

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени И.Т. Трубилина»**

КАФЕДРА СТАТИСТИКИ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ФИНАНСОВЫХ РЕШЕНИЙ

**Методические рекомендации и задания
для контрольной работы
студентам заочного факультета**

Краснодар
КубГАУ
2017

Математическое обеспечение финансовых решений: метод. рекомендации и задания для контрольной работы студентам заочного факультета по направлению 38.04.08 «Финансы и кредит» / А.Е. Жминько, И.А. Кацко, А.Е. Сенникова, - Краснодар, 2017

Введение

В рыночной экономике от специалиста требуется умение оценивать возможные варианты финансовых последствий при совершении любой сделки. При этом следует учитывать, что принятие управленческих решений финансового характера всегда осуществляется в условиях неопределенности.

Цель изучения курса «Математическое обеспечение финансовых решений» – дать целостную концепцию количественного финансового анализа условий и результатов финансово-кредитных и коммерческих сделок, связанных с предоставлением денег в долг.

Рекомендуется следующий порядок изучения дисциплины: ознакомиться с программой, изучить рекомендованную литературу, разобраться с методикой решения типичных задач, выполнить письменную контрольную работу.

Рекомендуемая литература

1. Ильичев Е.В. Элементарные основы квантовых вычислений. Упражнения и задачи [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Е.В. Ильичев, Я.С. Гринберг— Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 28 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45209.html>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю
2. Сеницын Е.В. Приемы финансовых вычислений в условиях определенности. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Е.В. Сеницын— Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2014. — 64 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68279.html>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
3. Учебно-методическое пособие по дисциплине Основы финансовых вычислений [Электронный ресурс]/ — Электрон. текстовые данные.— М.: Московский технический университет связи и информатики, 2016.— 40 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/61519.html>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

Контрольная работа включает 10 задач небольшого объёма каждая.. Она выполняется в отдельной тетради, желательно оставлять поля на страницах для замечаний рецензента. Задачи решаются в следующей последовательности: записывается условие конкретной задачи, в которой общие обозначения заменяются конкретными значениями параметров определенного варианта; приводится подробное решение задач с необходимыми пояснениями, формулами, расчётами. В конце каждой задачи пишется краткий вывод или ответ. После решения всех задач приводится список использованной литературы, ставится дата выполнения контрольной работы и личная подпись студента.

Варианты контрольной работы и номера задач

Первая буква фамилии студента	Номера задач									
	А,Б	1	11	21	31	41	51	61	71	81
В,Г	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
Д,Е,Ж,З	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
И,К	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
Л,М	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Н,О	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
П,Р	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
С,Т	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
У,Ф,Х,Ц	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
Остальные буквы	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Тема 1. Эквивалентность процентных ставок

В финансовых сделках часто возникает необходимость изменения условий финансовых операций, например, изменить сроки платежа, процентную ставку заменить учетной ставкой, объединить платежи в один. При этом должен соблюдаться принцип равноценности финансовых последствий изменения условий сделки, т.е. финансовые обязательства должны быть для обеих сторон эквивалентными.

Процентные ставки, обеспечивающие равноценность финансовых последствий называются эквивалентными. Эквивалентность ставок обеспечивается равенством множителей наращения или дисконтных множителей.

Определим формулы эквивалентности простых и сложных процентов.

$(1 + ni_n) = (1 + i_c)^n$ отсюда $i_c = \sqrt[n]{1 + ni} - 1$ или $i_n = \frac{(1 + i_c)^n - 1}{n}$. Аналогично выводятся

все другие формулы эквивалентности.

Пример 1. Клиенту банком выдан кредит на пять лет под 9 % годовых.

Определить эквивалентную:

- ставку сложных процентов, если кредит был выдан по ставке простых процентов;
- ставку простых процентов, если кредит был выдан по ставке сложных процентов;
- учетную ставку простых процентов, если кредит был выдан по процентной ставке простых процентов;
- учетную ставку сложных процентов, если кредит был выдан по процентной ставке сложных процентов.

Решение: $n=5$.

