

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ И. Т. ТРУБИЛИНА»**



# **СТАТИСТИКА**

## **ЧАСТЬ 1** **Общая теория статистики**

### **Практикум**



**Кафедра статистики и  
прикладной математики**

**Краснодар  
2021**

**УДК 311.1 (076.5)**

**ББК 60.6**

**С78**

**Рецензент:**

**Л.Н. Исачкова** – зав. кафедрой экономики и финансов экономики и финансов Краснодарского кооперативного института (филиал) АНОО ВО «Российского университета кооперации»,  
канд. экон. наук, профессор

**Авторский коллектив:**

А. М. Ляховецкий, Е. В. Кремянская, А. Е. Жминько,  
Г. Г. Гоник, А. Е. Сенникова, К. А. Н.Н. Яроменко

**С78 Статистика. Ч. 1. Общая теория статистики: практикум /**

А. М. Ляховецкий [и др.]. – Краснодар: КубГАУ, 2021. – 101 с.

Содержание и тематика заданий практикума соответствует действующей программе по статистике. Отдельные задачи носят условный характер, значительная часть составлена по реальным данным организаций Краснодарского края. По каждой теме предусмотрено решение студентами индивидуальных заданий с последующей их сдачей преподавателю.

Задания предназначены для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, при самостоятельном изучении учебников и учебных пособий студентами, обучающимися по направлению «Экономика».

**УДК 311.1 (076.5)**

**ББК 60.6**

© Коллектив авторов, 2021

© ФГБОУ «Кубанский  
государственный аграрный  
университет имени  
И.Т. Трубилина», 2021

# 1 Статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических данных

Статистическое наблюдение - это планомерный, научно-организованный сбор массовых данных о явлениях и процессах общественной жизни. Оно является начальной стадией статистического исследования. Полученные данные должны быть достоверными, полными и сопоставимыми.

Объектом статистического наблюдения является совокупность явлений и процессов, которые подлежат исследованию и образующих статистическую совокупность. Под единицей статистической совокупности понимается составной элемент этой совокупности, который служит основой счета и обладает признаками, подлежащими регистрации при проведении обследования. Под единицей статистического наблюдения понимается первичная ячейка, от которой должны быть получены необходимые данные (например: предприятие, работник, семья и т.д.). Она является носителем регистрируемых при статистическом наблюдении признаков. Признак – это отличительная черта, свойство, качество единицы статистической совокупности. Статистический показатель - это обобщенная количественно-качественная характеристика социально-экономических явлений и процессов.

Проведению статистического наблюдения предшествует разработка программы наблюдения, включающая перечень признаков, подлежащих регистрации по каждой единице наблюдения. Для учета ответов на вопросы программы разрабатываются формуляры наблюдения, в которых отражается перечень вопросов программы и места ответов на них. Составляется инструкция по заполнению формуляров (анкет, бланков, листов, карточек).

По способу организации различают следующие формы статистического наблюдения: отчетность, специально организованное статистическое наблюдение, регистр. Отчетность – это такая форма статистического наблюдения, при которой сведения от организаций поступают в статистические органы в виде обязательных статистических отчетов об их деятельности. Специально организованное статистическое наблюдение представляет собой наблюдение, организованное со специальной целью, осуществляемое в форме переписи или

обследования. Регистр – это поименованный перечень единиц наблюдения для длительного использования.

По охвату единиц совокупности наблюдение может быть сплошным и несплошным. Сплошным называется наблюдение, при котором обследованию подвергаются все без исключения единицы изучаемой совокупности. При несплошном наблюдении обследованию подлежит часть единиц совокупности. Различают следующие его виды: наблюдение основного массива; выборочное; монографическое.

По частоте регистрации фактов статистическое наблюдение подразделяется на непрерывное и прерывное.

При проведении статистического наблюдения решаются программно-методические и организационные вопросы. Для выявления и устранения ошибок проводится синтаксический, логический и арифметический контроль материалов статистического наблюдения.

Для обобщения собранных данных об изучаемых явлениях и процессах проводят обработку статистических данных на основе статистической сводки.

Статистическая сводка предполагает систематизацию, группировку и обработку материалов наблюдения, позволяющую перейти к обобщающим показателям и на их основе проводить анализ изучаемых явлений и процессов. Сводка проводится на основе научно разработанной программы, которая содержит: перечень групп и подгрупп в соответствии с выбранными признаками; границы изучаемой совокупности; систему показателей, необходимых для характеристики совокупности и ее частей. Различают сводку ручную и механизированную, централизованную и децентрализованную.

Статистическая группировка – это процесс расчленения статистической совокупности на группы или объединение изучаемых единиц статистической совокупности в группы по существенным для них признакам. Применение метода группировок предусматривает решение следующих вопросов: выбор группировочных признаков, определение количества групп, установление границ групп, обоснование показателей, которыми будут характеризоваться выделенные группы. По форме выражения группировочные признаки могут быть атрибутивными, т.е. не имеющими количественного значения (например, отрасли экономического производства: частная, муниципальная, смешанная и т.д.), а также количественными, характеризующимися числовыми значениями (цена товара, объем производства и

т. д.) Количество групп определяется в зависимости от содержания изучаемого признака и объема совокупности. Число наименований атрибутивного признака определяет число выделяемых групп. При проведении группировки по количественному дискретному признаку количество групп определяется числом возможных значений этого признака.

При группировке по непрерывным количественным признакам группы могут иметь равные и неравные интервалы. Неравные интервалы применяются, когда изменение группировочного признака по единицам совокупности происходит неравномерно и в значительных пределах.

Равные интервалы применяются при относительно равномерном или близком к нормальному распределении единиц статистической совокупности. Число групп ( $k$ ), на которые разделяется статистическая совокупность ( $n$ ), определяется по формуле

$$k = 1 + 3,322 \lg n. \quad (1.1)$$

Величина равных интервалов ( $h$ ) определяется по формуле:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k} \quad (1.2)$$

где  $x_{max}$  – наибольшее значение группировочного признака;

$x_{min}$  – наименьшее значение группировочного признака.

На основе величины интервала определяются нижние и верхние границы групп по схеме:

1 группа: от  $a_1 = x_{min}$  до  $a_2 = x_{min} + h$ ;

2 группа: от  $a_2$  до  $a_3 = a_2 + h$ ;

3 группа: от  $a_3$  до  $a_4 = a_3 + h$  и т.д.

В группировках по количественному признаку применяются закрытые и открытые интервалы. Если нижняя и верхняя границы интервалов имеют цифровые значения, то интервалы считаются закрытыми. Если нижняя граница первого интервала и верхняя граница последнего интервала не обозначены, то группировка считается с открытыми интервалами.

**Пример 1.** По данным 30 сельскохозяйственных организаций (приложение А) выявить зависимость между энерговооруженностью рабочей силы и фактической выручкой от реализации продукции в 2013 г. в расчете на одного работника, выделив три группы хозяйств.

