 % или на 1750 ц. Договорные обязательства по реализации данной продукции перевыполнены на 3,4 %. Определить уровень реализации мяса птицы в 2014 и 2015 гг., размер договорных обязательств по реализации и степень напряженности договорных обязательств. Сделать вывод.

Задача 2.5. По данным таблицы 2.2 определить относительные показатели динамики, структуры, координации и интенсивности. Сделать вывод.

Таблица 2.2 – поголовье стада овец в племенном хозяйстве, гол.

Показатель	2014 г.	2015 г.
Численность стада овец шерстного направления	1045	890
в том числе бараны-производители	21	13
овцематки	522	436
переейки	126	124
ярки	209	187
баранчики на племя	167	130
Число поступивших (по различным причинам)	310	270
Число выбывших (по различным причинам)	390	425

Вопросы для самоподготовки

1. Дайте определение абсолютных величин, назовите их виды и единицы измерения.
2. Назовите виды относительных величин.
3. Какова взаимосвязь между относительными величинами выполнения плана, планового задания и динамики.
4. Назовите единицы измерения относительных величин.
5. Приведите примеры использования относительных величин в практике ветеринарии и животноводстве.

3 Средние величины и показатели вариации

Под средней величиной в статистике понимается обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности, выражающая его типичный уровень в конкретных условиях места и времени.

Средняя величина исчисляется по качественно однородной совокупности единиц. Различают степенные и структурные средние (таблица 3.1)

Таблица 3.1 – Формулы расчета средних величин

Наименование средней	Простая форма	Взвешенная форма
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ (3.1)	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ (3.2)
Средняя гармоническая	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$ (3.3)	$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$ (3.4)
Средняя квадратическая	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$ (3.5)	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$ (3.6)
Средняя геометрическая	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x}$ (3.7)	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x^f}$ (3.8)
Средняя хронологическая	$\bar{x} = \frac{1/2 x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 1/2 x_n}{n-1}$ (3.9)	
Мода	$M_0 = x_{Mo} + h \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$ (3.10) x_{Mo} - начало модального интервала; h - длина модального интервала; f_{Mo} - частота модального интервала; f_{Mo-1} - частота предмодального интервала; f_{Mo+1} - частота послемодального интервала.	
Медиана	$M_e = x_{me} + h \cdot \frac{0,5n - S_{Me-1}}{f_{Me}},$ (3.11) x_{Me} - начало медианного интервала; h - длина медианного интервала; n - объем совокупности; S_{Me-1} - накопленная частота интервала, предшествующего медианному; f_{Me} - частота медианного интервала.	

Средняя арифметическая величина определяется в случае, когда общий объем изучаемого признака может быть получен, путем суммирования его индивидуальных значений. Средняя арифметическая представляет собой частное от деления общего объема данного признака в изучаемом явлении на число единиц совокупности.

Средняя гармоническая используется, когда имеются индивидуальные значения признака, общий объем явления ($w=xf$), но неизвестны веса (f).

Средняя геометрическая применяется при расчете средних темпов роста.

Средняя квадратическая применяется в тех случаях, когда в исходной информации осредняемые величины представлены квадратичными мерами (например, при расчете средних диаметров труб, стволов деревьев).

Средняя хронологическая применяется для определения среднего уровня в моментном ряду динамики.

Модой (M_0) дискретного вариационного ряда называется вариант, имеющий наибольшую частоту. Ряды могут быть одно и многомодальными.

Медианой (M_e) дискретного вариационного ряда называется вариант, делящий ряд на две равные части.

Для характеристики колеблемости или рассеяния значений признака применяются абсолютные и относительные показатели вариации (таблица 3.2).

Таблица 3.2 – Формулы расчета показателей вариации

Наименование показателя	Простая форма	Взвешенная форма
Размах вариации	$R = x_{max} - x_{min}$ (3.12)	
Среднее линейное отклонение	$L = \frac{\sum x - \bar{x} }{n}$ (3.13)	$L = \frac{\sum x - \bar{x} f}{\sum f}$ (3.14)
Дисперсия	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2$ (3.15)	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2$ (3.16)
Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$ (3.17)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$ (3.18)
Коэффициент вариации	$V = \frac{\sigma}{x} 100\%$ или $V = \frac{L}{x} 100\%$ (3.19)	

Размах вариации (R) представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями признака.

Среднее линейное отклонение (L) - это средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов признака от среднего значения.

Дисперсия (σ^2) представляет собой средний квадрат отклонений вариант признака от их средней величины.

Среднее квадратическое отклонение (σ) определяется как корень квадратный из дисперсии.

Относительным показателем колеблемости служит **коэффициент вариации**, который позволяет судить об интенсивности вариации признака, а, следовательно, и об однородности состава изучаемой совокупности.

Задача 3.1. По данным пяти сельскохозяйственных организаций определить среднее поголовье крупного рогатого скота, средний прирост живой массы на одну голову, показатели вариации поголовья и продуктивности крупного рогатого скота. Сделать вывод.

Методические указания:

Для расчета среднего поголовья крупного рогатого скота и показателей вариации по пяти сельскохозяйственным организациям необходимо заполнить вспомогательную таблицу 3.3.

Таблица 3.3 - Вспомогательная таблица

Организация	Среднегодовое поголовье крупного рогатого скота, гол.	Отклонение от средней, гол.	Квадрат отклонения
	x	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
1	1090		
2	1735		
3	500		
4	388		
5	1152		
Итого			

Чтобы определить средний прирост живой массы крупного рогатого скота и показатели вариации, требуется заполнить вспомогательную таблицу 3.4.

Таблица 3.4 - Вспомогательная таблица

Организация	Средне- годовой прирост, ц/гол	Поголовье крупного рогатого скота, гол	Вало- вой при- рост, ц	Откло- нение от сред- ней, ц/гол	Откло- нения	Общий размер квадрата отклоне- ний
	x	f	$x \cdot f$	$ x-\bar{x} $	$ x-\bar{x} \cdot f$	$(x-\bar{x})^2 \cdot f$
1		1090	1918,4			
2		1735	3799,7			
3		500	1005,0			
4		388	756,6			
5		1152	2672,6			
Итого						

Задача 3.2. Имеются следующие данные о производстве молока в зависимости от породы коровы в двух сельскохозяйственных организациях (таблица 3.5). По каждой организации определить:

- средние значения поголовья коров, валового надоя и удоя молока на одну голову;
- абсолютные и относительные показатели вариации поголовья и продуктивности коров.

Провести сравнительный анализ колеблемости показателей двух организаций.

Таблица 3.5 – Поголовье и продуктивность коров

Порода коров	Организация 1		Организация 2	
	поголовье коров, гол.	удой моло- ка на одну голову, кг	удой моло- ка на одну голову, кг	валовой надой, ц
Айширская	45	5590	6200	2170
Красная степная	10	7436	7560	1890
Черно-пестрая	52	7125	6980	4467
Голштинская	75	6578	6705	3285

Задача 3.3. По данным пяти организаций (таблица 3.6), определить среднюю долю заболевших кокцидиозом в общей численности кроликов и показатели вариации. Сделать вывод.

Таблица 3.6 – Численность заболевших кокцидиозом кроликов в организациях региона

Показатель	Номер организации				
	1	2	3	4	5
Численность заболевших кокцидиозом кроликов, гол.	131	89	55	33	109
Доля заболевших кокцидиозом в общей численности, %	2,7	1,3	4,4	5,9	3,5

Задача 3.4. Имеются данные по пяти фермерским хозяйствам за отчетный год (таблица 3.7). Определить средние значения следующих показателей по совокупности организаций: поголовья овец на одну организацию; удельного веса овцематок в стаде; настрига шерсти на одну овцематку.

Таблица 3.7 – Показатели овцеводства в организациях

Показатель	Номер организации				
	1	2	3	4	5
Поголовье овец, гол.	332	139	645	337	221
Удельный вес овцематок в стаде, %	44,1	53,1	48,5	60,9	45,0
Настриг шерсти на одну овцематку, кг	5,95	5,16	4,64	5,17	5,56
Валовой настриг шерсти с овцематок, кг	871	381	313	1061	553

Задача 3.5 Средняя длина поросёнка при рождении составляет 22 см при среднем квадратическом отклонении 3 см, средний вес – 1315 г при среднем квадратическом отклонении 143 г. По каким критериям можно сравнить степень вариабельности рассматриваемых признаков? Рассчитайте соответствующий критерий по рассматриваемым показателям.

Вопросы для самоподготовки

1. Что понимается под средней величиной в статистике?
2. Условия правильного применения средних величин.
3. Назовите виды и формы средних величин.

4. Средняя арифметическая и ее свойства.
5. Что характеризует вариация признака?
6. Абсолютные показатели вариации и способы их расчета.
7. К относительным показателям вариации относятся...

4 Статистические ряды распределения

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются в виде статистических рядов распределения. Статистический ряд распределения представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному признаку. Они характеризуют состав (структуру) изучаемого явления, позволяют судить об однородности совокупности, границах ее изменения, закономерностях развития наблюдаемого объекта. В соответствии с характером выражения признаков статистические ряды распределения подразделяются на атрибутивные (качественные) и вариационные (количественные).

Атрибутивные ряды образуются по качественным (описательным) признакам, которыми могут выступать занимаемая должность работников, профессия, пол, образование, национальность, сорт и т.п.

Вариационные ряды строятся по количественным признакам. По способу построения бывают дискретными (прерывными) и непрерывными. Дискретный ряд распределения основан на прерывной вариации, в котором значения признака выражены целыми числами (тарифный разряд рабочих, число касс в магазине, число раскрытых преступлений и т.д.). Если признак непрерывный, т.е. на определенном промежутке может принимать любое значение или если число значений дискретного признака велико, то строится интервальный ряд распределения. Вариационные ряды состоят из двух элементов: вариант и частот.

Вариант - это отдельное значение варьирующего признака, которое он принимает в ряду распределения.

Частота - это численность отдельных вариант или каждой группы вариационного ряда. Сумма частот составляет объем вариационного ряда (n). Частоты ряда (f) могут быть заменены **частотами** (w),

которые представляют собой частоты, выраженные в относительных числах (долях или процентах) и рассчитанные путем деления частоты каждого интервала на их общую сумму, т. е.

$$w_i = \frac{f_i}{\sum f_i}, \quad \sum f_i = n. \quad (4.1)$$

При построении интервального вариационного ряда сначала, по формуле Стерджесса, определяется число групп, на которые разбивается совокупность, а затем – величина интервала (h):

$$k = 1 + 3,322 \lg n, \quad (4.2)$$

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k} = \frac{R}{k}. \quad (4.3)$$

Вариационные ряды строятся с закрытыми и открытыми крайними интервалами. Если признак изменяется неравномерно, то применяются неравные интервалы, когда с ростом значений признака величина интервала прогрессивно возрастает или убывает. Иногда используется принцип равенства частот в каждой группе. По данным вариационных рядов распределения исчисляются структурные средние – моду и медиану. Модой (Mo) называется значение признака, которое чаще всего встречается в исследуемой совокупности и имеет наибольшую частоту. В интервальном вариационном ряду мода рассчитывается по формуле:

$$Mo = x_{Mo} + h_{mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo+1}) + (f_{Mo} - f_{Mo-1})}, \quad (4.4)$$

где x_{Mo} – нижняя граница модального интервала;

h_{mo} – величина модального интервала;

f_{Mo} – частота модального интервала;

f_{Mo-1} – частота предмодального интервала;

f_{Mo+1} – частота послемодального интервала.

Медиана (Me) – значение признака, которое находится в середине вариационного ряда и делит ряд пополам, при этом половина единиц совокупности имеют значения признака меньше медианного, а половина – больше.

Для определения места медианы необходимо подсчитать сумму накопленных частот до числа, превышающего половину объема совокупности. Если в вариационном ряду нечетное число единиц, то

надо к сумме накопленных частот этого ряда прибавить единицу и полученное число разделить на 2. Если вариационный ряд имеет четное число единиц, то медиана будет половиной суммы двух срединных вариантов. Для интервальных вариационных рядов с равными интервалами медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me} + h_{me} \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (4.5)$$

где x_{me} – нижняя граница медианного интервала;

h_{me} – величина медианного интервала;

f_{me} – частота медианного интервала;

S_{me-1} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному.

Пример 4.1. В ветеринарную клинику за отчетный период с различными диагнозами поступили 110 кошек, которые имеют следующий возраст (лет):

3,5,6,4,3,4,6,4,5,3,2,2,3,4,5,3,4,5,4,1,4,5,5,4,3,4,6,4,2,4,4,4,3,5,6,4,3,3,2,3,4,3,1,2,4,4,5,6,1,3,4,5,3,4,4,3,2,6,1,2,4,5,3,3,2,3,6,4,3,4,5,4,3,3,2,6,3,3,4,5,4,4,3,3,2,1,2,1,6,5,4,3,2,3,4,4,3,5,6,1,5,6,4,3,4,5,6,4,3,5.

Составить ряд распределения кошек по возрасту. Найти накопленные частоты и частоты. Определить средний возраст кошки, модальный и медианный возраст, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Вариационный ряд изобразить графически.

Решение.

1) Подсчитаем число кошек, имеющих определенный возраст, и запишем в таблицу 4.1. Определим накопленные частоты и частоты. В результате получим дискретный вариационный ряд.

2) Дискретный ряд распределения можно изобразить графически в виде полигона распределения частот или частостей, а также кумуляты. В этом случае по оси абсцисс откладываются значения признака, а по оси ординат – соответствующие им частоты или частости. Полученные точки соединяются отрезками.

Таблица 4.1 – Распределение животных (кошек) по возрасту

Возраст кошки, лет	Число кошек, f	Накопленное число кошек, S	Относительная частота, w
1	7	7	0,064
2	12	19	0,109
3	29	48	0,264
4	33	81	0,300
5	17	98	0,154
6	12	110	0,109
Сумма	110	–	1,000

На рисунке 4.1 представлен полигон распределения, а на рисунке 4.2 – кумулята распределения кошек по возрасту.