а) $i_n = 0,09$; $i_c = ?$

$$i_c = (1 + n \cdot i_n)^{\frac{1}{n}} - 1 = (1 + 5 \cdot 0,09)^{\frac{1}{5}} - 1 = 0,077.$$

Значит, при одинаковой величине начального капитала одну и ту же наращенную сумму можно получить при простой процентной ставке 9% годовых или сложной процентной ставке 7,7% годовых, если срок сделки составляет 5 лет.

б) $i_c = 0,09$; $i_n = ?$

$$i_n = \frac{(1 + i_c)^n - 1}{n} = \frac{(1 + 0,09)^5 - 1}{5} = 0,108.$$

Кредит, выданный под 9% сложных годовых процентов, эквивалентен кредиту под 10,8% простых процентов на срок 5 лет.

в) $i_n = 0,09$; $d_n = ?$

$$d_n = \frac{i_n}{1 + n \cdot i_n} = \frac{0,09}{1 + 5 \cdot 0,09} = 0,062;$$

Кредит, выданный по простой процентной ставке 9% годовых, будет эквивалентен кредиту, выданному по простой учетной ставке 6,2% годовых.

г) $i_c = 0,09$; $d_c = ?$

$$d_c = \frac{i_c}{1+i_c} = \frac{0,09}{1+0,09} = 0,083.$$

Таким образом, кредит, выданный по сложной процентной ставке 9% годовых, обеспечивает ту же наращенную сумму, что и по сложной учетной ставке 8,3% годовых.

Тема 2. Потоки платежей

Финансовые операции представляющие совокупность сделок, распределенных во времени, называются потоком платежей. Отдельный элемент называется членом потока. Если все члены потока платежей положительны (т.е. осуществляются только поступления средств или только выплаты и поток платежей можно считать однонаправленным), а временные интервалы между двумя последовательными платежами являются равными, то такой поток называется финансовой рентой или аннуитетом. Например, получение процентов по облигациям или погашение кредита в рассрочку.

Финансовая рента характеризуется следующими параметрами:

R – величина отдельного платежа, называемая членом ренты;

n – срок ренты, от начала первого периода до конца последнего;

i или j – годовые сложные процентные ставки, используемые для наращивания ренты или дисконтирования платежей;

m – частота начислений процентов в году;

p – число рентных платежей в году;

S – наращенная сумма ренты, т.е. сумма всех платежей с начисленными на них процентами на конец срока ренты;

A – современная величина ренты (приведенная стоимость), т.е. сумма всех платежей, уменьшенная (дисконтированная) на величину процентной ставки на определенный момент времени (как правило, на начало ренты).

В зависимости от различных условий ренты подразделяются на следующие виды:

- годовые, с выплатой раз в году и p - срочные, с выплатой p - раз в году;
- дискретные, с фиксированным числом выплат и непрерывные, когда промежутки между выплатами стремятся к нулю;
- с ежегодным, m – разовым и непрерывным начислением процентов;
- постоянные, с одинаковой величиной платежа и переменные, с меняющейся во времени величиной платежа;
- обыкновенные (постнумерандо) с платежами в конце временных периодов и пренумерандо с платежами в начале периодов.

Наращенная сумма годовой ренты и современная ее стоимость, когда взносы осуществляются в конце каждого года в сумме R по сложной годовой ставке процента i , определяются по формулам:

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (1), \quad A = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (2).$$

Если проценты начисляются m – раз в году, то S и A находятся по формулам:

$$S = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1} \quad (3), \quad A = R \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1} \quad (4).$$

В наиболее общем случае проценты начисляются m – раз в году, а число выплат в году равно p , тогда наращенная сумма и современная стоимость ренты:

$$S = \frac{R}{P} \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m/n} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m/p} - 1} \quad (5), \quad A = \frac{R}{P} \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m/p} - 1} \quad (6).$$

Часто при разработке контрактов и условий финансовых сделок задаются обобщающие характеристики S и A , а определяются другие параметры ренты: R ; n ; i или j .