**Решение.**

1) Выписать из приложения А на карточки (фишки) исходные данные по каждой организации, предварительно пронумеровав показатели (т.е. составив шифр к фишкам).

Шифр к фишкам:

- 1 – энергетические мощности, л.с.;
- 2 – выручка от реализации продукции в 2013 г., тыс. руб.;
- 3 – среднегодовая численность работников, чел.;
- 4 – энергетические мощности на одного работника (энерговооруженность), л.с. (1:3);
- 5 – выручка от реализации продукции на одного работника в 2013 г., тыс. руб. (2:3).

2) Построить ранжированный ряд распределения организаций по энерговооруженности рабочей силы, разложив фишки в порядке возрастания мощности энергоресурсов на одного среднегодового работника.

3) Исходя из характера изменения энерговооруженности труда, совокупность разбить на три группы с равными интервалами:

а) определить величину интервала

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{68,3 - 30,5}{3} = 12,6 \text{ л.с.}$$

б) определить границы интервалов

для первой группы:

$$\text{от } a_1 = x_{\min} \text{ до } a_2 = x_{\min} + h, \text{ т.е. от } 30,5 \text{ до } 30,5 + 12,6 = 43,1;$$

для второй группы:

$$\text{от } a_2 \text{ до } a_3 = a_2 + h \text{ т.е. от } 43,1 \text{ до } 43,1 + 12,6 = 55,7;$$

для третьей группы:

$$\text{от } a_3 \text{ до } x_{\max}, \text{ т.е. } 55,7 - 68,3.$$

Фишки разложить на три группы в соответствии с выделенными интервалами.

Исходные данные по каждой группе организаций суммировать и записать во вспомогательной таблице 1.1.

После заполнения вспомогательной таблицы строится аналитическая группировочная таблица 1.2, в которой рассчитываются средние значения показателей по каждой группе и всей совокупности. Так, для первой группы организаций средняя энерговооруженность составит:  $96713:2718=35,6$  л.с., а средняя выручка на одного работни-

ка: 1390905:2718=511,7 тыс. руб. По характеру изменения средних показателей по группам делается вывод о взаимосвязи между признаками.

Таблица 1.1 – Вспомогательная группировочная таблица

Группы организаций по энергетической мощности на среднегодового работника, л.с.	Число организаций в группе	Численность работников, чел.	Энергетические мощности, л.с.	Выручка от реализации продукции, тыс. руб.
30,5-43,1	5	2718	96713	1390905
43,1-55,7	15	6101	306364	4478715
55,7-68,3	10	4513	275651	4377366
Итого	30	13332	678728	10246986

Таблица 1.2 – Влияние энерговооруженности рабочей силы на выручку в сельскохозяйственных организациях

Группы организаций по энергетической мощности на среднегодового работника, л.с.	Число организаций в группе	Энергетические мощности на одного работника, л.с.	Выручка от реализации продукции на одного работника, тыс. руб.
30,5-43,1	5	35,6	511,7
43,1-55,7	15	50,2	734,1
55,7-68,3	10	61,1	969,9
Итого, в среднем	30	50,9	768,6

**Вывод:** расчеты показали, что между энерговооруженностью и выручкой на одного работника существует прямая связь. Так, если в первой группе организаций со средней энерговооруженностью 35,6 л.с. в 2013 г. на каждого работника было получено в среднем по 511,7 тыс. руб. выручки, то в третьей группе организаций со средней энерговооруженностью 61,1 л.с. выручка от реализации продукции на одного работника возросла на 458,2 тыс. руб. и составила 969,9 тыс. руб. В среднем по всей совокупности исследуемых организаций энерговооруженность рабочей силы в 2013 г. составила 50,9 л.с./чел., а выручка на одного работника – 768,6 тыс. руб.

## Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.1.** Предполагается изучить использование рабочего времени персоналом предприятия за истекший месяц. Определить объект наблюдения, единицу наблюдения, перечень признаков, характеризующих использование рабочего времени.

**Задача 1.2.** Определить перечень вопросов программы статистического наблюдения, объект и единицу наблюдения:

а) выборочного обследования жилищных условий городского населения;

б) выборочного обследования свободного времени студентов;

в) изучения тенденций изменения производства продукции растениеводства сельскохозяйственной организации за последние 10 лет;

г) статистического изучения уровня доходов и расходов населения района.

**Задача 1.3.** Какие формы, виды и способы статистического наблюдения могут быть использованы при проведении:

- переписи населения;

- контроля качества хлебобулочных изделий;

- изучения доходов и расходов населения;

- исследования эффективности производства продукции птицеводства;

- изучения урожайности сельскохозяйственных культур в крестьянских (фермерских) хозяйствах.

**Задача 1.4.** По данным 25 сельскохозяйственных организаций (приложение А) провести группировку, характеризующую влияние энергообеспеченности рабочей силы на фактическую выручку от реализации продукции в расчете на одного работника.

**Задача 1.5.** Провести группировку 30 организаций (приложение А), характеризующую зависимость годовой заработной платы от выручки на среднегодового работника.

**Задача 1.6.** Провести группировку 30 организаций (приложение А), характеризующую влияние трудообеспеченности (числа работников на 100 га пашни) на результаты их экономической деятельности (выручку и прибыль на 1 га сельскохозяйственных угодий, 1 га пашни).

**Задача 1.7.** Провести группировку 30 организаций (приложение А), характеризующую влияние энергообеспеченности на выручку от реализации продукции на 1 га сельхозугодий, 1 га пашни, среднегодового работника, рентабельность.

**Задача 1.8.** Используя метод комбинационных группировок, выявить влияние трудообеспеченности и обеспеченности организаций машинами и оборудованием на показатели использования земли, труда и основных фондов. Расчеты провести по данным 35 организаций (приложение А), разбив их на 2-3 группы по трудообеспеченности и каждую группу - на 2 подгруппы по стоимости машин и оборудования на 1 га сельхозугодий.

**Задача 1.9.** Методом комбинационных группировок выявить влияние размера сельскохозяйственных организаций (по площади пашни) и трудообеспеченности на выручку от реализации продукции в расчете на одну организацию, 1 га пашни и среднегодового работника. Исходная информация приведена в приложении А.

**Задача 1.10.** Методом группировок выявить влияние размера сельскохозяйственных организаций (по площади сельхозугодий) и затрат на 1 га сельхозугодий на выручку от реализации продукции в расчете на 1 га сельхозугодий, среднегодового работника, 100 руб. основных фондов, рентабельность. Исходная информация приведена в приложении А.