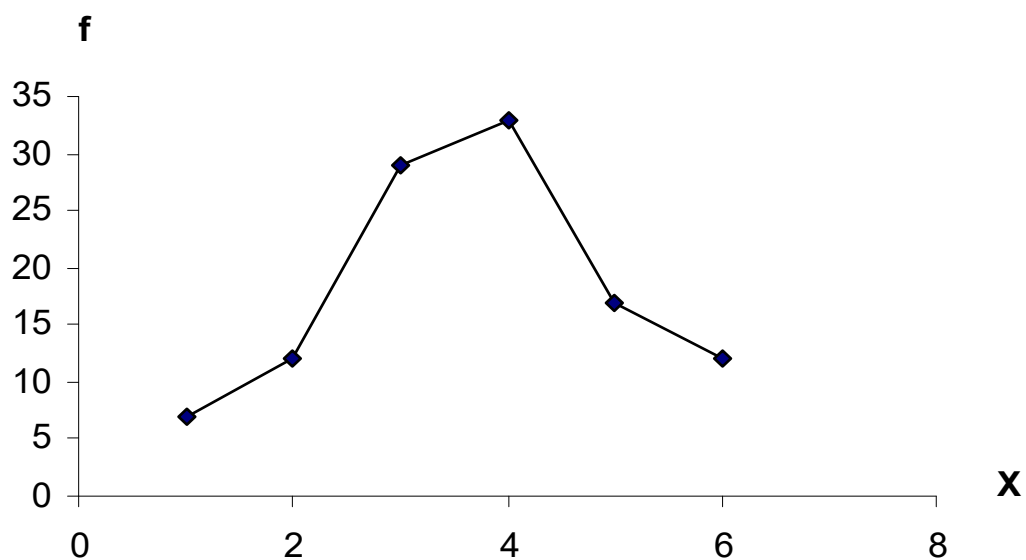


Рисунок 4.1 – Полигон распределения кошек по возрасту

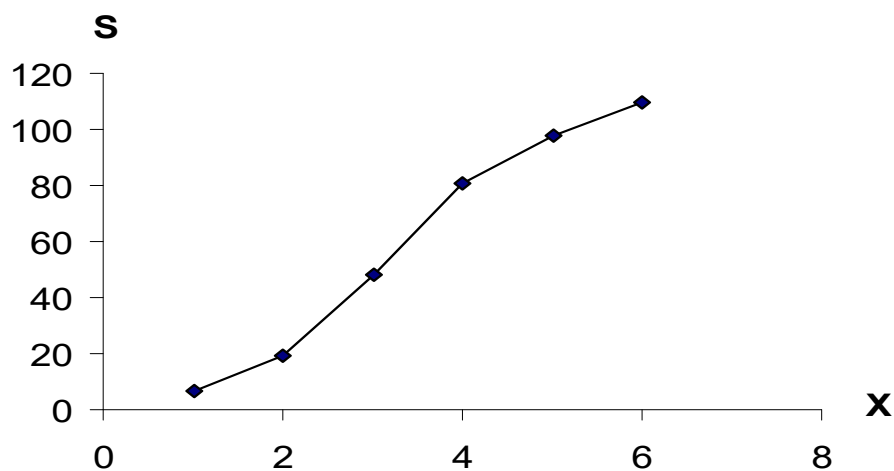


Рисунок 4.2 - Кумулята распределения кошек по возрасту

3) Средний возраст кошки определим по формуле средней арифметической взвешенной (3.2):

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 29 + 4 \cdot 33 + 5 \cdot 17 + 6 \cdot 12}{110} = \frac{407}{110} = 3,7.$$

4) Наибольшее число кошек имеет возраст 4 года, значит $Mo = 4$. Так как всего поступило 110 кошек, то медиана соответствует возрасту 55 кошки в ранжированном ряду, т.е. 4 года, $Me = 4$.

5) Дисперсию определим по формуле 3.16:

$$\sigma^2 = \frac{(1-3,7)^2 \cdot 7 + (2-3,7)^2 \cdot 12 + (3-3,7)^2 \cdot 29 + (4-3,7)^2 \cdot 33 + (5-3,7)^2 \cdot 17 + (6-3,7)^2 \cdot 12}{110} = \frac{195,1}{110} = 1,774.$$

6) Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле 3.18:

$$\sigma = \sqrt{1,774} = 1,33.$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1,33}{3,7} \cdot 100 = 35,9\%.$$

Вывод: в ветеринарную клинику наиболее часто обращаются с кошками в возрасте 4 года. Половина заболевших кошек имеет возраст до четырех, а половина – старше четырех лет. Средний возраст кошки по клинике составляет 3,7 года. Возраст кошки в среднем варьирует в границах от 2,4 до 5,0 лет, а с учетом округления результатов – от 2 до 5 лет. Коэффициент вариации показывает, что имеются значительные различия в возрасте кошек.

Пример 4.2. По 46 районам имеются следующие данные по молочной продуктивности коров (удой молока на одну голову) в хозяйствах населения, ц/гол.: 44,0; 37,1; 24,8; 37,9; 51,5; 52,5; 50,3; 47,5; 30,7; 39,0; 56,9; 62,3; 51,9; 53,9; 46,6; 32,0; 50,7; 50,5; 37,4; 54,4; 47,5; 52,1; 48,4; 50,0; 28,5; 57,8; 33,8; 24,4; 48,6; 47,5; 21,6; 38,9; 52,3; 54,4; 37,1; 36,5; 47,2; 47,9; 22,5; 43,0; 29,1; 53,7; 25,0; 30,5; 28,5; 38,6.

Составить вариационный ряд с равными интервалами. Найти накопленные частоты. Вариационный ряд изобразить графически.

Определить средний удой молока на одну голову, модальное и медианное значения, показатели вариации, коэффициент асимметрии и эксцесс.

Решение.

По формуле 4.2 найдем число групп, на которое необходимо разбить вариационный ряд:

$$k = 1 + 3,322 \lg 46 = 6,52.$$

Учитывая небольшой объем вариационного ряда, примем $k = 6$. По формуле 4.3 определим величину интервала:

$$h = \frac{62,3 - 21,6}{6} = 6,8 \text{ (ц/гол.)}$$

Границы интервалов составят:

21,6 – 28,4;

28,4 – 35,2;

35,2 – 42,0;

42,0 – 48,8;

48,8 – 55,6;

55,6 – 62,4.

Подсчитав число районов в каждой группе, получим вариационный ряд. Все промежуточные расчеты проведем в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Вспомогательная таблица для расчета показателей вариационного ряда

Группа районов по продуктивности, ц/гол.	Число районов в группе (f_i)	Накопленное число районов (S_i)	Среднее значение интервала (x_i)	xf	$ x - \bar{x} f$	$(x - \bar{x})^2 f$	$(x - \bar{x})^3 f$	$(x - \bar{x})^4 f$
21,6-28,4	5	5	25,0	125,0	88,5	1566,45	-27726,2	490753,1
28,4-35,2	7	12	31,8	222,6	76,3	831,67	-9065,2	98810,7
35,2-42,0	8	20	38,6	308,8	32,8	134,48	-551,4	2260,6
42,0-48,8	10	30	45,4	454,0	27,0	72,90	196,8	531,4
48,8-55,6	13	43	52,2	678,6	123,5	1173,25	11145,9	105885,8
55,6-62,4	3	46	59,0	177,0	48,9	797,07	12992,2	211773,5
Итого:	46	-	-	1966,0	397,0	4575,81	-13007,9	910015,1

Вариационный ряд изображается графически с помощью гистограммы и кумуляты распределения. На оси абсцисс откладываются границы интервалов варьирующего признака, а по оси ординат – частоты. Каждому интервалу соответствует прямоугольник, по высоте равный частоте или частости.

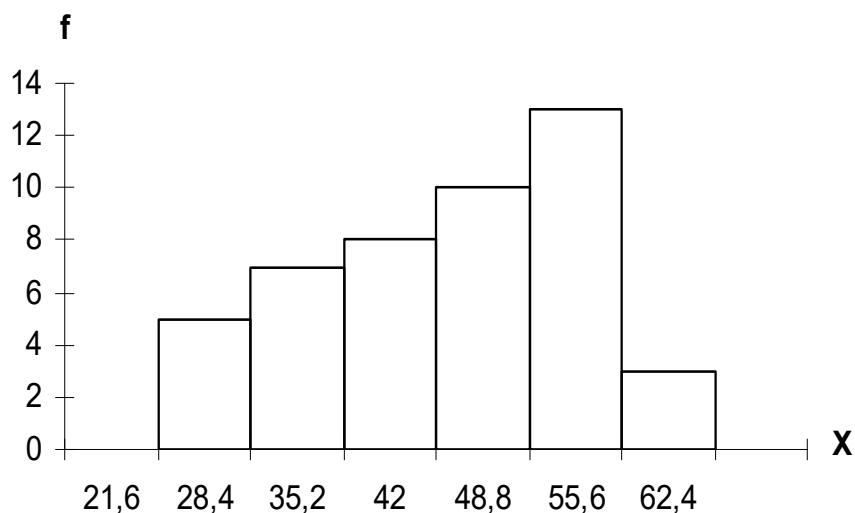


Рисунок 4.3 – Гистограмма распределения районов по продуктивности коров в хозяйствах населения, ц/гол.

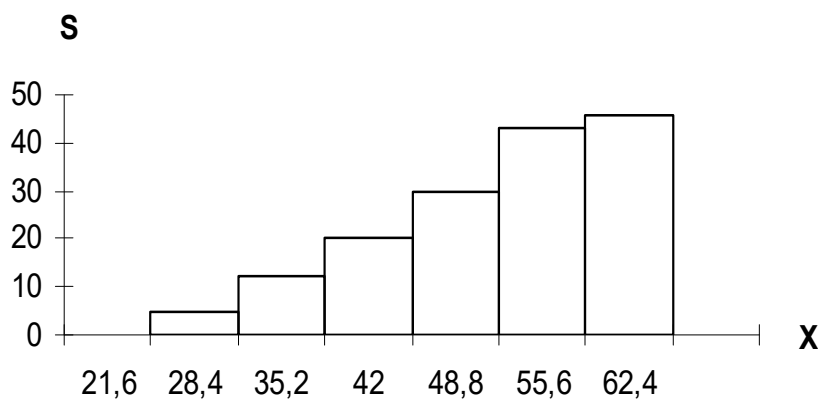


Рисунок 4.4 – Кумулята распределения районов по продуктивности коров в хозяйствах населения, ц/гол.

Найдем моду вариационного ряда, используя формулу 4.4:

$$M_o = 48,8 + 6,8 \frac{13 - 10}{(13 - 10) + (13 - 3)} = 50,4 \text{ ц/гол.}$$

Медиана определяется по формуле 4.5:

$$Me = 42,0 + 6,8 \frac{\frac{46}{2} - 20}{10} = 44,0 \text{ ц/гол.}$$

Средний удой молока на одну корову составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1966}{46} = 42,7 \text{ ц/гол.}$$

Определим показатели вариации:

а) размах вариации:

$$R = 62,3 - 21,6 = 40,7 \text{ ц/гол.};$$

б) среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{397,0}{46} = 8,6 \text{ ц/гол.};$$

в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{4575,82}{46} = 99,474;$$

$$\sigma = \sqrt{99,474} = 10,0;$$

г) коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{10,0}{42,7} \cdot 100 = 23,4\%.$$

Расчеты показали, что в хозяйствах населения наиболее часто встречается удой молока на одну корову 50,4 ц/гол. В половине хозяйств молочная продуктивность коров имеет значение до 44 ц/гол., а в половине – выше.

Средний удой молока на одну корову в хозяйствах населения края составил 42,7 ц/гол. Продуктивность по районам колебалась в среднем в границах $42,7 \pm 10,0$ ц/гол., т.е. от 32,7 до 52,7 ц/гол. Коэффициент вариации свидетельствует о сравнительно небольшой колеблемости молочной продуктивности в хозяйствах населения между районами края.

Найдем центральный момент третьего порядка (m_3), коэффициент асимметрии Пирсона (A_s) и нормированный момент третьего порядка (K_A).

$$A_s = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{42,7 - 50,4}{10,0} = -0,77;$$

$$m_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = -\frac{13007,9}{46} = -282,78;$$

$$K_A = \frac{m_3}{\sigma^3} = -\frac{282,78}{99,474 \cdot 10} = -0,284.$$

В данном примере наблюдается заметная левосторонняя асимметрия.

Для характеристики крутизны вариационного ряда используется центральный момент четвертого порядка (m_4) и показатель эксцесса (E_x).

$$m_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{910015,1}{46} = 19782,937;$$

$$E_x = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{19782,937}{99,474^2} - 3 = -1,001.$$

Так как $E_x < 0$, то распределение районов по удою молока на одну голову является плосковершинным.

Задача 4.1. Имеются следующие данные о диаметре фибром (доброкачественная опухоль) у крупного рогатого скота (см):

24,2; 25,8; 30,6; 32,0; 28,1; 29,6; 33,2; 34,0; 32,9; 29,9; 26,0; 28,1; 24,8; 27,3; 24,5; 30,1; 32,2; 33,6; 31,2; 31,9; 33,9; 25,6; 26,3; 27,4; 28,9; 32,0; 32,1; 33,3; 31,5; 24,9.

Составить вариационный ряд с равными интервалами, изобразить его графически. Определить средний, модальный, медианный диаметры фибром и показатели вариации.

Задача 4.2. Имеется ряд распределения числа собак породы «Такса» по числу щенят за один приплод.

Число щенят за один приплод	1	2	3	4	5
Число собак	15	220	159	67	24

Указать вид данного ряда распределения, изобразить его графически, определить среднее число щенят за один приплод, моду и медиану.

Задача 4.3. По данным таблицы 4.3 определить средний вес коз в целом и по отдельным породам. Найти накопленные частоты и частоты. Вариационный ряд изобразить графически. Определить моду, медиану и показатели вариации. По одной из пород животных найти показатели асимметрии и эксцесса.

Таблица 4.3 – Численность коз в хозяйствах населения, гол.

Порода	Всего	в том числе в весе, кг				
		до 50	50-60	60-70	70-80	80 и выше
Зааненская	2517	237	639	936	664	41
Мингрельская	444	276	113	30	20	5
Оренбургская	1167	346	358	293	163	8
Тоггенбургская	2361	1282	470	347	243	19

Задача 4.4. По данным приложения Б по одному показателю составить интервальный вариационный ряд с равными интервалами:

- 1) среднегодовое поголовье коров, гол.;
- 2) удой молока на одну корову, ц/гол.;
- 3) расход кормов на одну голову, ц корм. ед.;
- 4) площадь сельхозугодий, га.

Найти накопленные частоты и частоты. Ряд распределения изобразить графически. Определить моду и медиану, среднее значение, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Сделать вывод.

Задача 4.5. На основании данных таблицы 4.4. определить средний процент заболеваемости кур-несушек сальпингитом (воспаление яйцевода), показатели асимметрии и эксцесса.

Таблица 4.4 – Группировка предприятий по проценту заболеваемости кур-несушек сальпингитом, %

Уровень заболеваемости, %	До 5	5-7	7-9	9-11	11-13	Свыше 13	Всего
Число организаций	42	59	85	64	35	24	309

Вопросы для самоподготовки

1. Определение и виды вариационных рядов.
2. Как определяется число групп и величина интервала при построении вариационного ряда?
3. Способы графического изображения вариационных рядов.
4. Характеристики структуры вариационного ряда, их расчет и применение.
5. Средняя арифметическая и ее свойства.
6. Абсолютные и относительные показатели вариации.
7. Дисперсия, ее свойства и способы расчета.
8. Статистические показатели концентрации, методика их расчета.
9. Какие показатели характеризуют форму распределения?

5 Выборочный метод

Сбор данных для статистического изучения явлений может проводиться сплошным и выборочным методами. При сплошном наблюдении обследуются все единицы изучаемой совокупности. При выборочном наблюдении отбирается часть единиц генеральной совокупности, а показатели, найденные по отобранной части единиц, должны достаточно точно характеризовать показатели всей совокупности единицы.

По процедуре отбора различают два вида отбора:

- **повторный**, при котором отобранная единица возвращается назад в генеральную совокупность и может попасть в выборку более чем один раз;
- **бесповторный**, когда каждая отобранная из совокупности единица один раз участвует в процессе отбора.