В финансовой практике применяются также переменные ренты, в которых величины отдельных платежей изменяются по определенным правилам, а не являются постоянными.

Пример 2. Акционерное общество создает инвестиционный фонд. Ежегодно в фонд вносится 500 тыс. руб. под 7% годовых. Найти наращенную величину фонда, если он формируется в течение 5 лет. Как изменится срок ренты, если процентная ставка снизится в два раза? Определить современную величину ренты.

Решение.

а) Платежи производятся одинаковыми суммами в конце каждого периода (постнумерандо), через равные промежутки времени один раз в году.

$R=500000$ руб., $i=0,07$; $n=5$; $S=?$

$$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad S = 500000 \cdot \frac{(1+0,07)^5 - 1}{0,07} = 2875370 \text{ руб.}$$

Значит, к концу пятилетнего срока инвестиционный фонд составит 2875370 руб.

б) Рентные платежи осуществляются равными суммами два раза в году, а проценты начисляются ежеквартально.

$R=500000$ руб.; $j=0,07$; $n=5$; $p=2$; $m=4$; $S=?$

$$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]} = 500000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{4 \cdot 5} - 1}{2 \cdot \left[\left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{\frac{4}{2}} - 1\right]} = 2937003 \text{ руб.}$$

Видно, что наращенная сумма возрастает с увеличением частоты начислений процентов и числа рентных платежей в году.

в) Определим срок ренты, если процентная ставка снизится в два раза. Учтем оба варианта расчета.

В первом варианте параметры ренты составят:

$$R=500000 \text{ руб.}; i=0,035; S=2875370 \text{ руб.}; n=?$$

Срок ренты находится по формуле:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{R} \cdot i + 1\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(\frac{2875370}{500000} \cdot 0,035 + 1\right)}{\ln(1+0,035)} = 5,33 \text{ года.}$$

Во втором варианте параметры ренты составят:

$$R=500000 \text{ руб.}; j=0,035; S=2937003; p=2; m=4; n=?$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{R} \cdot p \cdot \left(\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right) + 1\right)}{m \cdot \ln\left(1 + \frac{j}{m}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{2937003}{500000} \cdot 2 \cdot \left(\left(1 + \frac{0,035}{4}\right)^{\frac{4}{2}} - 1\right) + 1\right)}{4 \cdot \ln\left(1 + \frac{0,035}{4}\right)} = 5,39 \text{ года.}$$

Срок образования инвестиционного фонда увеличился до 5,39 года.

г) Современная величина постоянной ренты постнумерандо по первому варианту расчета составит:

$$A = R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 500000 \cdot \frac{1 - (1+0,07)^{-5}}{0,07} = 2050099 \text{ руб.}$$

Значит, для создания инвестиционного фонда в размере 2875370 руб. через 5 лет, можно было вложить единовременно 2050099 руб. под 7% годовых сложных процентов.

Во втором варианте современная величина составит:

$$A = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{p \cdot \left(\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right)} = 500000 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{-4 \cdot 5}}{2 \cdot \left(\left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{\frac{4}{2}} - 1\right)} = 2075946 \text{ руб.}$$

Современная величина ренты несколько возросла и составила 2075946 руб., но и наращенная сумма равна 2937003 руб.

Задания для контрольной работы

Задачи 1-10. Банк выдал клиенту ссуду в размере « P » тыс. руб. сроком на: 3 месяца, 6 месяцев и 9 месяцев, по ставке « i » простых процентов (и « d »

учетной ставке процента). Определить наращенную сумму, если проценты начислялись: а) по процентной ставке; б) по учетной ставке. Через какой срок величина ссуды увеличится на: 10% ;20%; 30%, а также в два раза.

№ задачи	Величина ссуды, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)	Учетная ставка, % (d)	№ задачи	Величина ссуды, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)	Учетная ставка, % (d)
1	500	13,0	13,0	6	260	12,5	12,5
2	430	13,5	13,5	7	420	9,5	9,5
3	280	11,0	11,0	8	390	14,2	14,2
4	360	10,5	10,5	9	560	11,5	11,5
5	240	14,0	14,0	10	370	12,7	12,7

Задачи 11-20. Банк выдал клиенту кредит 24 февраля в размере « P » тыс. руб. Срок возврата кредита 18 октября. Проценты начислялись по простой ставке « i ». Год не високосный. Рассчитать наращенную сумму долга, подлежащую возврату (тремя методами). Как изменятся наращенные суммы при использовании всех трех методов, если процентная ставка увеличится на 10%.