### **Вопросы для самоподготовки**

1. Цель и задачи статистического наблюдения.
2. Предмет, объект и единица наблюдения.
3. Основные формы, виды и способы наблюдения.
4. Программно-методологические вопросы статистического наблюдения.
5. Организационные вопросы статистического наблюдения.
6. Ошибки статистического наблюдения. Контроль качества проведения наблюдения.
7. Виды статических группировок, их особенности.
8. Статистическая сводка, ее задачи и содержание.
9. Выбор группировочного признака, определение числа групп, расчет величины интервала, нижних и верхних границ интервалов.
10. Способы построения вторичных группировок.

## 2 Статистические таблицы

Статистическая таблица – это форма наглядного, рационального и систематизированного изложения статистических данных об экономических явлениях и процессах. Она представляет собой комбинацию горизонтальных строк и вертикальных граф. Различают подлежащее и сказуемое таблицы. В подлежащем указываются единицы совокупности, их группы, подгруппы или вся совокупность. В сказуемом обычно приводятся показатели, количественно характеризующие подлежащее.

По характеру подлежащего статистические таблицы подразделяются на простые, групповые и комбинационные, а сказуемого – с простой и сложной разработкой сказуемого. При простой разработке, сказуемое представляет собой простой перечень показателей (обычно граф), характеризующих подлежащее. При сложной разработке сказуемого показатели приводятся в определенной комбинации между собой.

В подлежащем простой таблицы приводится перечень объектов или единиц совокупности. В групповой таблице подлежащее состоит из групп единиц изучаемой статистической совокупности, образованных по одному признаку. В комбинационной таблице подлежащее состоит из групп и подгрупп по двум и более признакам, взятым в комбинации. Эти таблицы позволяют характеризовать структуру совокупности, типы социально-экономических явлений и взаимосвязи показателей.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 2.1.** Назвать подлежащее и сказуемое таблицы 2.1. Определить вид таблицы.

**Задача 2.2.** Назвать подлежащее и сказуемое таблицы 2.2. Определить вид таблицы по характеру разработки подлежащего и сказуемого. Написать краткие выводы по таблице.

**Задача 2.3.** К какому виду группировок и таблиц можно отнести таблицу 2.3? Дать анализ приведенных данных.

**Задача 2.4.** К какому виду группировок и таблиц можно отнести таблицу 2.4?

**Задача 2.5.** Составить макет простой таблицы, характеризующей динамику объемов реализации отдельных видов продукции (зерно, подсолнечник, сахарная свекла, молоко, привес крупного рогатого скота, шерсть) по организации за три года

Таблица 2.1 – Состав населения Краснодарского края по полу и участию в экономическом производстве, тыс. чел., 2013 г.

Вид населения	Всего	из них	
		мужчины	женщины
Экономически активное население	2634,0	1387,0	1247,0
в том числе:			
занятое население	2487,0	1310,0	1177,0
безработные	147,0	77,0	70,0
Экономически неактивное население	2655,5	1064,1	1586,4
Всего	5284,5	2451,1	2833,4

Таблица 2.2 – Производство продукции животноводства в Краснодарском крае

Вид продукции	Хозяйства всех категорий		Сельскохозяйственные организации		Хозяйства населения	
	2010 г.	2012 г.	2010 г.	2012 г.	2010 г.	2012 г.
Скот и птица в живой массе, тыс. т	542,6	564,1	269,5	317,8	264,2	236,9
Молоко, тыс. т	1396,7	1389,2	869,6	874,2	467,1	441,0
Яйца, млн. шт.	1802,0	1679,1	1069,6	945,2	714,3	715,6
Шерсть, т	298	258	40	26	5	2

**Задача 2.6.** Разработать макеты простых, групповых и комбинационных статистических таблиц, характеризующих распределение численности персонала на предприятии в 2011 г. и 2013 г. а) по категориям работников: руководители, специалисты, рабочие; б) по профессии рабочих: машинисты-трактористы, операторы машинного доения, скотники крупного рогатого скота, работники свиноводства, работники овцеводства, работники птицеводства; в) по отраслям произ-

водства: работники сельскохозяйственного производства, работники подсобных промышленных предприятий, работники жилищно-коммунального хозяйства, работники торговли и общественного питания, работники строительных подразделений, работники детских и учебных заведений; г) по уровню образования: высшее, среднее специальное, среднее общее, начальное и без образования; д) по возрасту; ж) по национальности.

Таблица 2.3 – Уровень экономической активности населения по возрастным группам (в процентах от численности населения соответствующей группы)

Население	Всего	В том числе в возрасте, лет									
		15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-72
Экономически активное население – всего, 2011 г.	67,7	11,6	62,5	87,1	89,3	91,5	92,2	90,8	85,1	61,8	19,3
2013 г.	68,7	9,3	59,4	88,1	89,8	91,8	92,7	91,5	86,3	63,7	21,1
Мужчины, 2011 г.	73,8	13,9	68,3	93,9	94,5	94,2	93,6	91,6	87,7	76,3	25,9
2013 г.	74,7	11,0	65,5	94,5	94,8	94,7	94,2	92,6	88,7	77,8	27,7
Женщины, 2011 г.	62,2	9,2	56,5	80,2	84,4	89,0	90,9	90,0	83,0	50,7	15,2
2013 г.	63,3	7,5	53,1	81,6	85,0	88,9	91,2	90,6	84,3	52,9	16,9

Таблица 2.4 – Распределение численности занятых в экономике по уровню образования и статусу занятых в 2012 г., тыс. чел.

Статус занятых	Всего	В том числе имеют образование					
		высшее профессиональное	неполное высшее профессиональное	среднее профессиональное	среднее (полное) общее	основное общее	начальное, не имеют образования
Работающие по найму	66598	20750	17703	13127	12619	2261	139
Работающие не по найму	4948	990	1045	828	1617	410	57
Всего занято в экономике	71545	21740	18748	13955	14236	2671	196

**Задача 2.7.** Составить макеты таблиц, характеризующих по одному предприятию за 2011-2013 гг. динамику и структуру: а) реализованной продукции (зерно, сахарная свекла, подсолнечник, молоко, привес крупного рогатого скота, привес свиней, шерсть); б) основных фондов (здания и сооружения, машины и оборудование, транспортные средства, производственный и хозяйственный инвентарь, продуктивный скот, рабочий скот, многолетние насаждения); в) посевных площадей сельскохозяйственных культур (зерновые, сахарная свекла, подсолнечник, овощи, бахчевые, кукуруза на силос, многолетние травы), г) затрат на производство (материальные затраты, оплата труда, отчисления на социальные нужды, амортизация основных средств, прочие затраты.)

**Задача 2.8.** Разработать макеты статистических таблиц, характеризующих распределение сельскохозяйственных предприятий в 2011 г. и 2013 г.: а) по формам собственности (государственная, муниципальная, частная, смешанная); б) по видам земельных угодий (сельскохозяйственные угодья, в том числе площадь пашни, многолетних насаждений, несельскохозяйственные угодья); в) по специализации (зерновое производство с развитым скотоводством, свиноводство, птицеводство, овощеводство, садоводство); по размерам землепользования.