При проведении выборочного наблюдения возникают ошибки регистрации и ошибки репрезентативности (представительности). **Ошибки репрезентативности** – это расхождения между обобщающими характеристиками выборочной и генеральной совокупности, возникающие вследствие несплошного характера наблюдения. Желательно, чтобы величина ошибок была небольшой. Так как численное значение ошибки не известно, то ее возможная оценка дается с помощью расчета средней и предельной ошибок выборки. Обычно величина ошибок определяется для средней арифметической и для доли единиц, обладающих определенным признаком.

Предельная ошибка выборки находится как предел отклонения выборочной характеристики от генеральной, гарантируемой с заданной, обычно близкой к единице, вероятностью, называемой доверительной вероятностью.

Для средней арифметической предел отклонения имеет вид:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{x} - \tilde{x}| \leq \Delta) = \gamma, \quad (5.1)$$

где \bar{x} – генеральная средняя;

\tilde{x} – выборочная средняя;

Δ – предельная ошибка выборки,

γ – уровень доверительной вероятности.

Предельная и средняя ошибки выборки связаны соотношением:

$$\Delta = t \cdot \mu, \quad (5.2)$$

где μ – средняя ошибка выборки;

t – коэффициент, зависящий от уровня доверительной вероятности.

Обычно уровень доверительной вероятности равен 0,9; 0,95 или 0,99. При большом объеме выборочной совокупности для этих уровней доверительной вероятности t равно 1,65; 1,96 или 2,58 соответственно.

Средняя ошибка выборки находится в зависимости от вида и способа отбора. Различают следующие способы отбора: собственно-

случайный; механический; типический (районированный); серийный (гнездовой); комбинированный; многоступенчатый; многофазный; взаимопроникающий и другие.

При простой случайной выборке отбор единиц производится из генеральной совокупности путем жеребьевки или с помощью таблицы случайных чисел. При этом способе единица наблюдения совпадает с единицей отбора.

Средняя ошибка выборки ($\mu_{\bar{x}}$) находится по формуле

а) если отбор случайный повторный:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (5.3)$$

б) если отбор случайный бесповторный:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (5.4)$$

где n – объем выборочной совокупности;

N – объем генеральной совокупности;

σ^2 – дисперсия генеральной совокупности. Так как ее значение обычно неизвестно, то в формулах берется значение выборочной дисперсии (σ_s^2).

В больших выборках ($n > 30$) выборочная дисперсия определяется по формуле:

$$\sigma_s^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{n}, \quad (5.5)$$

где \tilde{x} - выборочная средняя.

В малых выборках ($n \leq 30$):

$$\sigma^2_{\varepsilon} = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{n-1}. \quad (5.6)$$

Выборочная дисперсия в малых выборках обычно обозначается S^2 .

Значения коэффициента t для больших выборок находятся по таблице интеграла вероятностей в соответствии с выбранным уровнем доверительной вероятности. Для малых выборок t находят по таблице критических значений t – Стьюдента в соответствии с уровнем доверительной вероятности и числом степеней свободы $k=n-1$.

Доверительный интервал, который покрывает неизвестное значение генеральной средней с заданной доверительной вероятностью, определяется неравенством:

$$\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}}, \quad (5.7)$$

где $\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \mu_{\bar{x}}$.

При случайном отборе средняя ошибка выборки для доли (P) находится по формуле

а) если отбор повторный:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \quad (5.8)$$

б) если отбор бесповторный:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (5.9)$$

В формулах w – это выборочная доля единиц, обладающих данным признаком.

Доверительный интервал для генеральной доли определяется следующим неравенством:

$$w - \Delta_p \leq P \leq w + \Delta_p, \quad (5.10)$$

где $\Delta_p = t \cdot \mu_p$.

При проведении выборочного наблюдения важным является обеспечение достаточно большого объема выборки, чтобы достигалась необходимая точность результатов и были приемлемы затраты средств и труда на проведение исследования.

Необходимый объем выборки (n) выводится из формул предельной ошибки выборки.

При собственно-случайном повторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2}{\Delta^2}. \quad (5.11)$$

При собственно-случайном бесповторном отборе:

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2 N}{N \Delta^2 + t^2 \sigma_g^2}. \quad (5.12)$$

Пример 5.1. Считая полученные числовые характеристики (\bar{x} ; σ^2) интервального ряда распределения в примере 4.2 результатом случайной бесповторной 10 % выборки, определить с доверительной вероятностью 0,95:

а) границы доверительного интервала для среднего удоя молока на одну корову по всей совокупности хозяйств;

б) необходимый объем выборки, если предельная ошибка будет уменьшена в 2 раза.

Решение.

а) Средняя продуктивность коровы по выборке $n = 46$ хозяйств составила $\bar{x} = 42,7$ ц/гол., дисперсия $\sigma^2 = 99,47$.

Объем генеральной совокупности: $N = \frac{n}{0,1} = \frac{46}{0,1} = 460$ (организаций).

При доверительной вероятности 0,95 значение $t = 1,96$.

Тогда предельная ошибка выборки составит:

$$\Delta_{\bar{x}} = 1,96 \sqrt{\frac{99,47}{46} \left(1 - \frac{46}{460}\right)} = 2,734.$$

б) Необходимый объем выборки при предельной ошибке, уменьшенной в два раза, будет равен:

$$n = \frac{t^2 \sigma_g^2 N}{N \Delta^2 + t^2 \sigma_g^2} = \frac{1,96^2 \cdot 99,47 \cdot 460}{1,368^2 \cdot 460 + 1,96 \cdot 99,47} = \frac{175777,018}{1242,344} = 141,5 \approx 142.$$

Вывод. Средняя продуктивность коровы на одно хозяйство во всей генеральной совокупности при доверительной вероятности 0,95 определяется промежутком $42,7 \pm 2,7$ ц/гол., т.е. покрывается интервалом от 40,0 до 45,4 ц/гол. Необходимый объем выборки $n = 142$ организации, т. е. при уменьшении предельной ошибки в 2 раза, объем выборки увеличивается в 3 раза.

Пример 5.2. Для определения восприимчивости к антибиотикам случайным образом отобрано 100 инфицированных свиней. В результате оказалось, что 90 % отобранных голов успешно вылечено. С доверительной вероятностью 0,954 определить, в каких пределах будет находиться доля вылеченных от инфекции животных в результате введения антибиотика во всей группе.

Решение.

Так как объем выборочной совокупности очень мал по сравнению с генеральной совокупностью, для решения задачи необходимо воспользоваться формулой предельной ошибки выборки для случайного повторного отбора для доли.

При $\gamma = 0,954$ и $n = 100$, по таблице $t = 2$.

$$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = 2 \sqrt{\frac{0,9 \cdot 0,1}{100}} = 0,060 \text{ или } 6,0\%.$$

Тогда доля вылеченных от инфекционного заболевания свиней во всей группе будет находиться в пределах от 84 до 96 %.

Пример 5.3. Новая порода лошадей в племенном хозяйстве содержалась на 8 фермах в одинаковых условиях. Получен следующий удой молока на фермах, ц/гол.: 25,1; 28,4; 24,4; 27,6; 29,4; 27,8; 26,5; 28,8. При уровне доверительной вероятности 0,95 оценить границы, в которых будет находиться средняя продуктивность лошадей в генеральной совокупности.

Решение.

По условию задачи имеем: $n=8$; $\gamma=0,95$.

Найдем средний удой молока от одной кобылы и среднее квадратическое отклонение продуктивности (таблица 5.1).

Таблица 5.1. – Вспомогательная таблица для расчета средней и дисперсии

Номер фермы	Удой молока от одной кобылы, ц/гол. x_i	$x_i - \tilde{x}$	$(x_i - \tilde{x})^2$
1	25,1	-2,15	4,6225
2	28,4	1,15	1,3235
3	24,4	-2,85	8,1225
4	27,6	0,35	0,1225
5	29,4	2,15	4,6225
6	27,8	0,55	0,3025
7	26,5	-0,75	0,55625
8	28,8	1,55	2,4025
Итого	218,0	–	22,08

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{218,0}{8} = 27,25; \quad S^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n-1} = \frac{22,08}{8-1} = 3,1543; \quad S = \sqrt{3,1543} = 1,78.$$

Отбор ферм – случайный бесповторный, но так как объем генеральной совокупности неизвестен, а отношение n / N очень мало, то рас-

чет ошибок выборки производится по формуле для случайного повторного отбора:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{1,78}{\sqrt{8}} = 0,63; \quad P\% = \frac{\mu_{\bar{x}}}{\tilde{x}} \cdot 100 = \frac{0,63}{27,25} \cdot 100 = 2,3\%.$$

Число степеней свободы $k=n-1=8-1=7$. При $\gamma = 0,95$ и $k=7$ по таблице t - Стьюдента $t=2,36$.

Следовательно, $\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \mu_{\bar{x}} = 2,36 \cdot 0,63 = 1,49$.

Вывод. Средняя молочная продуктивность кобыл рассматриваемой породы по результатам опыта составила 27,25 ц/гол., и по фермам продуктивность в среднем колебалась в границах $(27,25 \pm 1,78$ ц/гол.). Относительная средняя ошибка выборки, называемая точностью опыта, составила 2,3 %, что свидетельствует о достаточно высокой точности опыта. С доверительной вероятностью 0,95 можно утверждать, что средний удой молока от одной кобылы в генеральной совокупности будет находиться в интервале $(27,25-1,49; 27,25+1,49)$, т.е. от 25,76 до 28,74 ц/гол.

Задача 5.1. Считая числовые характеристики интервального ряда распределения в соответствии со своим вариантом результатами случайной бесповторной 20 % выборки (см. задачу 4.4), с доверительной вероятностью 0,95 определить:

- а) границы доверительного интервала для генеральной средней;
- б) необходимый объем выборки, если предельная ошибка выборки будет уменьшена в 2 раза.

Задача 5.2. В ветеринарной клинике в отчетном году находилось на лечении 460 собак. В результате случайного бесповторного отбора обследовано 90 животных, у 30 % из которых выявлена болезнь Карре. При уровне доверительной вероятности 0,997 определить долю и количество собак, заболевших чумкой, в целом по клинике.

Задача 5.3. Для обследования цен на ветеринарные лекарственные препараты случайным образом отобрано 100 ветеринарных аптек, что составляет 12,5 % от общего их количества в районе. При уровне доверительной вероятности 0,954 определить, в каких пределах будет находиться средняя цена на препараты «Гепатовет» и «Цестал», если

средняя цена составила по препарату «Гепатовет» – 270 руб., а среднее квадратическое отклонение 92 руб., по препарату «Цестал» – 720 руб. и 120 руб. соответственно.

Задача 5.4. Для проверки лекарственного действия препаратов «Синулокс» отобрано 30 упаковок в случайном порядке. Средний процент выздоровления животных после применения составил 78 % при среднем квадратическом отклонении 6 %. Определить границы, в которых будет находиться среднее значение процента выздоровления животных по всей партии. Расчеты произвести с вероятностью 0,954.

Задача 5.5. Проводилось испытание 10 пород коров в крупном агрохолдинге региона (таблица 5.2). Каждая порода выращивалась на 6 фермах в равных условиях. По одной породе определить среднюю продуктивность коровы, среднюю и предельную ошибку выборки. Уровень доверительной вероятности принять 0,95.

Таблица 5.2 – Удой молока от одной коровы, ц/гол.

Номер фермы	Номер породы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	55,1	49,4	60,2	41,2	55,6	66,5	78,1	49,6	66,4	54,2
2	50,6	51,1	61,3	44,1	54,8	68,8	78,2	55,4	67,2	60,3
3	54,2	45,7	59,8	49,6	49,7	70,2	70,3	53,2	75,4	62,1
4	58,7	47,9	64,1	43,5	52,3	64,7	79,2	56,7	73,1	59,6
5	53,4	50,4	65,4	46,7	54,2	68,4	80,6	54,2	66,2	58,6
6	56,8	51,2	63,8	45,2	50,7	67,1	81,2	50,8	69,1	61,4

Задача 5.6. В результате случайного бесповторного отбора 200 овец из 2130 голов определено, что средний возраст составил 38 месяцев при среднем квадратическом отклонении 10 месяцев, доля ярок равна 0,35. С вероятностью 0,954 определить границы среднего возраста овец в стаде и удельного веса ярок.

Задача 5.7. В районе имеется 120 крестьянских (фермерских) хозяйств. Сколько хозяйств необходимо взять для обследования, если известно, что среднее поголовье свиней составляет 103 гол., при среднем квадратическом отклонении 18 гол. Уровень вероятности принять 0,95, точность 5 %.

Вопросы для самоподготовки

1. В чем состоит сущность выборочного метода?
2. В каких областях применяется выборочный метод?
3. Какие ошибки выборочного наблюдения вы знаете?
4. Перечислите виды и способы формирования выборочной совокупности.
5. Назовите характеристики выборочной и генеральной совокупности.
6. Как определяются средняя и предельная ошибки выборки при различных способах отбора?
7. Как определяется необходимая численность выборки?
8. Какие существуют способы распространения данных выборочного наблюдения на генеральную совокупность?

6 Корреляционно-регрессионный анализ

Корреляционно - регрессионный анализ – это совокупность статистических и математических методов, используемых для количественного анализа связей между различными явлениями и процессами. При корреляционной связи изменение результативного признака (y) обусловлено влиянием факторных признаков (x_1, x_2, \dots, x_n). В зависимости от числа признаков, между которыми изучается связь, различают парную и множественную связь. Если изучается связь между результативным признаком, двумя и более факторными признаками, то она называется множественной.

При изучении связей между признаками устанавливают ее аналитическое выражение в виде линейного и нелинейного уравнения связи. **Линейная связь** описывается уравнением $y = a + bx$, которое на графике имеет вид прямой линии. При нелинейной зависимости используются параболическая, степенная, показательная и другие функции.

Применение корреляционно-регрессионного анализа предполагает проведение исследований в несколько этапов.

Первый этап: подбор факторных и результативных признаков, между которыми изучается причинно-следственная связь.

Второй этап: определение формы связи и подбор математического уравнения, которое наиболее полно отражает характер взаимосвязи между признаками. Для этого используют графический метод. В прямоугольной системе координат на оси абсцисс откладывают значения факторного признака (x), на оси ординат – результативного (y). На поле графика отмечают точки, соответствующие индивидуальным значениям признаков, и по характеру их расположения судят о форме и направлении связи.

Третий этап: рассчитываются параметры уравнения связи с целью установления количественного влияния факторных признаков на результат. При парной линейной связи параметр a – свободный член уравнения, b – коэффициент регрессии, который показывает, на сколько единиц в натуральном выражении изменится результативный признак при изменении факторного на единицу. Параметры линейного уравнения определяют методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \Sigma y = an + b\Sigma x, \\ \Sigma yx = a\Sigma x + b\Sigma x^2. \end{cases} \quad (6.1)$$

Четвертый этап: оценка и анализ полученных результатов при помощи коэффициентов корреляции, детерминации, эластичности и других.