№ задачи	Величина ссуды, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)	№ задачи	Величина ссуды, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)
11	200	12,5	16	510	10,5
12	450	10,7	17	320	12,5
13	370	10,8	18	270	11,0
14	380	11,5	19	490	13,5
15	440	14,7	20	390	11,7

Задачи 21-30. Банк предлагает вкладчикам следующие условия по срочному годовому депозиту: а) в первое полугодие процентная ставка « i » % годовых, а каждый следующий квартал ставка возрастает на 0,5%; б) первые 5 месяцев ставка « i » % годовых, а каждый следующий месяц ставка увеличивается на 0,2%. Проценты начисляются только на первоначально внесенную сумму вклада. Определить наращенную за год сумму.

№ задачи	Величина депозита, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)	№ задачи	Величина депозита, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)
21	125	10,0	26	220	11,5
22	270	9,5	27	433	8,5
23	237	8,7	28	324	10,3
24	242	8,5	29	435	9,8
25	363	9,8	30	248	10,7

Задачи 31-40. Клиенту банка предоставлен потребительский кредит сроком на 12 месяцев с ежемесячным погашением кредита в сумме « P » руб., под « i » % годовых. Составить план погашения кредита.

№ задачи	Сумма кредита, руб. (P)	Процентная ставка, %. (i)	№ задачи	Сумма кредита, руб. (P)	Процентная ставка, %. (i)
31	188550	10,0	36	542000	10,5
32	236000	9,5	37	396000	11,0
33	468000	12,0	38	270500	8,5
34	274500	11,5	39	285000	7,5
35	356000	9,0	40	448500	12,5

Задачи 41-50. Владелец векселя номинальной стоимостью « P » руб., срок обращения которого один год, предъявил его банку-эмитенту для учета за: 30 дней до даты погашения; 90 дней до даты погашения; 120 дней до даты погашения. Банк учел его по учетной ставке « d » % годовых. Определить дисконтированную величину, т.е. сумму, полученную владельцем векселя (P'), и величину дисконта (D).

№ задачи	Номинальная стоимость векселя, тыс. руб. (S)	Учетная ставка, % (d)	№ задачи	Номинальная стоимость векселя, тыс. руб. (S)	Учетная ставка, % (d)
41	125	7,5	46	135	10,0
42	238	12,0	47	249	11,5
43	142	10,5	48	155	12,5
44	154	8,0	49	207	9,0
45	266	8,5	50	225	11,0

Задачи 51-60. Клиент имеет в коммерческом банке первоначальную сумму « P » тыс. руб. Годовая сложная процентная ставка составляет « i » процентов.

Определить наращенную сумму, если периоды наращивания составляют: а) 60 дней; б) 90 дней; в) 5 месяцев; г) 9 месяцев; д) один год; е) два года; ж) пять лет.

Задачи решить при условии, что начисление процентов производилось: а) один раз в году; б) ежеквартально; в) каждые два месяца; г) ежемесячно.

Определить, через какой срок первоначальная сумма денег клиента удвоится; увеличится в три раза.

№ задачи	Первоначальная сумма, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)	№ задачи	Первоначальная сумма, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)
51	350	10,0	56	435	9,5
52	275	10,5	57	240	8,0
53	400	11,0	58	245	8,5
54	325	11,5	59	455	7,5
55	530	12,0	60	360	7,0

Задачи 61-70. Банком выдан клиенту кредит в размере « P » тыс. руб. по сложной учетной ставке « d » % годовых. Определить наращенную сумму долга,

если срок возврата кредита составляет: а) 30 дней; б) два месяца; в) шесть месяцев; б) восемь месяцев; в) один год; г) четыре года.