**Задача 2.9.** Спроектировать макеты групповых и комбинационной таблиц с простой и сложной разработкой сказуемого, характеризующих влияние фондообеспеченности и трудообеспеченности на эффективность производства продукции по совокупности сельскохозяйственных предприятий.

**Задача 2.10.** Построить макеты статистических таблиц, характеризующих распределение городского и сельского населения по полу, возрасту и уровню образования за два года.

**Задача 2.11.** Разработать макеты групповых таблиц, отражающих влияние: а) доз минеральных удобрений на урожайность зерновых культур; б) урожайности овощей на рентабельность и себестоимость их производства; в) уровня кормления на продуктивность коров по совокупности сельскохозяйственных предприятий.

**Задача 2.12.** Оформить в виде статистической таблицы следующие данные по предприятию. Среднесписочная численность работников предприятия в 2012 г. составила 259 чел., а в 2013 г. – 224 чел., в том числе рабочих - соответственно 226 и 192 чел. Среднемесячная заработная плата одного работника в 2012 г. составляла 20452 руб. и уве-

личилась в 2013 г. на 9,0%. Производство валовой продукции на предприятии в 2013 г. увеличилось на 11,1% по сравнению с 2012 г. и составило 196289 тыс. руб. Сделать выводы.

### **Вопросы для самоподготовки**

1. Определение статистической таблицы.
2. Что называется «макетом таблицы»?
3. «Подлежащее» и «сказуемое» статистической таблицы.
4. Виды статистических таблиц.
5. Правила разработки статистических таблиц.

## **3 Абсолютные и относительные статистические величины**

Абсолютными статистическими величинами называются показатели, выражающие размеры, объемы и уровни общественных явлений и процессов.

По способу выражения абсолютные величины подразделяются на индивидуальные, групповые и общие.

Индивидуальные абсолютные величины – выражают размеры количественных признаков отдельных единиц совокупности, например размер посевной площади отдельной культуры на предприятии, выработка продукции определенного вида за указанный период, заработная плата конкретного работника и т.п.

Групповые и общие абсолютные величины выражают величину признака всех единиц изучаемой совокупности или отдельных групп. Они получаются в результате суммирования индивидуальных абсолютных величин или расчетным путем.

Абсолютные статистические величины всегда выражаются в определенных единицах измерения: натуральных (килограммах, штуках, центнерах, гектарах, кубометрах, километрах); стоимостных (рубли, доллары, евро) и трудовых (человеко-час, человеко-день).

Однородная, но не одинаковая продукция, может быть пересчитана в условно-натуральные единицы, когда различные натуральные единицы приравниваются к одной из них, условно принятой за еди-

ницу измерения, с помощью соответствующих коэффициентов пересчета. Часто применяются комбинированные единицы (кВт-час, машино-день, тонно-километр).

Трудовые единицы применяются при учете затрат труда работников, характеристике трудоемкости операций, изделий и продукции.

Стоимостные или денежные единицы измерения используются для характеристики разнородных явлений в соизмеримом выражении. Так, весь выпуск произведенной и реализованной продукции выражают в денежных единицах измерения.

Относительными величинами называются обобщающие показатели, характеризующие количественные соотношения двух сопоставляемых статистических величин. Они выражаются в зависимости от того, к каким единицам приравнивается база сравнения (в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле).

Относительные величины могут быть выражены именованными числами. Например, плотность населения на  $1 \text{ км}^2$ , количество произведенного молока на 100 га сельскохозяйственных угодий и т.д.

По характеру, назначению и сущности выражаемых количественных соотношений различают следующие виды относительных величин: выполнения плана, планового задания; динамики; структуры; координации; интенсивности; сравнения.

Относительная величина выполнения плана выражает степень выполнения планового задания за определенный период времени и исчисляется как отношение фактически достигнутого уровня ( $Y_1$ ) к плановому заданию ( $Y_{пл}$ )

$$K_{\text{вып.пл.}} = \frac{Y_1}{Y_{пл}}. \quad (3.1)$$

Относительная величина планового задания показывает степень напряженности плана по сравнению с базисным периодом и определяется как отношение планового уровня на предстоящий период к фактически достигнутому уровню за предшествующий период ( $Y_0$ )

$$K_{\text{пл.з}} = \frac{Y_{пл}}{Y_0}. \quad (3.2)$$

Относительная величина динамики характеризует изменение одноименного явления во времени, получается в результате сопоставления показателя текущего периода с предшествующим

$$K_o = \frac{y_1}{y_o}. \quad (3.3)$$

Относительные величины динамики, планового задания и выполнения плана взаимосвязаны:

$$K_o = K_{\text{вып.пл.}} \cdot K_{\text{пл.з.}}. \quad (3.4)$$

Относительные величины структуры характеризуют состав изучаемой совокупности и показывают, какой удельный вес (какую долю) в общем итоге составляет каждая ее часть. Они получаются в результате деления значения каждой части совокупности на их общий итог.

Относительные величины координации характеризуют соотношение отдельных частей целого, одна из которых принимается за базу сравнения. К таким показателям относится число сельских жителей на 100 городских, число женщин на 100 мужчин, площадь посева технических культур на 100 га зерновых и т.п.

Относительные величины интенсивности показывают степень распространения данного явления в определенной среде. Обычно это отношение двух качественно различных абсолютных величин, например численности населения к площади территории, на которой оно проживает, фондообеспеченность (среднегодовая стоимость основных производственных фондов на 100 га сельхозугодий) и т.д. Относительные величины интенсивности – всегда числа именованные.

Относительные величины сравнения характеризуют соотношение одноименных показателей, относящихся к различным объектам или территориям, но за один и тот же период или момент времени. При помощи относительных величин сравнения сопоставляются показатели по разным странам, регионам, предприятиям, объектам.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 3.1.** По данным приложения Б определить относительные величины структуры и динамики посевных площадей. Структуру площадей изобразить графически. Сделать выводы.

Таблица 3.1 – Динамика и структура посевных площадей

Группа культур	Посевная площадь, га		Структура посевной площади, %		Отчетный год в % к базисному
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год	
Зерновые					
Технические					
Кормовые					
Итого			100,0	100,0	

**Задача 3.2.** По данным приложения Б по одному варианту рассчитать относительные величины динамики, выполнения плана и планового задания. Сделать выводы.

Группа культур	Посевная площадь, га		
	2012 г.	2013 г.	
		по плану	фактически
Зерновые			
Технические			
Кормовые			
Итого			

**Задача 3.3.** На предприятии объем производства продукции в 2012 г. составил 9568,3 тыс. руб. По плану в 2013 г. предусматривалось увеличить объем производства продукции на 7,5 % по сравнению с 2012 г. Плановое задание было перевыполнено в 2013 г. на 5,8 %.