Коэффициент корреляции (r) характеризует направление и тесноту связи, он изменяется от -1 до 1. Если имеет место прямая связь, то $0 \leq r \leq 1$, если обратная, то $-1 \leq r \leq 0$. Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \quad (6.2)$$

При возведении коэффициента корреляции в квадрат и выражении этого результата в процентах получают коэффициент детерминации:

$$D = r^2 \cdot 100 \%. \quad (6.3)$$

Он показывает, какая часть колеблемости результативного признака объясняется вариацией факторного признака.

Коэффициент эластичности определяется по формуле

$$\varepsilon = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}. \quad (6.4)$$

Он показывает, на сколько процентов в среднем изменится результативный признак с изменением факторного на 1 %.

Для определения тесноты связи между двумя признаками, измеренными в порядковых шкалах, применяются менее точные, но более простые по расчету непараметрические показатели, в частности **коэффициенты корреляции рангов** (или ранговые коэффициенты корреляции) Спирмена (ρ) и Кендалла (τ).

Оба показателя основаны на корреляции не самих значений изучаемых признаков, а их рангов. Ранг – это порядковый номер, присваиваемый каждому индивидуальному значению x и y (отдельно) в ранжированном ряду. Оба признака необходимо ранжировать (нумеровать) в одном и том же порядке: от меньших значений к большим или наоборот. Если встречается несколько одинаковых значений x (или y), то каждому из них присваивается ранг, равный частному от деления суммы рангов, приходящихся на эти значения, на число равных значений. Ранги признаков x и y обозначают соответственно символами R_x и R_y .

Для расчета **коэффициента корреляции рангов Спирмена** значения признаков x и y нумеруют от 1 до n . Затем для каждой пары

рангов находят их разность $d_i = R_{x_i} - R_{y_i}$, а коэффициент корреляции рангов определяют по формуле

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (6.5)$$

где n – число наблюдаемых пар значений x и y .

Коэффициент корреляции рангов Кендалла определяется по формуле:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \text{ где } S=P-Q. \quad (6.6)$$

Порядок расчета коэффициента корреляции рангов Кендалла:

- 1) значения x и y ранжируют, т. е. определяют R_{x_i} и R_{y_i} ;
- 2) значения R_{x_i} располагают в порядке возрастания и параллельно записывают соответствующее каждому R_{x_i} значение R_{y_i} ;
- 3) для каждого значения R_{y_i} подсчитывают число следующих за ним рангов более высокого порядка и число следующих за ним рангов, меньших по значению; находят соответствующие суммы P и Q ;
- 4) определяют разность S и коэффициент корреляции рангов Кендалла.

Как и линейный коэффициент корреляции, коэффициенты корреляции рангов могут изменяться в пределах от -1 до $+1$. Чем ближе их значения по модулю к 1 , тем теснее связь между x и y . Коэффициент Кендалла всегда меньше по значению, чем коэффициент Спирмена, причем $\tau \approx \frac{2}{3} \rho$.

При исследовании тесноты связи между качественными признаками строят таблицы сопряженности.

Если каждый из двух качественных признаков принимает только альтернативные значения, то таблица сопряженности имеет вид:

Признак А	Признак В	
	да	нет
Да	а	б
Нет	с	д

Каждая из клеток данной таблицы соответствует известной альтернативе того или другого признака. Для оценки тесноты связи рассчитывают **коэффициенты ассоциации** (K_a) и **контингенции** (K_k):

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad (6.7),$$

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}. \quad (6.8)$$

Данные коэффициенты изменяются от -1 до +1, причем коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации. Связь считается значимой и подтвержденной, если $|K_a| \geq 0,5$, а $|K_k| \geq 0,3$.

Пример 6.1. По данным 10 организаций о средней молочной продуктивности коров и среднем расходе кормов на одну голову (таблица 6.1) определить: форму связи между признаками, параметры уравнения регрессии, тесноту связи между признаками. Исчислить коэффициенты корреляции, детерминации и эластичности.

Решение.

Продуктивность коров зависит от уровня кормления, поэтому факторным признаком является расход кормов на 1 гол., а результативным признаком – удой молока от одной коровы. Нанесем на график пары значений x и y , представленные в таблице 6.1. По характеру расположения точек на графике видно, что зависимость можно выразить уравнением: $y = a + bx$.

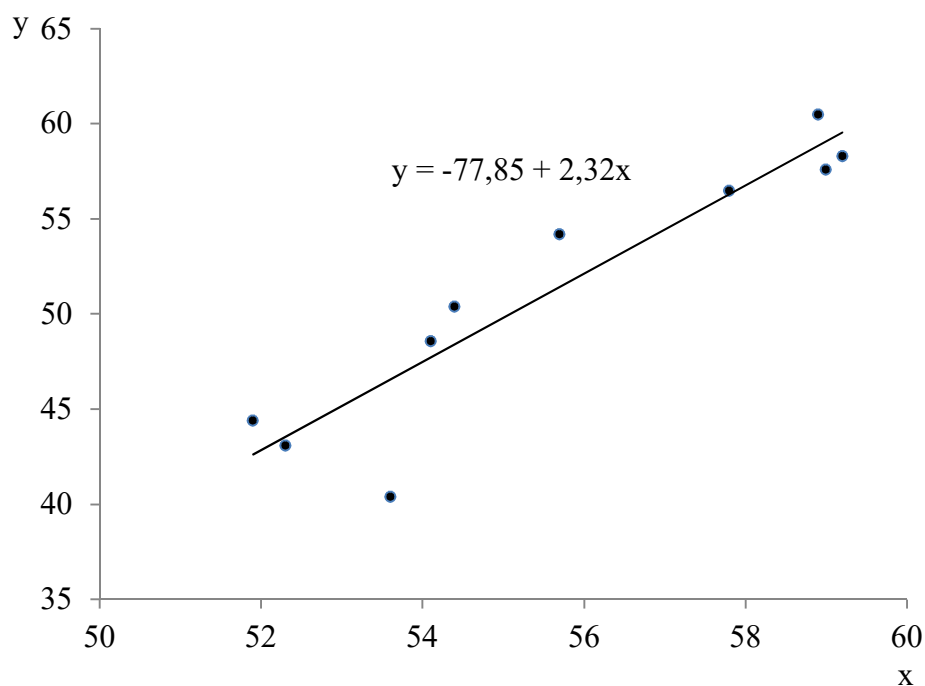


Рисунок 6.1 – Зависимость между молочной продуктивностью коров и расходом кормов на 1 гол.

Заполним вспомогательную таблицу 6.1.

Таблица 6.1 – Продуктивность коров и расход кормов на одну голову

№ организации	Молочная продуктивность, ц/гол. (y)	Расход кормов на 1 гол., ц корм. ед. (x)	y^2	x^2	xy	Теоретическое значение продуктивности, ц/гол. $\hat{y} = a + bx$
1	54,2	55,7	2937,64	3102,49	3018,94	51,4
2	50,4	54,4	2540,16	2959,36	2741,76	48,4
3	58,3	59,2	3398,89	3504,64	3451,36	59,5
4	43,1	52,3	1857,61	2735,29	2254,13	43,5
5	56,5	57,8	3192,25	3340,84	3265,70	56,2
6	60,5	58,9	3660,25	3469,21	3563,45	58,8
7	40,4	53,6	1632,16	2872,96	2165,44	46,5
8	57,6	59,0	3317,76	3481,00	3398,40	59,0
9	48,6	54,1	2361,96	2926,81	2629,26	47,7
10	44,4	51,9	1971,36	2693,61	2304,36	42,6
Итого	514,0	556,9	26870,04	31086,21	28792,80	513,6

Найдем параметры уравнения, составив систему двух уравнений по данным таблицы 6.1. Система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} 514,0 = 10a + 556,9b, \\ 28792,8 = 556,9a + 31086,21b. \end{cases}$$

Решив систему, получим: $a = -77,85$;
 $b = 2,32$.

Тогда уравнение связи между продуктивностью и расходом кормов будет выглядеть следующим образом: $y = -77,85 + 2,32x$.

Значит, при увеличении расхода кормов на 1 гол. на 1 ц корм. ед. удой молока увеличивается в среднем на 2,32 ц/гол.

Рассчитаем коэффициент корреляции.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} = \frac{556,9}{10} = 55,69; & \bar{y} &= \frac{\sum y}{n} = \frac{514,0}{10} = 51,40; \\ \bar{xy} &= \frac{\sum xy}{n} = \frac{28792,80}{10} = 2879,28; \end{aligned}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{31086,21}{10} - 55,69^2} = 2,691;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{26870,04}{10} - 51,40^2} = 6,711;$$

$$r = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{2879,28 - 55,69 \cdot 51,40}{2,691 \cdot 6,711} \approx 0,931.$$

Следовательно, между изучаемыми признаками существует прямая очень тесная связь.

Коэффициент детерминации составит:

$$D = r^2 \cdot 100 = 0,931^2 \cdot 100 = 86,7 \%$$

Таким образом, вариация молочной продуктивности на 86,7 % обусловлена вариацией расхода кормов на 1 гол.

Коэффициент эластичности равен:

$$\varepsilon = b \frac{\bar{x}}{y} = 2,32 \cdot \frac{55,69}{51,40} = 2,51.$$

Повышение расхода кормов на одну голову на 1,0 % приводит к росту молочной продуктивности на 2,51 %.

Так как зависимость между продуктивностью и расходом кормов изучалась по выборочным данным, то необходимо оценить значимость коэффициента корреляции. Выдвигаем нулевую гипотезу – величина коэффициента корреляции в генеральной совокупности равна нулю $H_0: Z_r = 0$, при альтернативной $H_1: Z_r \neq 0$. Проверку нулевой гипотезы проведем с помощью критерия t -Стьюдента.

Найдем наблюдаемое значение критерия:

$$t_n = |r| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} = 0,931 \cdot \sqrt{\frac{10-2}{1-0,867}} \approx 7,22.$$

При $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $k = n - 2 = 8$ по таблице $t_{0,05;8} = 2,31$.

Так как $t_n > t_{0,05;8}$, то нулевая гипотеза отвергается, коэффициент корреляции существенно отличен от нуля. Значит, уровень кормления оказывает статистически существенное влияние на молочную продуктивность коров.

Пример 6.2. Используя данные предыдущей задачи, с помощью коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла, измерить тесноту связи между расходом кормов и удоем молока от одной коровы.

Решение.

1) Для удобства расчета все вспомогательные вычисления проведем в таблице 6.2, расположив организации в порядке возрастания факторного признака.

Таблица 6.2 – Вспомогательная таблица для расчета коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла

x_i	y_i	R_{x_i}	R_{y_i}	$d_i = R_{x_i} - R_{y_i}$	d_i^2	Число рангов R_{y_i}	
						большого порядка	меньшего порядка
51,9	44,4	1	3	-2	4	7	2
52,3	43,1	2	2	0	0	7	1
53,6	40,4	3	1	2	4	7	0
54,1	48,6	4	4	0	0	6	0
54,4	50,4	5	5	0	0	5	0
55,7	54,2	6	6	0	0	4	0
57,8	56,5	7	7	0	0	3	0
58,9	60,5	8	10	-2	4	0	2
59,0	57,6	9	8	1	1	1	0
59,2	58,3	10	9	1	1	–	–
х	х	х	х	х	$\sum d_i^2 = 14$	$P = 40$	$Q = 5$

2) Определим коэффициент корреляции рангов Спирмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 14}{10 \cdot (10^2 - 1)} = 0,915.$$

3) Рассчитаем коэффициент корреляции рангов Кендалла:

$$\tau = \frac{2 \cdot (40 - 5)}{10 \cdot (10 - 1)} = 0,778.$$

Следовательно, между расходом кормов на одну корову и молочной продуктивностью существует тесная связь.

Задача 6.1. По данным 20 организаций об удое молока и возрасте коровы (приложение В) определить: форму связи между признаками;

параметры уравнения регрессии; коэффициенты корреляции, детерминации и эластичности. Сделать вывод.

Задача 6.2. По данным 20 организаций об удое молока и содержании в 1 корм. ед. переваримого протеина (приложение В) определить: форму связи между признаками; параметры уравнения регрессии; тесноту связи между признаками. Сделать вывод.

Задача 6.3 По данным 20 организаций об удое молока и продолжительности сервис-периода (приложение В) определить: форму связи между признаками; параметры уравнения регрессии; тесноту связи между признаками. Сделать вывод.

Задание 6.4. По данным таблицы 6.3 определить зависимость частоты возникновения острого гастрита у собак от продолжительности глистной инвазии.

Таблица 6.3 – Зависимость частоты возникновения гастрита от продолжительности глистной инвазии

Частота гастрита, %	Длительность глистной инвазии, лет
6	1
9	2
11	3
13	4
14	5
19	6
22	7
27	8
35	9

Задача 6.5. По данным 20 организаций (приложение В) с помощью коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла измерить тесноту связи между:

- 1) возрастом и удоем молока от одной коровы;

2) продолжительностью сервис-периода и удоем молока на одну корову;

3) содержанием в 1 корм. ед. переваримого протеина и удоем молока на одну корову.

Задача 6.6. По данным таблицы 6.4 с помощью коэффициентов ассоциации и контингенции оценить наличие связи между молочной продуктивностью коров и уровнем кормления.

Таблица 6.4 – Распределение поголовья коров по молочной продуктивности и уровню кормления

Уровень кормления	Удой		Всего
	высокий	низкий	
Хороший	150	32	182
Плохой	20	60	80
Итого	170	92	262

Вопросы для самоподготовки

1. Перечислите основные этапы проведения корреляционно-регрессионного анализа.

2. Как определить параметры линейного уравнения регрессии?

3. Как производится расчет показателей тесноты связи между признаками?

4. Что характеризуют коэффициенты регрессии и эластичности?

5. Что характеризуют коэффициенты корреляции рангов?

6. По каким формулам рассчитываются коэффициенты корреляции рангов Спирмена и Кендалла?

7. Что характеризуют и как рассчитываются коэффициенты ассоциации и контингенции?

7 Ряды динамики

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменения экономических явлений во времени путем построения и анализа рядов динамики. Ряд динамики представляет собой численные значения статистического показателя в последовательные моменты или периоды времени.

В любом ряде динамики выделяют два элемента: количественные значения показателя, называемые уровнями ряда и периоды или моменты времени, к которым относятся уровни. Если уровни ряда характеризуют значение показателя за определенный период времени, то ряд называется интервальным, а если на определенный момент времени – моментным. Уровни выражаются абсолютными, относительными и средними величинами.

Графически ряды динамики изображаются линейными, либо столбиковыми диаграммами. По оси абсцисс откладываются показатели времени, а по оси ординат - уровни ряда (либо базисные темпы роста).

Для характеристики развития явления во времени определяют показатели: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста базисным и цепным способом, значения одного процента прироста (таблица 8.1).

Обозначим:

y_i – текущий (сравниваемый) уровень, $i = 1, 2, 3, \dots, n$;

y_1 – уровень, принятый за постоянную базу сравнения (обычно начальный);

y_n – конечный уровень.

Абсолютный прирост - это разность между двумя уровнями. Показывает, на сколько единиц один уровень больше другого.

Цепные и базисные абсолютные приросты взаимосвязаны:

- сумма цепных абсолютных приростов равна конечному базисному абсолютному приросту;

- разность между двумя смежными базисными приростами равна промежуточному цепному.