Задачи решить при условии, что начисление процентов производится один раз в году, каждое полугодие и каждые два месяца. Сравнить полученные результаты.

№ задачи	Сумма кредита, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)	№ задачи	Сумма кредита, тыс. руб. (P)	Процентная ставка, % (i)
61	250	10	66	335	12,5
62	375	10,5	67	545	13,0
63	500	11,0	68	255	13,5
64	425	11,5	69	360	14,0
65	230	12,0	70	465	14,5

Задачи 71-80. Долговое обязательство на сумму « S » тыс. руб. должно быть погашено через « n » лет. Владелец долгового обязательства учел его в банке по сложной учетной ставке « d » % годовых. Найти сумму дисконта, полученную банком.

Задачи 71-80 решить также при условии, что долговое обязательство учтено в банке по сложной процентной ставке (равной учетной ставке). Сравнить полученные результаты.

№ задачи	Сумма долга, тыс. руб. (S)	Срок погашения, лет (n)	Учетная ставка, % (d)	№ задачи	Сумма долга, тыс. руб. (S)	Срок погашения, лет (n)	Учетная ставка, % (d)
71	150	4	12,0	76	245	5	11,5
72	260	5	11,0	77	155	6	10,5
73	170	6	10,0	78	265	3	9,5
74	180	3	9,0	79	375	4	8,5
75	390	4	8,0	80	185	5	7,5

Задачи 81-90. Предприятию выдан кредит финансовой организацией на « n » лет под « i » процентов годовых.

Определить эквивалентную ставку: а) сложных процентов, если кредит был выдан по ставке простых процентов; б) простых процентов, если кредит был выдан по сложным процентам; в) учетную ставку простых процентов, если кредит был выдан по процентной ставке простых процентов; г) учетную ставку сложных процентов, если кредит был выдан по процентной ставке сложных процентов; д) учетную ставку простых процентов, если кредит был выдан по процентной ставке сложных процентов; е) учетную ставку сложных процентов, если кредит был выдан по процентной ставке простых процентов; ж) учетную ставку сложных процентов, если кредит был выдан по учетной ставке простых

процентов; ж) процентную ставку сложных процентов, если кредит был выдан по простой учетной ставке.

№ задачи	Срок предоставления кредита, лет (n)	Процентная ставка, % (i)	№ задачи	Срок предоставления кредита, лет (n)	Процентная ставка, % (i)
81	2	11,5	86	3	11,8
82	3	10,8	87	4	12,2
83	4	9,9	88	5	9,2
84	5	8,7	89	2	8,7
85	2	11,9	90	3	7,9

Задачи 91-100. Предприятие создает инвестиционный фонд. Ежегодно для создания фонда в банк вносится « R » тыс. руб. под « i » % годовых. Найти наращенную сумму ренты, если фонд создается в течении « n » лет, при условии что:

- а) рентные платежи осуществляются один раз в году, начисление процентов производится один раз в конце периода начисления;
- б) рентные платежи осуществляются один раз в году, а проценты начисляются ежеквартально;
- в) рентные платежи осуществляются ежеквартально, а проценты начисляются один раз в году;
- г) рентные платежи осуществляются два раза в году, и проценты начисляются два раза в год.
- д) рентные платежи осуществляются каждые два месяца в году, а проценты начисляются ежемесячно.

Определить срок, для каждого варианта, который необходим для создания инвестиционного фонда, если процентная ставка снизится в полтора раза.

Определить современную величину постоянной ренты для каждого варианта.

№ задачи	Величина ежегодного платежа, тыс. руб. (R)	Процентная ставка, % (i)	Срок ренты, лет (n)	№ задачи	Величина ежегодного платежа, тыс. руб. (R)	Процентная ставка, % (i)	Срок ренты, лет (n)
91	250	9,0	7	96	270	11,0	8
92	190	10,5	4	97	280	10,8	5
93	270	11,0	6	98	195	10,0	6
94	180	11,5	5	99	230	10,5	7
95	190	12,0	3	100	245	12,5	4