Определить объем производства на предприятии в 2013 г. по плану и фактически, рассчитать коэффициент динамики.

**Задача 3.4.** Объем реализации продукции на предприятии в 2013 г. по сравнению с 2012 г. увеличился на 14,9% или на 18,7 млн. руб. Договорные обязательства по реализации продукции перевыполнены на 4,3%. Определить уровень реализации продукции в 2012 г. и 2013 г., размер договорных обязательств по реализации продукции и степень напряженности договорных обязательств.

**Задача 3.5.** Себестоимость единицы продукции составила в 2012 г. 135 рублей, на 2013 г. планировалось снизить себестоимость на 4,8%,

при этом фактическая себестоимость в 2013 г. по сравнению с предыдущим годом выросла на 1,5%.

Рассчитать фактический и плановый уровень себестоимости в 2013 г. и коэффициент выполнения плана.

**Задача 3.6.** Рассчитать относительные величины структуры и координации численности экономически активного населения Краснодарского края.

Показатель	2011 г.	2012 г.	2013 г.
Экономически активное население – всего, тыс. чел.	2603	2587	2634
мужчины	1365	1354	1387
женщины	1238	1232	1247
Занятые в экономике – всего, тыс. чел.	2430	2433	2487
мужчины	1274	1274	1310
женщины	1156	1160	1177
Безработные – всего, тыс. чел.	173	153	147
мужчины	92	81	77
женщины	82	73	70

**Задача 3.7.** Сравнить уровень и динамику производства продукции сельского хозяйства Краснодарского края и Ростовской области.

Вид продукции	Краснодарский край		Ростовская область	
	2012 г.	2013 г.	2012 г.	2013 г.
Валовой сбор, тыс. т зерна зерновых и зернобобовых культур	9942,6	11454,6	6620,9	7735,9
подсолнечника	1028,8	1055,7	901,1	10226,5
сахарной свеклы	7095,4	9283,2	683,4	811,0
картофеля	41,5	65,8	69,1	93,7
овощей	667,9	760,1	487,8	640,1
Валовой надой молока, тыс. т	1396,7	1376,6	1003,1	1017,3
Скот и птица в убойном весе, тыс. т	542,6	585,0	379,3	372,9
Яйца, млн. шт	1802,0	1681,2	1598,2	1723,3

**Задача 3.8.** Имеются данные о численности населения Краснодарского края.

Показатель	2011 г.	2013 г.
Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	5230,0	5330,2
в том числе мужчин	2425,1	2473,1
женщин	2804,9	2857,1
Число родившихся, чел.	64182,0	70245,0
Число умерших, чел.	71230,0	68753,0

Определить относительные показатели динамики, структуры, координации и интенсивности.

**Задача 3.9.** Имеются данные о деятельности крупных и средних сельскохозяйственных организаций Краснодарского края.

Определить относительные показатели динамики, структуры, координации и интенсивности.

**Задача 3.10.** По данным одной организации (приложение Б) определить относительные величины структуры, динамики, выполнения плана, планового задания, интенсивности.

Показатель	2011 г.	2012 г.	2013 г.
Число сельскохозяйственных организаций на конец года	3438	3416	3402
Среднегодовая численность работников, тыс. чел.	386,0	382,9	380,3
Сельскохозяйственные угодья, тыс. га	4436,4	4437,7	4440,0
Посевная площадь, тыс. га - всего	3634,4	3621,0	3600,2
в том числе озимой пшеницы	1309,8	1306,7	1127,7
подсолнечника	494,1	453,7	473,7
Валовой сбор, тыс. т озимой пшеницы	6516	7203	4493
подсолнечника	1029	1056	1100
Продукция сельского хозяйства, млн. руб.	201554	239235	234524
Произведено:			
молока, тыс. т	25586	27287	28256
яиц, млн. шт.	28256	17171	57759
Поголовье крупного рогатого скота-всего тыс. гол.	440	432	403
в том числе коров	164	161	152

## Вопросы для самоподготовки

1. Дайте определение абсолютных величин, назовите их виды и единицы измерения.
2. Назовите виды относительных величин.
3. Какова взаимосвязь между относительными величинами выполнения плана, планового задания и динамики.
4. Назовите единицы измерения относительных величин.
5. Приведите примеры относительных величин, характеризующих наличие и использование ресурсов в организации.

## 4 Средние величины и показатели вариации

Под средней величиной в статистике понимается обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности, выражающая типичный его уровень в конкретных условиях места и времени.

Средняя величина исчисляется по качественно однородной совокупности единиц. Применяются степенные и структурные средние.

В зависимости от характера осредняемых величин используют следующие виды степенных средних: арифметическую, гармоническую, геометрическую, квадратическую и другие.

**Средняя арифметическая величина** определяется в случае, когда общий объем изучаемого признака может быть получен путем суммирования его индивидуальных значений. Средняя арифметическая представляет собой частное от деления общего объема данного признака в изучаемом явлении на число единиц совокупности.

**Средняя гармоническая** используется когда имеются индивидуальные значения признака, общий объем явления ( $w = xf$ ), но неизвестны веса ( $f$ ).

**Средняя геометрическая** применяется при расчете средних темпов роста.

**Средняя квадратическая** применяется в тех случаях, когда в исходной информации осредняемые величины представлены квадратичными мерами (например при расчете средних диаметров труб, стволов деревьев).

**Средняя хронологическая** применяется для определения среднего уровня в моментном ряду динамики.

По данным вариационных рядов распределения исчисляют структурные средние – моду и медиану.

Для характеристики колеблемости или рассеяния значений признака применяются абсолютные и относительные показатели вариации.

**Размах вариации (R)** представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями признака.

**Среднее линейное отклонение (L)** - это средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов признака от среднего значения.

Таблица 4.1 – Формулы расчета степенных средних величин

Наименование средней	Простая форма	Взвешенная форма
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ (4.1)	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ (4.2)
Средняя гармоническая	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$ (4.3)	$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$ (4.4)
Средняя квадратическая	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$ (4.5)	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$ (4.6)
Средняя геометрическая	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x}$ (4.7)	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x^f}$ (4.8)
Средняя хронологическая	$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n-1}$ (4.9)	-

**Дисперсия ( $\sigma^2$ )** представляет собой средний квадрат отклонений вариант признака от их средней величины.

**Среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ )** определяется как корень квадратный из дисперсии.

Относительным показателем колеблемости служит коэффициент вариации. По его величине можно судить об интенсивности вариации признака, а, следовательно, и об однородности состава изучаемой совокупности. Чем больше разброс значений признака вокруг средней, тем больше коэффициент вариации, тем больше неоднородность совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33,3%. Иногда применяется коэффициент осцилляции, как отношение размаха вариации к среднему значению признака.