Коэффициент роста – это отношение двух уровней ряда. Показывает, во сколько раз текущий уровень больше или меньше базисного (предыдущего).

Темп роста - это коэффициент роста, выраженный в процентах. Показывает, сколько процентов уровень текущего периода составляет по отношению к уровню базисного (предыдущего) периода.

Между цепными и базисными коэффициентами роста существует взаимосвязь:

- произведение цепных коэффициентов роста равно конечному базисному;

- частное от деления двух смежных базисных коэффициентов роста равно промежуточному цепному.

Темп прироста показывает, на сколько процентов текущий уровень больше или меньше базисного (предыдущего).

Абсолютное значение 1% прироста показывает, какая абсолютная величина скрывается за одним процентом прироста уровня.

Таблица 7.1- Расчет показателей ряда динамики

Показатель	Метод расчета	
	с постоянной базой (базисные)	с переменной базой (цепные)
Абсолютный прирост (A)	$A_{б_i} = y_i - y_1$ (7.1)	$A_{ц_i} = y_i - y_{i-1}$ (7.2)
Коэффициент роста (K_p)	$K_{рб_i} = \frac{y_i}{y_1}$ (7.3)	$K_{рц_i} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ (7.4)
Темп роста (T_p)	$T_{рб_i} = K_{рб_i} 100\%$ (7.5)	$T_{рц_i} = K_{рц_i} 100\%$ (7.6)
Темп прироста ($T_{пр}$)	$T_{прб_i} = T_{рб_i} - 100\%$ (7.7)	$T_{прц_i} = T_{рц_i} - 100\%$ (7.8)
Абсолютное значение 1 % прироста ($Зн. 1\%$)	$Зн. 1\% = 0,01 y_{i-1}$ или	$Зн. 1\% = \frac{A_{ц}}{T_{пр.ц}}$ (7.9)

Для характеристики интенсивности развития явления за длительный период времени рассчитываются средние показатели динамики. Формулы их расчета представлены в таблице 7.2.

Таблица 7.2 – Расчет средних показателей ряда динамики

Показатель	Метод расчета
Средний уровень (\bar{y}) а) интервального ряда	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$ (7.10)
б) моментного ряда с равными интервалами	$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$ (7.11)
в) моментного ряда с неравными интервалами	$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t}$ (7.12)
Средний абсолютный прирост (\bar{A})	$\bar{A} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$ или $\bar{A} = \frac{\sum A_u}{n-1}$ (7.13)
Средний коэффициент роста (\bar{K}_p)	$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\prod K_u}$ или $\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$ (7.14)
Средний темп роста (\bar{T}_p), %	$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100\%$ (7.15)
Средний темп прироста (\bar{T}_{np}), %	$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\%$ или $\bar{T}_{np} = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100\%$ (7.16)
Среднее значение 1% прироста, $\bar{3н.1\%}$	$\bar{3н.1\%} = \frac{\bar{A}}{\bar{T}_{np}}$ (7.17)

Средние показатели динамики исчисляются одинаково для интервальных и моментных рядов, исключение составляет лишь расчет среднего уровня ряда.

Основным условием построения и анализа ряда динамики является сопоставимость уровней во времени.

К несопоставимости приводит изменение состава или территориальных границ изучаемой совокупности, переход к другим единицам измерения, инфляционные процессы. Несопоставимыми ряды динамики являются и в том случае, если они составлены из неодинаковых по продолжительности времени периодов.

При обнаружении несопоставимости уровней ряда должна применяться процедура смыкания, если невозможен их прямой пересчет.

Смыкание может быть произведено двумя способами.

1 способ. Данные за предшествующие периоды умножаются на коэффициент перехода, который определяется как отношение показателей на тот момент времени, когда произошло изменение условий формирования уровней ряда.

2 способ. Уровень переходного периода принимается для второй части ряда за 100% и от этого уровня определяются соответствующие показатели. При этом получается сопоставимый ряд относительных величин.

Для выявления основной тенденции развития в рядах динамики применяют различные методы: укрупнения временных интервалов (периодов); скользящих средних; аналитического выравнивания.

Метод укрупнения временных интервалов (периодов) заключается в том, что вместо первоначальных уровней рассчитываются и сравниваются средние уровни за укрупненные периоды времени (месячные в квартальные, квартальные в годовые и т.д.).

Метод сглаживания ряда динамики с помощью скользящей средней заключается в том, что фактические уровни заменяются средними арифметическими уровнями за укрупненные периоды. Расчет средних ведется способом скольжения, т.е. постепенным исключением из принятого периода скольжения первого уровня и включением следующего. При этом, посредством осреднения эмпирических данных, индивидуальные колебания погашаются, общая тенденция развития явления выражается в виде плавной линии (теоретические уровни).

Метод аналитического выравнивания состоит в подборе для данного ряда динамики такой теоретической линии, которая выражает основные черты или закономерности изменения уровней явления. Чаще всего при выравнивании используют линейное уравнение:

$$\hat{y}_t = a + bt, \quad (7.18)$$

где a – свободный член уравнения;

b – коэффициент;

t – порядковый номер года.

Параметры уравнения определяются методом наименьших квадратов путем составления и решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = na + b\sum t, \\ \sum yt = a\sum t + b\sum t^2. \end{cases} \quad (7.19)$$

Для упрощения расчетов допускается $\sum t = 0$, тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \Sigma y = na, \\ \Sigma yt = b\Sigma t^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\Sigma y}{n}, \\ b = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}. \end{cases} \quad (7.20)$$

Для выявления общей тенденции развития явления во времени, в виде уравнения тренда наряду с линейной, применяют следующие функции:

- парабола второго или третьего порядка

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1t + b_2t^2,$$

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3; \quad (7.21)$$

$$\text{-показательная } \bar{y}_t = b_0b_1^t; \quad (7.22)$$

$$\text{-экспоненциальная } \bar{y}_t = b_0e^{b_1t}; \quad (7.23)$$

$$\text{-гиперболическая } \bar{y}_t = b_0 + \frac{b_1}{t}; \quad (7.24)$$

$$\text{-логистическая } \bar{y}_t = \frac{b_0}{1 + b_1e^{-b_2t}}. \quad (7.25)$$

Найдя параметры уравнения тренда методом наименьших квадратов, проводится оценка его надежности с помощью F – критерия Фишера.

Иногда в динамических рядах отсутствуют промежуточные или последующие уровни. Их можно исчислить с помощью методов интерполяции и экстраполяции.

Интерполяция – нахождение промежуточного неизвестного уровня, при наличии известных соседних уровней.

Экстраполяция – нахождение уровней за пределами изучаемого ряда, т.е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом, или в прошлое на основании текущих уровней.

Пример 7.1. По имеющимся данным о продуктивных качествах бычков герефордской породы рассчитать показатели ряда динамики. Сделать вывод.

Таблица 7.3 - Расчет показателей ряда динамики прироста живой массы бычков геррефордской породы

Год	Прирост живой массы до 18 мес., ц/гол.	Абсолютный прирост, ц /гол.		Коэффициент роста		Темп роста, %		Темп прироста, %		Значение 1% прироста, ц/гол. <i>Зн.1%</i>
		ба-зисный	цепной	ба-зисный	цепной	ба-зисный	цепной	ба-зисный	цепной	
2011	4,9	—	—	—	—	100,0	100,0	—	—	—
2012	4,4	-0,5	-0,5	0,898	0,898	89,8	89,8	-10,2	-10,2	0,049
2013	4,5	-0,4	0,1	0,918	1,023	91,8	102,3	-8,2	2,3	0,044
2014	4,1	-0,8	-0,4	0,837	0,911	83,7	91,1	-16,3	-8,9	0,045
2015	4,2	-0,7	0,1	0,857	1,024	85,7	102,4	-14,3	2,4	0,041
Средние показатели	4,4	-0,175		0,962		96,2		-3,8		0,046

Вывод: расчеты показали, что средний прирост живой массы бычков до 18 месячного возраста в динамике за пять лет составил 4,4 ц/гол. При этом ежегодно он снижался в среднем на 0,175 ц/гол. или на 3,8 %. Один процент прироста соответствовал в среднем 0,046 ц/гол.

Пример 7.2. Определить тенденцию изменения продуктивных качеств бычков геррефордской породы методом укрупнения периодов, скользящей средней и аналитического выравнивания. Сделать вывод.

Для упрощения расчетов начало отсчета времени t было перенесено в середину ряда динамики. Так как $\sum t = 0$, то параметры « a » и « b » найдем следующим образом:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{41,4}{9} = 4,6; \quad b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{-6,7}{60} = -0,1.$$

Тогда уравнение прямой имеет вид: $\hat{y}_t = 4,6 - 0,1 t$.

Подставим в данное уравнение значения t и найдем теоретические (выравненные) уровни прироста живой массы бычков (последний столбец таблицы 7.4). Фактические и теоретические значения продуктивности изобразим графически (рисунок 7.1).

Таблица 7.4 – Вспомогательная таблица для выявления общей тенденции изменения продуктивных качеств бычков

Год	Прирост живой массы до 18 мес., ц/гол. y	Метод укрупнения периодов средняя по трёх-летиям	Метод скользящей средней за три года		Метод аналитического выравнивания			
			сумма	средняя	номер года t	квадрат номера года t^2	произведение параметров yt	выравненные значения $\hat{y}_t = a + bt$
2007	5,0	4,9	–	–	-4	16	-20,0	5,0
2008	5,1		14,8	4,9	-3	9	-15,3	4,9
2009	4,7		14,3	4,8	-2	4	-9,4	4,8
2010	4,5	4,6	14,1	4,7	-1	1	-4,5	4,7
2011	4,9		13,8	4,6	0	0	0,0	4,6
2012	4,4		13,8	4,6	1	1	4,4	4,5
2013	4,5	4,3	13,0	4,3	2	4	9,0	4,4
2014	4,1		12,8	4,3	3	9	12,3	4,3
2015	4,2		–	–	4	16	16,8	4,2
Итого	41,4	–	–	–	0	60	-6,7	41,4

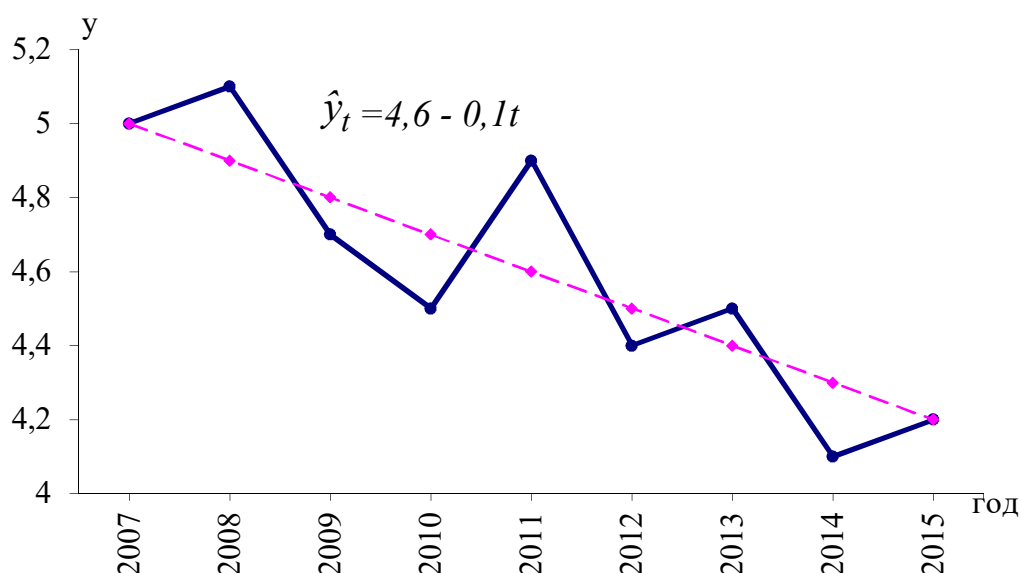


Рисунок 7.1 -Динамика прироста живой массы бычков герффордской породы, ц/гол.

Вывод: расчеты показали, что прирост живой массы бычков до 18 месячного возраста в среднем за 2007–2015 гг. составил 4,6 ц/гол. В среднем он ежегодно снижался на 0,1 ц/гол. На графике наглядно

видна четко выраженная тенденция ухудшения продуктивных качеств бычков.

Пример 7.3. В 2012 г. в организации была произведена смена оборудования, что привело к несопоставимости ряда динамики (таблица 7.5). Привести его к сопоставимому виду, применив смыкание динамического ряда.

Таблица 7.5 – Динамика объемов производства продукции в организации

Объем производства продукции, млн. руб.	Год					
	2010	2011	2012	2013	2014	2015
При старом оборудовании	19,7	20,2	21,2			
При новом оборудовании			22,8	24,6	25,2	26,1
Смыкание по 1 способу, млн. руб.	21,2	21,7	22,8	24,6	25,2	26,1
Смыкание по 2 способу, %	92,9	95,3	100,0	107,9	110,5	114,4

$$а) \frac{22,8}{21,2} = 1,0755; \quad 20,2 \cdot 1,0755 = 21,7; \quad 19,7 \cdot 1,0755 = 21,2;$$

$$б) \frac{20,2}{21,2} \cdot 100 = 95,3; \quad \frac{19,7}{21,2} \cdot 100 = 92,9; \quad \frac{24,6}{22,8} \cdot 100 = 107,9;$$

$$\frac{25,2}{22,8} \cdot 100 = 110,5; \quad \frac{26,1}{22,8} \cdot 100 = 114,4.$$

Вывод: расчеты показали, что смена оборудования в данной организации привела к росту объема производства продукции. При этом в динамике за шесть лет он увеличился на 4,9 млн. руб. или на 21,5 процентных пункта.

Задача 7.1. Численность работников сети ветеринарных клиник на 1.03 составила 315 чел., 6.03 уволилось 4 чел., 12.03 принято 5 чел., 19.03 принято 3 чел., 24.03 уволилось 8 чел., 28.03 принято 2 чел. Определить среднюю численность работников за март месяц.

Задача 7.2. поголовье коров в сельскохозяйственной организации на 1.01 составляло 800 гол., 15.01 выбраковано 30 гол., 5.02 переведено из нетелей в основное стадо 55 гол., 24.02 куплено 10 гол., 12.03 про-

дано 15 гол., 21.03 выбраковано 25 гол. Определить среднее поголовье коров за первый квартал.

Задача 7.3. По данным приложения Г по одному виду заболевания за последние пять лет определить базисные и цепные показатели ряда динамики, показатели динамики в среднем за период. Расчеты представить в табличной форме, сделать вывод.

Задача 7.4. Выявить общую тенденцию заболеваемости животных по данным приложения Г, используя приемы укрупнения периодов, трехлетней скользящей средней и аналитического выравнивания. Изобразить на графике фактические и выравненные (теоретические) уровни. Сделать вывод по результатам расчетов.

Задача 7.5. По данным задачи 7.4 выполнить прогноз уровня заболеваемости на предстоящие два года, применив среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой темп роста и результаты аналитического выравнивания.

Задача 7.6. Используя взаимосвязь показателей динамики, определить уровни ряда динамики и недостающие в таблице базисные показатели динамики по следующим данным о стоимости одной дозы лекарственного препарата для внутрикостного введения больному животному (таблица 7.7).

Таблица 7.7 – Динамика стоимости одной дозы лекарственного препарата в ветеринарной клинике

Год	Стоимость одной дозы препарата, руб.	Базисные показатели динамики			Значение 1% прироста, руб.
		абсолютный прирост, руб.	темп роста, %	темп прироста, %	
2007	451,1	–	–	–	–
2008		- 28,1			
2009			110,3		
2010					
2011				17,1	5,33
2012			121,1		
2013		19,5			
2014					
2015				20,4	5,91

Задача 7.7. Используя взаимосвязь показателей динамики, определить уровни ряда динамики и недостающие в таблице цепные показатели динамики среднегодового удоя молока от одной коровы (таблица 7.8).

Таблица 7.8 – Динамика молочной продуктивности коров в организации

Год	Среднегодовой удой молока от одной коровы, кг	Цепные показатели динамики			Значение 1% прироста, кг
		абсолютный прирост, кг	темп роста, %	темп прироста, %	
2009	5784	–	–	–	–
2010		405			
2011			110,5		
2012					
2013		152			56,65
2014				4,2	
2015				-1,1	

Задача 7.8. Объем производства продукции животноводства в организации в 2010 г. по сравнению с 2009 г. возрос на 2,0 %; в 2011 г. он составил 105,0 % по отношению к объему 2010 г., а в 2012 г. в 1,2 раза больше объема 2009 г. В 2013 г. стоимость продукции животноводства составила 25 млн. руб., что на 10,0 % больше, чем в 2012 г.; в 2014 г. – 30 млн. руб., а в 2015 г. – на 15,0 % больше, чем в 2014 г. Определить: абсолютные уровни производства продукции животноводства за все годы; среднегодовой объем производства продукции; среднегодовой темп роста и прироста.

Задача 7.9. Заболеваемость лептоспирозом коров в крестьянских (фермерских) хозяйствах региона в 2013 г. возросла по сравнению с предыдущим годом на 1,9 %, в 2014 г. – на 6,6 % и в 2015 г. – на 6,1%. Определить средний процент прироста заболеваемости и ее уровень в 2012, 2013 и 2014 гг., если известно, что в 2015 г. зарегистрировано 349 случаев.

Задача 7.10. До 2012 г. в состав производственного объединения входили 20 организаций. В 2012 г. в него влились еще 4 организации,

и оно стало объединять 24 организации. Провести смыкание ряда динамики, используя данные таблицы 7.9.

Таблица 7.9 – Динамика объема реализации продукции объединения, млн. руб.

Объем реализации продукции	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.
По 20 организациям	491,6	501,1	510,2	–	–	–
По 24 организациям	–	–	580,5	610,0	612,9	615,5

Задача 7.11. По данным таблицы 7.10 провести смыкание динамического ряда.

Таблица 7.10 – Динамика валового производства молока в фермерских хозяйствах района, тыс. ц

Произведено молока, тыс. ц	2009г.	2010г.	2011г.	2012г.	2013г.	1014г.	2015г.
В старых границах	44,5	45,0	48,2	–	–	–	–
В новых границах	–	–	60,0	63,6	61,1	64,2	65,6

Вопросы для самоподготовки

1. Ряды динамики, их элементы и правила построения.
2. Виды рядов динамики.
3. Показатели ряда динамики и порядок их расчета.
4. Средние показатели ряда динамики и порядок их расчета.
5. Приемы выявления основной тенденции развития в рядах динамики.
6. Что понимается под интерполяцией и экстраполяцией ряда динамики?
7. Как осуществляется статистическое прогнозирование уровней ряда динамики?
8. Как проводится смыкание рядов динамики?

8 Индексный метод анализа

Индекс - относительный показатель, характеризующий изменение величины социально-экономического явления во времени, соотношение в пространстве или с планом, нормативом, эталоном. К индексам можно отнести относительные величины динамики, выполнения плана, планового задания, сравнения.

Индексы подразделяются на индивидуальные и общие. **Индивидуальные индексы** (i) характеризуют изменение отдельных элементов сложного явления. Например, изменение уровня цен реализации единицы продукции определенного вида изучается с помощью индивидуального индекса цен:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (8.1)$$

где p_1 и p_0 – цена за единицу продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

При проведении экономических исследований наиболее часто используются следующие индивидуальные индексы:

- физического объема продукции

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (8.2)$$

где q_1 и q_0 – объем произведенной или реализованной продукции определенного вида в натуральном выражении, в отчетном и базисном периодах;

- себестоимости продукции

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}, \quad (8.3)$$

где z_1 и z_0 – себестоимость единицы продукции в отчетном и базисном периодах ;

- трудоемкости продукции

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}, \quad (8.4)$$

где t_1 и t_0 - затраты труда на единицу продукции в отчетном и базисном периодах;

- производительности труда

$$i_w = \frac{t_0}{t_1}. \quad (8.5)$$

Общие (сводные) индексы отражают изменение всех элементов сложного явления, состоящего из непосредственно несоизмеримых элементов.

Основной формой общих индексов является **агрегатная**. В числителе и знаменателе общих индексов в агрегатной форме содержатся наборы (агрегаты) элементов изучаемых статистических совокупностей, которые состоят из индексируемых величин и соизмерителей. Индексируемой называется величина, изменение которой изучается. Соизмеритель необходим для перехода от натуральных измерителей разнородных единиц к однородным показателям. В качестве соизмерителей индексируемых величин выступают связанные с ними экономические показатели: цена, количество, себестоимость, трудоемкость и другие.

В экономических исследованиях используются следующие агрегатные индексы.

1) При изучении изменения стоимости реализованной продукции:

- индекс стоимости продукции (товарооборота)

$$J_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum p_0 q_0}, \quad (8.6)$$

где q_0, q_1 – объемы продукции в физическом измерении, соответственно в базисном и отчетном периодах;

p_0, p_1 – цена единицы продукции соответственно в базисном и отчетном периодах;

- индекс физического объема с весами базисного периода (индекс Э. Ласпейреса)

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad (8.7)$$

- индекс физического объема с весами отчетного периода (индекс Г. Пааше)

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}; \quad (8.8)$$

- индекс цен с весами базисного периода (индекс Э. Ласпейреса)

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad (8.9)$$

- индекс цен с весами отчетного периода (индекс Г. Пааше)

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (8.10)$$

2) При изучении изменения уровня затрат и производительности труда:

индекс затрат труда

$$J_{qt} = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0}, \quad (8.11)$$

где t_0, t_1 – затраты труда на единицу продукции, соответственно в базисном и отчетном периодах;

- индекс трудоемкости продукции

$$J_t = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_1 t_0}; \quad (8.12)$$

- индекс производительности труда (трудовой)

$$J_m = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}; \quad (8.13)$$

- индекс производительности труда (стоимостной)

$$J_c = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}, \quad (8.14)$$

где p – сопоставимая цена или цена базисного периода;

T_0, T_1 – затраты труда на производство продукции ($T = tq$) или среднесписочная численность работников.

3) При изучении изменения уровня затрат материально-денежных средств и себестоимости производства продукции:

- индекс материально-денежных затрат

$$J_{qz} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}, \quad (8.15)$$

где z_0, z_1 – себестоимость единицы продукции соответственно в базисном и отчетном периодах;

- индекс себестоимости

$$J_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}. \quad (8.16)$$

При проведении экономических исследований используются средние индексы, которые применяются в однородной совокупности, по которой можно исчислить среднюю величину признака.

Средний гармонический индекс цен применяется в случаях, когда неизвестны отдельные значения p_1 и q_1 , но дано их произведение p_1q_1 и индивидуальные индексы цен

$$J_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}. \quad (8.17)$$

Средний арифметический индекс физического объема применяется в случаях, если неизвестны отдельные значения p_0 и q_0 , но дано их произведение p_0q_0 и индивидуальные индексы физического объема:

$$J_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (8.18)$$

В зависимости от базы сравнения индексы подразделяются на базисные и цепные.

Цепные индексы представляют собой сравнения текущих уровней явления с предыдущими за последовательные периоды или моменты времени:

а) индивидуальные индексы физического объема продукции

$$i_{q_1} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{q_2} = \frac{q_2}{q_1}; \quad i_{q_3} = \frac{q_3}{q_2}; \quad \dots \quad i_{q_n} = \frac{q_n}{q_{n-1}}; \quad (8.19)$$

б) общие индексы физического объема продукции

с постоянными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}; \quad \dots \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}; \quad (8.20)$$

с переменными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_2 p_2}; \quad \dots \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_{n-1}}{\sum q_{n-1} p_{n-1}}. \quad (8.21)$$

Базисные индексы имеют постоянную базу сравнения, в качестве которой принимаются данные какого-то одного периода (при анализе динамики), какой-то территории (при территориальных сравнениях) и планового задания (при анализе выполнения плана):

а) индивидуальные индексы физического объема продукции

$$i_{q_1} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{q_2} = \frac{q_2}{q_0}; \quad i_{q_3} = \frac{q_3}{q_0}; \quad \dots; \quad i_{q_n} = \frac{q_n}{q_0}; \quad (8.22)$$

б) общие индексы физического объема продукции с постоянными весами

$$J_{q1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q2} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q3} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad \dots; \quad J_{qn} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (8.23)$$

Агрегатные индексы качественных показателей могут быть рассчитаны как индексы **переменного состава** и **индексы фиксированного (постоянного) состава**. В индексах переменного состава сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений, а в индексах фиксированного состава - на базе неизменной структуры явлений.

В общем виде индексы переменного состава, постоянного состава и структуры взаимосвязаны:

$$J_x^- = J_x \cdot J_{cmp}, \quad (8.24)$$

где, $J_x^- = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$ - индекс переменного состава; (8.25)

$$J_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \text{ - индекс постоянного (фиксированного) состава;} \quad (8.26)$$

$$J_{cmp} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \text{ - индекс структурных сдвигов.} \quad (8.27)$$

Пример 8.1. По данным сети ветеринарных аптек (таблицы 8.1) определить индивидуальные и общие индексы выручки от продажи, физического объема продукции и цен реализации. Показать взаимосвязь индексов.

Решение:

1) Индивидуальные индексы:

а) физического объема

$$i_{q1} = \frac{20775}{59264} = 0,351; \quad i_{q2} = \frac{8705}{4218} = 2,064; \quad i_{q3} = \frac{124672}{133572} = 0,933;$$

б) цен реализации

$$i_{p1} = \frac{590,32}{375,32} = 1,573; \quad i_{p2} = \frac{1461,23}{1006,88} = 1,451; \quad i_{p3} = \frac{137,54}{147,54} = 0,933.$$

Таблица 8.1 – Вспомогательная таблица для расчета индексов

Наименование препаратов	Реализовано, шт.		Средняя цена продажи за 1 упаковку, руб.		Выручка от продажи, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	условная
	q_0	q_1	p_0	p_1	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	$q_1 p_0$
Мультивитамины для щенков	59264	20775	375,32	590,32	22243,0	12264,0	7797,3
Хондартрон	4218	8705	1006,88	1461,23	4247,0	12720,0	8764,8
Радостин	133572	124672	147,49	137,54	19701,0	17148,0	18388,3
Итого	x	x	x	x	46191,0	42132,0	34950,4

2) Общие индексы:

а) стоимости реализованных препаратов

$$J_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{42132,0}{46191,0} = 0,912;$$

б) физического объема витаминных комплексов

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{34950,4}{46191,0} = 0,757;$$

в) цен реализации

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{42132,0}{34950,4} = 1,205.$$

3) Абсолютное изменение выручки:

а) всего

$$\Delta q_p = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 42132,0 - 46191,0 = -4059,0 \text{ тыс. руб.}$$

б) в том числе за счет изменения:

- объема реализации

$$\Delta q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 34950,4 - 46191,0 = -11240,6 \text{ тыс. руб.};$$

- цен реализации

$$\Delta p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 42132,0 - 34950,4 = 7181,6 \text{ тыс. руб.}$$

4) Проверка:

а) взаимосвязь индексов

$$J_{qp} = J_q \cdot J_p = 0,757 \cdot 1,205 = 0,912;$$

б) абсолютное изменение выручки равно сумме абсолютных изменений за счет объемов и цен реализации

$$\Delta q_p = \Delta q + \Delta p = -11240,6 + 7181,6 = -4059,0 \text{ тыс.руб.}$$

Вывод. За исследуемый период количество реализованных мульти-витаминных препаратов уменьшилось на 64,9 %, хордатрона - на 6,7 %, радостина - возросло на 106,4 %. Цена реализации 1 упаковки мультивитаминов выросла на 57,3 %, хордатрона – на 45,1 %, радостина - снизилась на 6,7 %. Выручка от продажи витаминных комплексов в отчетном году по сравнению с базисным уменьшилась на 8,8 % или на 4059 тыс. руб., в том числе за счет сокращения объемов продаж выручка уменьшилась на 24,3 % или 11240,6 тыс. руб., а за счет роста цен реализации выручка возросла на 20,5 % или 7181,6 тыс. руб.

Пример 8.2. По данным таблицы 8.2 определить изменение уровня цен продажи антигельминтиков. Сделать выводы.

Таблица 8.2 - Показатели продажи ветеринарных препаратов

Наименование препарата	Стоимость реализованных ветеринарных препаратов в отчетном периоде, тыс. руб.	Изменение уровня цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
Милпразон 25 мг	34704	-5,2
Мильбемакс 25 мг	8996	+3,9
Диронет 25 мг	3844	+17,1
Итого	47544	x

Решение:

1) Пересчитаем процентные изменения в индивидуальные индексы цен:

а) индивидуальный индекс цен на «Милпразон»: $1 - 0,052 = 0,948$;

б) индивидуальный индекс цен на «Мильбемакс»: $1 + 0,039 = 1,039$;

в) индивидуальный индекс цен на «Диронет»: $1 + 0,171 = 1,171$.

2) Средний гармонический индекс цен

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} = \frac{47544}{\frac{34704}{0,948} + \frac{8996}{1,039} + \frac{3844}{1,171}} = \frac{47544}{48548} = 0,979.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным цены продажи антигельминтиков снизились в среднем на 2,1 %, выручка за счет этого сократилась на 1004 тыс. руб.

Задача 8.1. По данным приложения Д (вариант по указанию преподавателя) о количестве реализованных препаратов и средних ценах реализации рассчитать общие индексы товарооборота, физического объема и цен реализации. Показать взаимосвязь индексов. Определить абсолютное изменение товарооборота, влияние на него изменения объема и цен реализации. Сделать вывод.

Задача 8.2. По данным приложения Е об удое молока по группе организаций изучить динамику среднего уровня молочной продуктивности коров с учетом и без учета влияния структурных сдвигов, а также определить влияние структурного фактора на среднюю продуктивность коров с использованием индексного метода. Провести индексный анализ изменения валового надоя молока и определить влияние факторов на это изменение. Сделать вывод.