**Пример.** По данным пяти сельскохозяйственных организаций определить среднюю численность работников, среднегодовую заработную плату на одного работника и показатели вариации численности работников и среднегодовой заработной платы.

Таблица 4.2 – Формулы расчета показателей вариации

Наименование показателя	Простая форма	Взвешенная форма
Размах вариации	$R = x_{max} - x_{min}$ (4.10)	
Среднее линейное отклонение	$L = \frac{\sum  x - \bar{x} }{n}$ (4.11)	$L = \frac{\sum  x - \bar{x}  f}{\sum f}$ (4.12)
Дисперсия	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2$ (4.13)	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2$ (4.14)
Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$ (4.15)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$ (4.16)
Коэффициент вариации	$V = \frac{\sigma}{x} 100\%$ (4.17)	или $V = \frac{L}{x} 100\%$ (4.18)

### Решение.

Средняя численность работников на одну организацию и показатели вариации рассчитываются как простые формы показателей по формулам, приведенным в таблицах 4.1 и 4.2.

Все вспомогательные вычисления проводятся с использованием макета таблицы 4.3.

Таблица 4.3 - Вспомогательная таблица

Организация	Среднегодовая численность работников, чел	Отклонение от средней, чел.	Квадрат отклонения
	$x$	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
1	106	149	22201
2	263	8	64
3	275	20	400
4	273	18	324
5	358	103	10609
Итого	1275	298	33598

Средняя численность работников на одну организацию:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1275}{5} = 255 \text{ (чел.)}$$

Размах вариации:

$$R = x_{max} - x_{min} = 358 - 106 = 252 \text{ (чел.)}$$

Среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{298}{5} = 60 \text{ (чел.)}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{33598}{5}} = 82 \text{ (чел.)}$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{L}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{60}{255} \cdot 100 = 23,5 \%$$

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{82}{255} \cdot 100 = 32,2\%$$

Средняя численность работников на одну организацию составила 255 человек. Численность работников по организациям колебалась в среднем в границах  $255 \pm 60$  человек, согласно среднего линейного отклонения, и в границах  $255 \pm 82$  человека, согласно среднего квадратического отклонения. Коэффициенты вариации показывают, что имеются незначительные различия в численности работников между организациями.

Средняя годовая заработная плата и показатели вариации определяются как взвешенные. Расчеты представлены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 - Вспомогательная таблица

Организация	Средне-годовая оплата труда работника, тыс. руб.	Средне-годовая численность, чел.	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Отклонение от средней, тыс. руб.	Отклонения	Общий размер квадрата отклонений
	$x$	$f$	$x \cdot f$	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x}  \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
1	303,8	106	32203	5,8	612,3	3537,0
2	298,3	263	78453	11,3	2965,7	33442,8
3	320,5	275	88138	10,9	3004,0	32814,0
4	278,0	279	77562	31,6	8809,8	278183,5
5	330,6	358	118355	21,0	7526,4	158232,0
Итого	-	1275	394710	-	22918,2	506209,2

Среднегодовая заработная плата на работника организации:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{394710}{1275} = 309,6 \text{ тыс. руб.}$$

Размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 330,6 - 278,0 = 52,6 \text{ тыс. руб.}$$

Среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{22918,2}{1275} = 18,0 \text{ тыс. руб.}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{506209,2}{1275}} = 19,9 \text{ тыс. руб.}$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{L}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{18,0}{309,6} \cdot 100 = 5,8 \%;$$

$$V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100 = \frac{19,9}{309,6} \cdot 100 = 6,4 \%.$$

Среднегодовая заработная плата одного работника по совокупности организаций составила 309,6 тыс. руб. Уровень годовой заработной платы по организациям колебался в границах  $309,6 \pm 18,0$  тыс. руб., согласно среднего линейного отклонения, и в границах  $309,6 \pm 19,9$  тыс. руб., согласно среднего квадратического отклонения. Коэффициент вариации показывает, что колеблемость уровня годовой заработной платы между организациями является небольшой.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 4.1.** По данным пяти сельскохозяйственных организаций, взятым из приложения А, определить среднюю численность работников, среднегодовую заработную плату одного работника и их показатели вариации.

**Задача 4.2.** Имеются следующие данные о производстве овощей в двух сельскохозяйственных организациях. По каждой организации определить:

- средние значения площади посева, валового сбора и урожайности;
- абсолютные и относительные показатели вариации площади посева и урожайности овощей.

Дать сравнительный анализ колеблемости показателей двух организаций.

Культура	Организация 1		Организация 2	
	площадь посева, га	урожайность с 1 га, ц	урожайность с 1 га, ц	валовой сбор, тыс. ц
Томаты	25	250	180	36,0
Огурцы	10	220	200	40,0
Капуста	50	460	510	144,0
Лук	100	230	160	12,0

**Задача 4.3.** По данным пяти организаций, взятым из приложения А, определить среднюю площадь сельскохозяйственных угодий на одну организацию и показатели вариации.

**Задача 4.4.** По данным пяти организаций, взятым из приложения А, определить среднее значение и показатели вариации выручки от реализации продукции в 2012 г. и 2013 г. Сопоставить полученные результаты.

**Задача 4.5.** По данным пяти организаций, взятым из приложения А, определить среднюю долю материальных затрат в затратах на реализованную продукцию и показатели вариации.

**Задача 4.6.** Имеются данные по пяти организациям Тимашевского района за 2013 г.

Показатель	Номер организации				
	1	2	3	4	5
Площадь сельскохозяйственных угодий, га	12180	11745	22545	3374	10993
Удельный вес пашни в площади сельхозугодий, %	94,1	93,1	98,5	80,9	95,0
Выручка от реализации продукции сельского хозяйства, млн. руб.	416,3	578,4	672,8	263,1	135,9
Фонд заработной платы, млн. руб.	109,5	94,9	165,9	65,2	217,8
Среднегодовая заработная плата одного работника, тыс. руб.	195,9	226,0	198,5	173,4	208,7

Определить средние значения следующих показателей по совокупности организаций: площадь сельскохозяйственных угодий на одну организацию; удельный вес пашни в площади сельскохозяйственных угодий; выручка на 1 га сельскохозяйственных угодий; среднегодовая заработная плата одного работника.

Найти абсолютные и относительные показатели вариации выручки на 1 га сельскохозяйственных угодий.

**Задача 4.7.** Имеются данные о финансовых результатах реализации продукции организаций за два года.

Организация	2011 г.		2013 г.	
	Выручка от продаж, млн. руб.	Рентабельность продаж, %	Прибыль от продаж, млн. руб.	Рентабельность продаж, %
1	120	10,5	15,6	10,1
2	85	8,9	7,1	5,0
3	128	21,4	30,6	25,2
4	241	14,7	34,4	16,4

Определить средний процент рентабельности продаж по организациям за каждый год, абсолютный прирост прибыли и рентабельности по каждой организации и в целом по всем организациям.