Методические указания

Таблица 8.3 – Изменение валового надоя молока в хозяйствах

Но- мер ор- га- ни- за- ции	Среднегодо- вое поголо- вье коров, гол.		Удой молока на среднего- довую коро- ву, ц		Валовой надой молока, ц			Отклонение, ц		
	ба- зис- ный год	от- чет- ный год	ба- зис- ный год	от- чет- ный год	ба- зис- ный год	от- чет- ный год	усло- вный год	всего	т. ч. за счет изменения	
									пого- ловья	про- дук- тив- ности
	P_0	P_1	Y_0	Y_1	Y_0 P_0	Y_1 P_1	Y_0 P_1	Y_1P_1- Y_0P_0	Y_0P_1- Y_0P	Y_1P_1- Y_0P_1
1										
2										
3										
Итого										

Изменение валового производства молока изучается с помощью индексного метода.

- индекс валового надоя $I_{вс} = \frac{\sum \Pi_1 Y_1}{\sum \Pi_0 Y_0}$,

где Y_0 и Y_1 – удой молока на одну голову в базисном и отчетном периодах соответственно, ц/гол.;

Π_0 и Π_1 – поголовье коров в базисном и отчетном периодах, гол.;

- индекс молочной продуктивности $I_y = \frac{\sum Y_1 \Pi_1}{\sum Y_0 \Pi_1}$;

- индекс поголовья коров

$$I_{\Pi} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0};$$

- индекс структурных сдвигов

$$I_{стр} = \frac{\bar{Y}_{усл}}{\bar{Y}_0} = \frac{\sum Y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum Y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0}.$$

Абсолютное изменение валового надоя, ц:

$$\Delta_{вс} = \sum \Pi_1 Y_1 - \sum \Pi_0 Y_0;$$

в том числе за счет изменения:

- удоя отдельных коров $\Delta_y = (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_{усл}) \sum \Pi_1 = \sum Y_1 \Pi_1 - \sum Y_0 \Pi_1$;

- численности коров $\Delta_{\Pi} = (\sum \Pi_1 - \sum \Pi_0) \bar{Y}_0$;

- структуры стада $\Delta_{стр} = (\bar{Y}_{усл} - \bar{Y}_0) \sum \Pi_1$.

Задача 8.3. По данным таблицы 8.4 о реализации препарата «Синулокс» по группе ветеринарных аптек определить изменение средней цены реализации с учетом и без учета структурных сдвигов. Рассчитать индекс структурных сдвигов. Сделать вывод.

Таблица 8.4 – Объемы и цены продажи «Синулокса» 250 мг (10 табл.)

Наименование ветеринарной аптеки	Количество реализованных упаковок, шт		Цена реализации 1 уп., руб.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
	q_0	q_1	p_0	p_1
Любимчик	123	78	344	365
Дежурная ветеринарная аптека № 1	987	1065	297	294
Природа	274	312	358	387

Задача 8.4. По данным таблицы 8.5 рассчитать общие индексы физического объема, цен и стоимости реализованной продукции.

Таблица 8.5 – Показатели реализации продукции животноводства

Вид продукции	Стоимость реализованной продукции, тыс. руб.		Изменение физического объема отчетного года к базисному, %
	базисный год	отчетный год	
Скот и птица в живой массе	7632	7001	-18,4
Молоко	15315	21689	13,6
Яйца	5965	6854	33,0

Задача 8.5. По данным таблицы 8.6 рассчитать изменение стоимостного объема продаж вакцин в отчетном году по сравнению с базисным, в том числе за счет изменения физического объема и средних цен реализации. Сделать вывод.

Таблица 8.6 – Показатели реализации вакцин

Вид продукции	Стоимость реализованных вакцин, тыс. руб.		Изменение уровня цен в отчетном году по сравнению с базисным, %
	базисный год	отчетный год	
Нобивак lepto	2113	2674	+22,4
Нобивак RL	2247	2536	+12,2
Нобивак ДНРПИ	3538	4252	-6,3

Задача 8.6. По данным таблицы 8.7 о реализации молока сельскохозяйственными организациями определить общие индексы цен, товарооборота и объема продаж. Выявить влияние объема продаж и цен на общую выручку. Определить индивидуальные индексы цен и физического объема. Сделать вывод.

Таблица 8.7 – Показатели продажи молока сельскохозяйственными организациями

Организация	Базисный период		Отчетный период	
	реализовано, ц	цена за 1 ц, руб.	реализовано, ц	выручка, млн руб.
1	62340	1704,8	60510	104,9
2	41200	1825,6	39400	79,7
3	35440	1643,8	34800	56,4
4	56815	1720,4	53240	95,3

Вопросы для самоподготовки

1. Дайте определение индекса.
2. Какие задачи решаются индексным методом.
3. Основные виды индексов.
4. Как строятся агрегатные индексы объемных показателей?
5. Как строятся агрегатные индексы качественных показателей?
6. Построение средних арифметических и средних гармонических индексов.
7. Базисные и цепные индексы. Взаимосвязь между ними.
8. Индексы с переменными и постоянными весами.
9. Индексы переменного, постоянного состава, структурных сдвигов и связь между ними.
10. Особенности построения территориальных индексов.

9 Метод стандартизации

При изучении здоровья животных в научных или практических целях исследователю нередко требуется доказывать влияние факторных признаков на результативные при сравнении различных совокупностей. Для этого используют ряд статистических приемов.

При сравнении двух неоднородных совокупностей по какому-либо признаку зачастую применяют методы стандартизации: прямой, обратный, косвенный.

Прямой метод стандартизации используется при условии наличия полных сведений, как о составе сравниваемых совокупностей, так и распределении в них явления. Данный метод применяется при сравнении интенсивных показателей в совокупностях, отличающихся по составу (например, по возрасту, половой принадлежности, породе и т.д.).

Сущность заключается в том что позволяет устранить (элиминировать) возможное влияние различий в составе совокупностей по какому-либо признаку на величину сравниваемых интенсивных показателей. Состав совокупностей по данному признаку уравниваются, что в будущем позволяет рассчитать стандартизованные показатели.

Стандартизованные показатели — условные, гипотетические величины, они не отражают истинных размеров явлений. Стандартизованные показатели свидетельствуют о том, каковы были бы значения сравниваемых интенсивных показателей если бы были исключены различия в составах совокупностей.

Этапы расчета стандартизованных показателей:

1) расчет общих и частных интенсивных показателей: общих — по совокупностям в целом; частных — по признаку различия (по размеру, половой принадлежности, породе и т.д.).

2) определение стандарта, т.е. выбор одинакового численного состава среды по данному признаку (по возрасту, полу и т.д.) для сравниваемых совокупностей. Чаще всего, за стандарт принимается сумма или полусумма численностей составов соответствующих групп. В то же время стандартом может стать состав любой из сравниваемых совокупностей, а также состав по аналогичному признаку другой совокупности. Например, при сравнении летальности в конкретной сельскохозяйственной организации по двум фермам за стандарт может быть выбран состав больных животных другой сельскохозяйственной организации. Таким образом, так или иначе уравниваются условия среды, что дает возможность провести расчеты новых чисел явления, называемых «ожидаемыми величинами».

3) вычисление ожидаемых абсолютных величин явления в группах стандарта на основе групповых интенсивных показателей, рассчитанных на первом этапе. Итоговые числа по сравниваемым совокупностям являются суммой ожидаемых величин в группах.

4) расчет стандартизованных показателей для сравниваемых совокупностей, используя итоговые ожидаемые величины в группах и новую среду - стандарт.

5) сопоставление соотношений стандартизованных и интенсивных показателей, формулировка вывода.

Пример 9.1. Число осложнений у свиней после введения вакцин на ферме №1 и ферме №2 представлено в баллах (таблица 9.1).

Оцените качество ветеринарной помощи на фермах № 1 и № 2 на основании количества возникающих осложнений.

Таблица 9.1 – Число осложнений у свиней после вакцинации

Тяжесть осложнений	Ферма №1		Ферма №2	
	Число вакцинированных животных	Число осложнений	Число вакцинированных животных	Число осложнений
До 10	250	20	300	22
11-20	450	42	450	41
21-30	120	22	250	45
31-40	85	25	220	60
Свыше 40	30	15	100	44

Решение.

Построим таблицу с расчетом стандартизированных показателей.

Таблица 9.2 – Вычисление ожидаемого числа вакцинированных свиней с осложнениями

Тяжесть осложнений	Ферма № 1		ферма № 2		Относительные показатели осложнений		Ожидаемое число с осложнениями		Стандарты
	вакцинированные	осложнения	вакцинированные	осложнения	ферма № 1	ферма № 2	ферма № 1	ферма № 2	
До 10	250	20	300	22	8,0	7,3	44,0	40,1	550
11-20	450	42	450	41	9,3	9,1	83,7	81,9	900
21-30	120	22	250	45	18,3	18,0	67,7	66,6	370
31-40	85	25	220	60	29,4	27,3	89,7	83,3	305
Свыше 40	30	15	100	44	50,0	44,0	65,0	57,6	130
Всего	935	124	1310	212	13,3	16,1	351,6	329,1	2245

Относительная частота осложнений рассчитывается по каждой ферме как отношение числа животных с осложнением к числу вакцинированных животных и умноженное на 100 %.

Учитывая, что условия выращивания свиней на фермах №1 и № 2 одинаковы, в столбце «Стандарты» приведем сумму вакцинированных животных в обоих фермах.

Ожидаемое число животных у которых могут быть осложнения, рассчитывается путем перемножения относительного показателя на стандарты.

Таблица 9.3 – Расчет стандартизированных показателей

Ферма	Интенсивный показатель по отношению к числу вакцинированных свиней, %	Стандартизированный показатель по отношению к стандартизированному количеству больных, %
1	13,3	$\frac{351,6}{2245} \times 100\% = 15,6$
2	16,1	$\frac{329,1}{2245} \times 100\% = 14,6$

Вывод. Полученные стандартизированные показатели определили более высокую частоту осложнений после введения вакцины у свиней на ферме № 1 и более низкую – у привитых свиней на ферме № 2.

Задача 9.1. В двух племенных хозяйствах (таблица 9.4), которые не отличаются условиями содержания, но отличаются структурой стада крупного рогатого скота, необходимо провести анализ распространения язвенной болезни двенадцатиперстной кишки.

Таблица 9.4 – Распространение в племенных хозяйствах язвенной болезни двенадцатиперстной кишки

Группы животных	Племенное хозяйство №1		Племенное хозяйство № 2	
	Количество животных	Количество заболевших	Количество животных	Количество заболевших
Коровы	1140	70	1070	86
Нетели	220	13	213	23
Телки старше одного года	245	5	204	11
Телки до одного года	135	13	124	10
Бычки старше года	127	17	91	12
Бычки до одного года	89	5	197	14

Задача 9.2. Дано распределения павших птиц в двух крестьянских (фермерских) хозяйствах (таблица 9.5), не отличающимися производственными условиями, но имеющие различия по породному составу. Необходимо провести анализ падежа птиц.

Таблица 9.5 – Падеж птиц в крестьянских (фермерских) хозяйствах

Порода птиц	Хозяйство №1		Хозяйство №2	
	Число птиц	Число павших птиц	Число птиц	Число павших птиц
Леггорн	170	17	220	24
Русская белая	190	21	450	35
Редбро	250	29	150	15
Венгерская	110	16	100	21
Супер Харко	100	12	200	32

Задача 9.3. Дано число больных животных в двух ветеринарных клиниках (таблица 9.6), не отличающихся предлагаемыми услугами, но имеющих различия по видовой принадлежности. Необходимо провести анализ качества ветеринарной помощи в ветеринарных клиниках А и Б на основании количества возникающих осложнений.

Таблица 9.6 – Число поступивших больных животных в ветеринарные клиники

Вид животного	Ветклиника А		Ветклиника Б	
	Число больных животных	Число с осложнениями	Число больных животных	Число с осложнениями
Кот	144	24	310	25
Собака	235	19	243	21
Кролик	97	16	112	13
Шиншилла	75	8	99	7

Вопросы для самоподготовки

1. Для чего используется метод стандартизации?
2. Назовите существующие метода стандартизации.
3. Раскройте суть метода стандартизации.
4. Сформируйте этапы прямого метода стандартизации.
5. Какие критерии отбора стандарта?

Рекомендуемая литература

1. Банержи, А. Медицинская статистика понятным языком: вводный курс / А. Банержи, пер. с англ. под ред. В. П. Леонова. – М.: Практическая медицина, 2014. – 287 с.: ил.
2. Бондаренко, П. С. Практикум по эконометрике: учеб.-практ. пособие для бакалавров / П. С. Бондаренко, И. А. Кацко, В. И. Перцухов, А. Е. Сенникова, А. Е. Жминько, Т. В. Соловьева, Е. Д. Стеганцова, Т. Ю. Чернобыльская; под ред. П. С. Бондаренко. – Краснодар: Кубанский ГАУ, 2013. – 164 с., ил. (Серия: Вероятность, статистика и прикладные исследования в аграрном университете).
3. Долгова, В. Н. Статистика : учебник и практикум для бакалавров / В. Н. Долгова, Т. Ю. Медведева. – 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2014. - 626 с. - (Бакалавр. Базовый курс).
4. Иода, Е. В. Статистика : учеб. пособие / Е. В. Иода. - М.: Вуз. учеб. : ИНФРА -М, 2012. - 302 с.
5. Куренков, А. М. Статистика : учебник/ А. М. Куренков.— Электрон. текстовые данные.— М.: Перспектива, 2012.— 770 с.
6. Ляховецкий, А. М. Статистика : учеб. пособие для бакалавров / А. М. Ляховецкий, Е. В. Кремьянская, Н. В. Климова; под ред. В. И. Нечаева. – Краснодар: Кубанский ГАУ, 2013. – 359 с., ил. (Серия: Вероятность, статистика и прикладные исследования в аграрном университете).
7. Степанова, С. М. Статистика : учебник/ С. М. Степанова, С. В. Митюнина, И. Б. Яровикова.— Иваново: Ивановская государственная текстильная академия, ЭБС АСВ, 2013.— 396 с.

Приложения

Приложение А

Показатели производства молока в сельскохозяйственных организациях Краснодарского края

№ п/п	Среднегодовое поголовье ко- ров, гол.	Произведено молока, ц	Затраты на производство молока, тыс. руб.	Прямые затраты труда, тыс. чел.-ч
1	139	8283	14111	12
2	157	4048	7214	6
3	395	14943	20662	41
4	700	39144	63832	101
5	18	619	1025	3
6	79	5236	8521	9
7	250	13387	21496	41
8	56	2914	6740	52
9	300	10481	16547	19
10	500	34264	58405	49
11	2121	148140	234916	194
12	1190	85200	138145	90
13	800	49167	79855	108
14	1362	83040	176172	86
15	2268	140487	225257	358
16	1837	107017	163074	151
17	760	46031	72477	78
18	500	29001	54488	63
19	1532	53689	147518	198
20	250	10030	24404	70
21	536	27994	46056	108
22	325	11796	17261	52
23	1650	80806	119098	138
24	500	22947	36854	30
25	460	16215	27486	60
26	1143	25320	70925	88
27	2600	158559	265797	238
28	198	11642	19069	37
29	1150	61538	108859	142
30	500	23653	43804	45
31	208	10560	30010	35
32	728	39391	59720	110
33	338	17946	29304	55
34	1440	73022	103894	194

Продолжение приложения А

№ п/п	Среднегодовое поголовье коров, гол.	Произведено молока, ц	Затраты на производство молока, тыс. руб.	Прямые затраты труда, тыс. чел.-ч
35	406	22844	34641	25
36	145	8594	14116	20
37	180	9989	15344	20
38	202	11372	18316	18
39	500	24633	50014	40
40	248	15910	22089	25
41	720	48023	80538	75
42	185	7252	12068	12
43	1974	116335	194382	130
44	140	6083	10555	21
45	1340	73173	130226	257
46	1422	99457	127956	277
47	1900	128824	199509	236
48	1555	71739	148594	166
49	194	8699	14355	25
50	1750	104112	152288	168
51	2475	144912	231083	248
52	851	49960	69584	147
53	129	7404	10512	37
54	950	49055	74362	64
55	1003	76446	115903	190
56	375	26490	39317	80
57	80	5219	8156	7
58	1600	98422	158580	125
59	700	38088	56062	50

Приложение Б

Ресурсы и результаты деятельности сельскохозяйственных организаций Краснодарского края

№ п/п	Среднегодовое поголовье коров, гол.	Расход кормов на одну голову, ц корм. ед.	Затраты на корма на одну голову, тыс. руб.	Удой молока на 1 голову, ц	Площадь сельхозугодий, га
1	600	40,3	70	42,3	5500
2	1120	36,4	71	41,4	10250
3	860	50,4	76	47,0	6640
4	660	52,0	86	49,0	4890
5	980	37,6	71	42,0	10100
6	440	50,9	88	50,0	2780
7	590	58,1	89	48,4	5800
8	710	38,6	70	38,0	8300
9	1010	44,0	72	44,0	11340
10	920	49,2	75	45,6	9250
11	940	49,0	77	46,2	5070
12	570	59,0	80	47,1	7420
13	890	47,4	78	48,2	6800
14	560	39,2	71	42,0	5900
15	1200	46,8	73	44,0	10200
16	960	55,3	70	46,5	12100
17	740	59,0	90	52,5	8600
18	800	37,0	69	38,9	6900
19	1220	36,2	70	39,5	13150
20	510	43,3	74	43,5	5360
21	780	38,2	73	40,1	6480
22	850	48,0	87	47,5	9120
23	990	59,0	88	50,4	9600
24	570	57,4	86	50,0	5620
25	660	43,2	75	46,0	6900
26	580	40,9	71	42,8	6200
27	820	35,8	70	42,0	8000
28	920	49,8	80	48,0	8600
29	520	50,0	90	50,4	5200
30	810	39,4	72	43,4	9500
31	650	52,2	89	51,0	7520
32	750	54,4	88	49,0	8200
33	920	39,0	71	38,0	8000
34	1010	44,4	73	44,4	10200
35	850	49,0	76	46,4	8150
36	880	49,3	77	47,0	5200
37	670	59,3	80	50,9	6040
38	720	46,6	73	44,8	7500
39	660	39,2	71	40,0	6200
40	900	47,0	73	44,6	5500
41	890	55,4	88	47,5	7520

Продолжение приложения Б

№ п/п	Среднегодовое поголовье ко- ров, гол.	Расход кор- мов на одну голову, ц корм. ед.	Затраты на корма на одну голову, тыс. руб.	Удой мо- лока на 1 голову, ц	Площадь сель- хозугодий, га
42	770	58.5	89	53.6	9900
43	950	37.2	70	38.1	8200
44	1100	36.0	71	38.8	10200
45	620	40.8	74	40.0	7800
46	760	39.0	74	42.0	7400
47	1020	48.8	78	48.0	9900
48	960	56.2	80	49.5	9850
49	660	57.0	88	48.0	7250
50	990	44.8	75	45.8	10300
51	850	41.0	71	42.8	8100
52	790	37.0	70	41.3	8300
53	1100	50.0	87	48.0	10800
54	980	51.8	89	50.2	10100
55	870	38.0	72	40.9	9600
56	960	48.8	86	44.5	9900

Приложение В

Показатели молочного скотоводства в сельскохозяйственных организациях

№ предприятия	Продолжительность сервис-периода, дн	Возраст коровы, лет	Содержание в 1 корм. ед. переваримого протеина, г	Поголовье, гол.	Удой молока от одной коровы, ц/гол.
1	68	5,4	156	3115	52,0
2	80	7,2	156	4010	63,0
3	55	4,8	158	2500	50,0
4	45	3,0	84	4800	41,0
5	87	7,3	149	4085	67,1
6	88	7,0	145	3510	68,2
7	90	6,3	280	4570	69,0
8	78	5,7	134	3715	56,1
9	65	4,9	163	2935	52,0
10	70	5,1	115	3025	55,3
11	64	5,0	97	4015	48,4
12	61	5,2	157	5014	55,5
13	51	4,3	81	2601	44,0
14	63	4,7	103	3021	48,0
15	66	5,1	115	3075	50,5
16	88	7,4	300	3105	68,0
17	48	6,2	164	3401	58,1
18	80	7,5	280	4010	66,0
19	94	7,0	320	3412	69,5
20	76	6,9	250	4210	64,0
21	53	5,5	97	1650	46,5
22	64	4,6	97	3850	48,9
23	80	7,0	140	3005	66,0
24	86	6,0	260	3170	61,0
25	50	4,3	115	2075	44,0
26	57	5,1	130	3510	52,5
27	81	6,0	290	3110	62,4
28	92	6,2	280	3940	66,0
29	75	8,0	255	2201	66,4
30	58	3,5	75	1217	43,5
31	66	4,0	160	2515	45,0
32	55	4,5	102	1941	42,6
33	58	5,0	108	3805	49,5
34	75	5,5	146	3640	56,5

Продолжение приложения В

№ пред-приятя	Продолжительность сервис-периода, дн	Возраст коровы, лет	Содержание в 1 корм. ед. переваримого протеина, г	Поголовье, гол.	Удой молока от одной коровы, ц/гол.
35	60	4,0	188	3200	42,0
36	45	4,5	105	3810	42,0
37	80	5,5	260	4015	57,1
38	89	6,0	230	3104	55,0
39	90	7,4	275	4575	63,0
40	78	6,2	134	3620	52,0
41	65	5,1	172	2940	43,4
42	68	5,4	165	3101	45,2
43	67	4,9	101	4010	49,9
44	61	4,6	157	5010	45,8
45	52	3,0	101	2540	40,0
46	63	3,5	102	3100	49,0
47	65	4,0	115	2957	40,5
48	86	6,0	300	3210	66,5
49	48	3,2	156	3201	46,5
50	80	6,4	275	3975	62,7
51	94	7,1	320	3415	68,5
52	75	7,0	245	3450	62,1
53	50	3,8	159	1680	45,2
54	64	4,0	98	3420	48,0
55	80	5,0	145	2975	57,4
56	85	6,5	260	3150	60,1
57	69	3,9	110	2089	45,0
58	75	3,8	130	3640	50,5
59	79	6,6	290	3140	63,0
60	92	7,0	285	3450	68,0
61	74	7,5	245	2117	60,7
62	65	6,2	160	2417	56,4
63	52	4,5	122	2515	44,1
64	68	3,5	156	3115	42,0
65	80	5,0	156	4010	53,0
66	55	4,5	158	2500	40,0
67	45	4,6	84	4800	41,0
68	87	6,1	149	4085	60,1
69	88	6,0	145	3510	61,2
70	90	6,5	280	4570	62,0

Приложение Г

Число зарегистрированных случаев болезни животных в хозяйствах региона, гол.

Вариант	Болезнь	Год								
		2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Крупный рогатый скот										
1	Диспепсия телят	442	481	427	451	553	45,7	497	551	398
2	Псевдомоноз телят	225	275	238	225	342	26,8	302	319	263
3	Кетоз	465	420	435	475	514	46,9	492	538	371
4	Атония преджелудка	234	242	258	187	369	270	250	338	274
5	Ацидоз	233	295	222	264	447	321	385	447	312
6	Родильный парез	481	441	402	218	495	338	338	477	419
7	Трихофития	263	266	252	210	337	233	247	305	252
8	Папиллома	99	134	144	125	212	64	166	240	168
9	Лейкоз	43	64	66	45	102	49	98	71	70
10	Мастит	397	444	471	483	507	603	621	610	643
11	Колибациллез	233	197	229	144	329	231	237	279	411
12	Паратиф	236	198	233	146	339	236	240	281	219
13	Тимпания	396	328	359	262	4386	381	361	438	423
14	Сальмонеллёз	180	193	187	164	221	202	194	219	214
15	Межпальцевая флегмона	182	209	207	189	233	209	208	233	232
16	Флегмона венчика	180	126	128	91	158	180	151	185	180
17	Пупочный сепсис	166	147	169	162	191	178	195	201	161
18	Дифтерия	928	884	896	789	968	939	890	964	986
19	Лейшманиоз	74	85	93	79	102	106	98	111	106
20	Гастроэнтерит	432	632	662	499	687	865	666	637	848
21	Рахит	325	260	247	196	251	256	284	239	227
22	Хламидиоз	125	126	141	122	153	138	136	141	1239
Свиньи										
23	Стоматит	732	640	809	655	966	916	785	669	815
24	Авитаминоз	193	155	171	126	189	166	140	193	155
25	Закупорка пищевода	192	276	349	219	306	250	238	304	259
26	Колибациллез	95	86	101	79	113	87	93	91	69
27	Сальмонеллез	264	236	269	165	307	326	462	437	364
28	Диспепсия поросят	115	93	121	69	133	85	95	97	104
29	Гастроэнтерит	457	578	491	555	704	699	605	744	873
30	Катар ЖКТ	561	686	486	807	740	845	795	1134	756
31	Костная дистрофия	87	89	81	45	57	47	27	22	10

Приложение Д

Результаты продаж ветеринарных препаратов в интернет-аптеке

Вариант	Наименования препарата	Цена реализации 1 ед., руб.		Реализовано, тыс. ед.	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	Байтрил, 100 мл	473,31	431,33	162,9	239,5
	Амоксициллин, 100 мл	833,90	1350,95	18,6	4,4
	Тилозин, 100 мл	140,05	187,77	95,5	781,3
2	Неопен, 100 мл	397,85	447,72	266,9	167,0
	Кламоксил, , 100 мл	887,83	1304,82	31,6	15,7
	Альбипен LA, 100 мл	850,47	1351,27	13,6	26,3
3	Бродлайн Спот-он табл.	432,23	501,59	137,9	261,3
	Стронгхолд табл.	140,84	162,62	166,7	94,6
	Отодектин табл.	149,75	158,62	199,2	381,2
4	Гепатовет форте табл.	415,80	443,50	302,9	144,3
	Стоморджил 2 табл.	1343,64	1821,41	42,9	11,3
	Ветсорбент табл.	147,26	154,61	178,4	145,1
5	Флорентин табл.	406,75	468,65	79,4	102,9
	Фелиимун табл.	1047,89	1594,96	9,6	8,4
	Имунофил табл.	140,40	136,19	125,2	179,8
6	Мексидол-Вет табл.	409,58	515,24	349,4	468,2
	Вазотоп Р табл.	960,21	2079,04	63,9	59,6
	Эмицидин табл.	199,24	182,37	132,7	534,1
7	Фелвит ХОНДРО табл.	348,36	389,39	227,0	261,2
	КардиоВет табл.	1837,58	1572,05	22,1	25,2
	Беафар табл.	154,58	208,77	321,0	548,5
8	Нефродог табл.	295,60	366,80	136,6	168,7
	Ренал Эдвансед табл.	1325,93	1684,85	14,5	13,4
	Уро-урси табл.	125,34	103,99	111,1	222,9

Приложение Е

Поголовье коров и валовое производство молока в сельскохозяйственных организациях Краснодарского края

№ п/п	Организация	Среднегодовое пого- ловье коров, гол.		Валовой надой молока, ц	
		базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	ЗАО «Победа»	2670	2670	158429	157564
2	ОАО «Нива Кубани»	2401	2450	136995	139820
3	ООО «Батуриновское»	898	548	36671	24029
4	ООО «Суворова»	1250	1254	85855	95844
5	ЗАО «Лебяжье- Чепигинское»	529	583	34482	45174
6	ООО «Нива»	368	300	14646	12761
7	ООО «АФ Восход»	750	796	22575	22815
8	СПК колхоз «Новый путь»	1000	1000	63790	56957
9	ООО «Пластуновское»	694	783	15174	18117
10	ОАО «Агроном»	302	156	9123	4352
11	ОАО ПЗ им. Чапаева	2600	2600	147058	141092
12	ОАО «Рассвет»	774	677	27601	23208
13	СПК «Колос»	1035	1030	33327	31830
14	ООО АФ «Победа»	501	461	23556	17518
15	ООО АФ «Отрадокубан- ский»	503	212	22575	12726
16	ООО «Маяк Революции»	272	250	10890	10379
17	ООО ПЗ «Наша Родина»	1650	1650	99863	97869
18	ООО АФ «Тысячный»	710	616	41636	35161
19	ФГУ П «ПЗ Кубань»	1890	1890	94120	76443
20	ООО «Венцы-Заря»	1138	1054	49787	36519
21	СПК им. Калинина	600	600	33173	32492
22	ОАО ПЗ «Дружба»	750	720	43950	43459
23	ООО «Земля»	208	210	8674	8406
24	ООО «Кирпили»	329	331	15068	14807
25	ООО СК «Советская Ку- бань»	706	700	49279	49090
26	ООО «Золотая Нива»	282	260	13423	11810
27	ООО «Андреевское»	300	323	10980	11251
28	ООО СК «Октябрь»	2300	2300	142370	144236
29	ООО «Кубаньагро- Приазовье»	274	260	14330	13811

Оглавление

Введение.....		3
1	Статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических данных.....	4
2	Абсолютные и относительные величины	9
3	Средние величины и показатели вариации.....	13
4	Статистические ряды распределения	18
5	Выборочный метод	28
6	Корреляционно-регрессионный анализ.....	37
7	Ряды динамики.....	48
8	Индексный метод анализа.....	59
9	Метод стандартизации.....	69
	Рекомендуемая литература.....	74
	Приложения.....	75
Приложение А	Показатели производства молока сельскохозяйственных организаций Краснодарского края.....	76
Приложение Б	Ресурсы и результаты деятельности сельскохозяйственных организаций Краснодарского края.....	78
Приложение В	Показатели производства молока в хозяйствах всех категорий.....	80
Приложение Г	Число зарегистрированных случаев болезни животных в хозяйствах региона, гол.....	82
Приложение Д	Результаты продаж ветеринарных препаратов в интернет-аптеке	83
Приложение Е	Поголовье коров и валовое производство молока в сельскохозяйственных организациях Краснодарского края.....	84

Учебное издание

**Кацко Игорь Александрович,
Горпинченко Ксения Николаевна,
Кремянская Елена Владимировна и др.**

СТАТИСТИКА

Практикум

В авторской редакции

Подписано в печать 00.09.2016. Формат бумаги 60 × 84 ¹/₁₆.

Усл. печ. л. – 5,0. Уч.-изд. л. – 4,0.

Тираж 85. Заказ №

Типография Кубанского государственного аграрного университета
350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13