## Вопросы для самоподготовки

1. Что понимается под средней величиной в статистике?
2. Условия правильного применения средних величин.
3. Назовите виды и формы средних величин.
4. Средняя арифметическая и ее свойства.
5. Что характеризует вариация признака?
6. Показатели вариации и способы их расчета.

## 5 Статистические ряды распределения

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются в виде статистических рядов распределения. Статистический ряд распределения представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному признаку. Они характеризуют состав (структуру) изучаемого явления, позволяют судить об однородности совокупности, границах ее изменения, закономерностях развития наблюдаемого объекта. В соответствии с характером выражения признаков статистические ряды распределения подразделяются на атрибутивные (качественные) и вариационные (количественные).

Атрибутивные ряды образуются по качественным (описательным) признакам, которыми могут выступать занимаемая должность работников, профессия, пол, образование, национальность, сорт и т.п.

Вариационные ряды строятся по количественным признакам. По способу построения бывают дискретными (прерывными) и непрерывными. Дискретный ряд распределения основан на прерывной вариации, в котором значения признака выражены целыми числами (тарифный разряд рабочих, число касс в магазине, число раскрытых преступлений и т.д.). Если признак непрерывный, т.е. на определенном промежутке может принимать любое значение или если число значений дискретного признака велико, то строится интервальный ряд распределения. Вариационные ряды состоят из двух элементов: вариант и частот.

Вариант - это отдельное значение варьирующего признака, которое он принимает в ряду распределения.

Частота - это численность отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда. Сумма частот составляет объем вариационного ряда ( $n$ ). Частоты ряда ( $f$ ) могут быть заменены **частостями** ( $w$ ), которые представляют собой частоты, выраженные в относительных числах (долях или процентах) и рассчитанные путем деления частоты каждого интервала на их общую сумму, т. е.

$$w_i = \frac{f_i}{\sum f_i}, \quad \sum f_i = n. \quad (5.1)$$

При построении интервального вариационного ряда сначала, по формуле Стёрджесса, определяется число групп, на которые разбивается совокупность, а затем - величина интервала ( $h$ ):

$$k = 1 + 3,322 \lg n, \quad (5.2)$$

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k} = \frac{R}{k}. \quad (5.3)$$

Вариационные ряды строятся с закрытыми и открытыми крайними интервалами. Если признак изменяется неравномерно, то применяются неравные интервалы, когда с ростом значений признака величина интервала прогрессивно возрастает или убывает. Иногда используется принцип равенства частот в каждой группе. По данным вариационных рядов распределения исчисляются структурные средние - моду и медиану. Модой ( $Mo$ ) называется значение признака, которое чаще всего встречается в исследуемой совокупности и имеет наибольшую частоту. В интервальном вариационном ряду мода рассчитывается по формуле:

$$Mo = x_{Mo} + h_{mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo+1}) + (f_{Mo} - f_{Mo-1})}, \quad (5.4)$$

где  $x_{Mo}$  - нижняя граница модального интервала;

$h_{mo}$  - величина модального интервала;

$f_{Mo}$  - частота модального интервала;

$f_{Mo-1}$  - частота предмодального интервала;

$f_{Mo+1}$  - частота послемодального интервала.

Медиана ( $Me$ ) - значение признака, которое находится в середине вариационного ряда и делит ряд пополам, при этом половина единиц совокупности имеют значения признака меньше медианного, а половина - больше.

Для определения места медианы необходимо подсчитать сумму накопленных частот до числа, превышающего половину объема совокупности. Если в вариационном ряду нечетное число единиц, то надо к сумме накопленных частот этого ряда прибавить единицу и полученное число разделить на 2. Если вариационный ряд имеет четное число единиц, то медиана будет половиной суммы двух срединных вариантов. Для интервальных вариационных рядов с равными интервалами медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me} + h_{Me} \frac{\frac{\sum_{i=1}^k f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (5.5)$$

где  $x_{me}$  – нижняя граница медианного интервала;

$h_{me}$  – величина медианного интервала;

$f_{me}$  – частота медианного интервала;

$S_{me-1}$  – накопленная частота интервала, предшествующего медианному.

**Пример 5.1.** По списку в организации числится 110 рабочих, которые имеют следующие разряды:

3,5,6,4,3,4,6,4,5,3,2,2,3,4,5,3,4,5,4,1,4,5,5,4,3,4,6,4,2,4,4,4,3,5,6,4,3,3,2,3,  
4,3,1,2,4,4,5,6,1,3,4,5,3,4,4,3,2,6,1,2,4,5,3,3,2,3,6,4,3,4,5,4,3,3,2,6,3,3,4,5,  
4,4,3,3,2,1,2,1,6,5, 4,3,2,3,4,4,3,5,6,1,5,6,4,3,4,5,6,4,3,5.

Составить ряд распределения рабочих по разрядам. Найти накопленные частоты и частоты. Определить средний разряд рабочего, модальный и медианный разряд, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Вариационный ряд изобразить графически.

**Решение.**

1) Подсчитаем число рабочих, имеющих определенный разряд, и запишем в таблицу 5.1. Определим накопленные частоты и частоты. В результате получим дискретный вариационный ряд.

Таблица 5.1 – Распределение рабочих по разрядам

Разряд рабочего	Число рабочих, $f$	Накопленное число рабочих, $S$	Относительная частота, $w$
1	7	7	0,064
2	12	19	0,109
3	29	48	0,264
4	33	81	0,300
5	17	98	0,154
6	12	110	0,109
Сумма	110	-	1,000

2) Средний разряд рабочих определим по формуле средней арифметической взвешенной (4.2):

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 29 + 4 \cdot 33 + 5 \cdot 17 + 6 \cdot 12}{110} = \frac{407}{110} = 3,7.$$

3) Наибольшее число рабочих имеет четвертый разряд, значит  $Mo = 4$ . Так как всего на предприятии 110 рабочих, то медиана соответствует разряду 55 рабочего в ранжированном ряду, т.е. четвертому разряду,  $Me = 4$ .

4) Дисперсию определим по формуле 4.16:

$$\sigma^2 = \frac{(1-3,7)^2 \cdot 7 + (2-3,7)^2 \cdot 12 + (3-3,7)^2 \cdot 29 + (4-3,7)^2 \cdot 33 + (5-3,7)^2 \cdot 17 + (6-3,7)^2 \cdot 12}{110} = \frac{195,1}{110} = 1,774.$$

5) Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле 4.18:

$$\sigma = \sqrt{1,774} = 1,33.$$

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1,33}{3,7} \cdot 100 = 35,9\%.$$

**Вывод:** в организации наиболее часто встречается четвертый разряд рабочего, половина рабочих имеет разряд до четвертого, а половина четвертый и выше. Средний разряд рабочего по предприятию составляет 3,7. Разряд рабочих в среднем варьирует в границах от 2,4 до 5,0, а с учетом округления результатов, то от 2 до 5. Коэффициент вариации

ции показывает, что имеются значительные различия в квалификации рабочих.

Дискретный ряд распределения можно изобразить графически в виде полигона распределения частот или частостей, а также кумуляты. В этом случае по оси абсцисс откладываются значения признака, а по оси ординат - соответствующие им частоты или частости. Полученные точки соединяются отрезками.

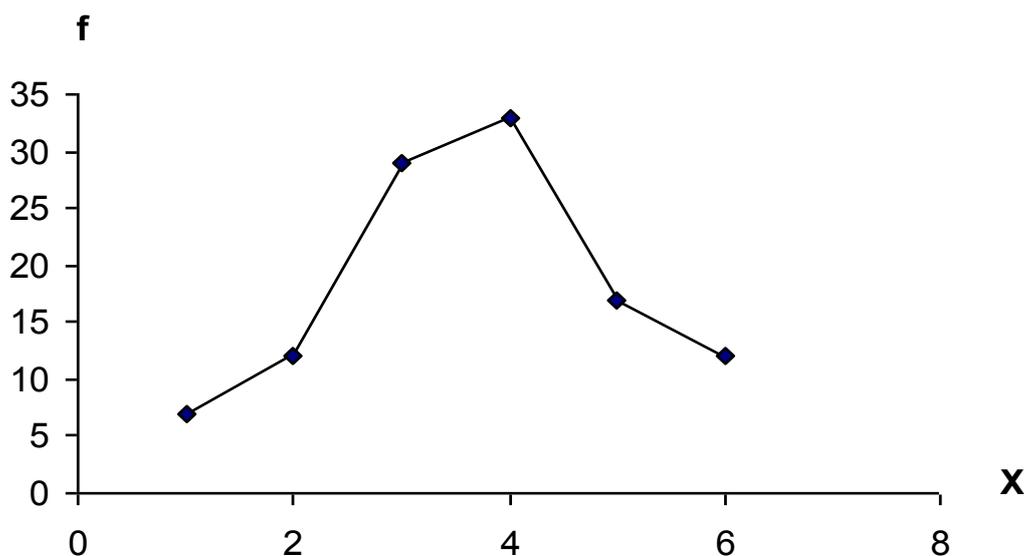


Рисунок 5.1- Полигон распределения рабочих по разрядам

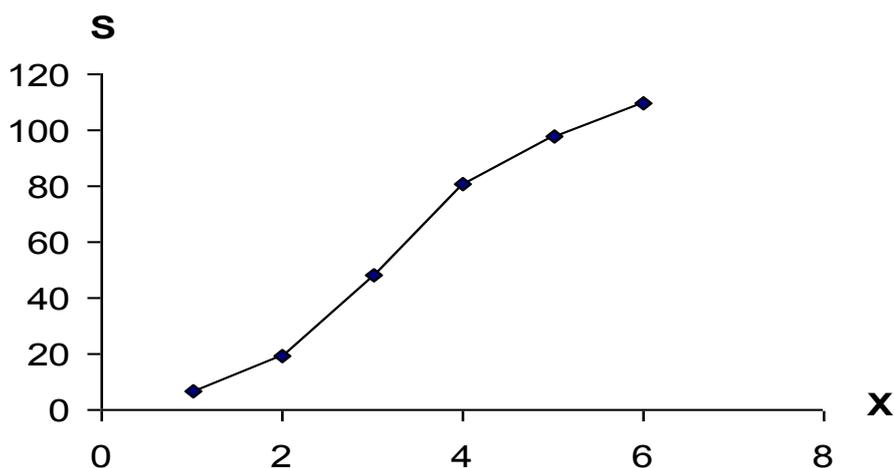


Рисунок 5.2 - Кумулята распределения рабочих по разрядам

**Пример 5.2.** По 46 районам имеются следующие данные по урожайности кукурузы на зерно в хозяйствах населения, ц/га: 44,0; 37,1; 24,8; 37,9; 51,5; 52,5; 50,3; 47,5; 30,7; 39,0; 56,9; 62,3; 51,9; 53,9; 46,6;

32,0; 50,7; 50,5; 37,4; 54,4; 47,5; 52,1; 48,4; 50,0; 28,5; 57,8; 33,8; 24,4; 48,6; 47,5; 21,6; 38,9; 52,3; 54,4; 37,1; 36,5; 47,2; 47,9; 22,5; 43,0; 29,1; 53,7; 25,0; 30,5; 28,5; 38,6.

Составить вариационный ряд с равными интервалами. Найти накопленные частоты. Вариационный ряд изобразить графически. Определить среднюю урожайность кукурузы на зерно, модальное и медианное значения, показатели вариации, коэффициент асимметрии и эксцесс.

**Решение.** По формуле 5.2 найдем число групп, на которое необходимо разбить вариационный ряд:

$$k = 1 + 3,322 \lg 46 = 6,52.$$

Учитывая небольшой объем вариационного ряда, примем  $k = 6$ . По формуле 5.3 определим величину интервала:

$$h = \frac{62,3 - 21,6}{6} = 6,8 \text{ (ц с 1 га)}.$$

Границы интервалов составят:

21,6 – 28,4;

28,4 – 35,2;

35,2 – 42,0;

42,0 – 48,8;

48,8 – 55,6;

55,6 – 62,4.

Подсчитав число районов в каждой группе, получим вариационный ряд. Все промежуточные расчеты проведем в таблице 5.2.

Таблица 5.2 – Вспомогательная таблица расчета показателей вариационного ряда

Группы районов по урожайности кукурузы на зерно, ц/га	Число районов в группе ( $f_i$ )	Накопленное число районов ( $S_i$ )	Среднее значение интервала ( $x_i$ )	$xf$	$ x - \bar{x} f$	$(x - \bar{x})^2 f$	$(x - \bar{x})^3 f$	$(x - \bar{x})^4 f$
21,6-28,4	5	5	25,0	125,0	88,5	1566,45	-27726,2	490753,1
28,4-35,2	7	12	31,8	222,6	76,3	831,67	-9065,2	98810,7
35,2-42,0	8	20	38,6	308,8	32,8	134,48	-551,4	2260,6
42,0-48,8	10	30	45,4	454,0	27,0	72,90	196,8	531,4
48,8-55,6	13	43	52,2	678,6	123,5	1173,25	11145,9	105885,8
55,6-62,4	3	46	59,0	177,0	48,9	797,07	12992,2	211773,5
Итого:	46	-	-	1966,0	397,0	4575,81	-13007,9	910015,1

Вариационный ряд изображается графически с помощью гистограммы и кумуляты распределения. На оси абсцисс откладываются границы интервалов варьирующего признака, а по оси ординат – частоты. Каждому интервалу соответствует прямоугольник по высоте равный частоте или частости.

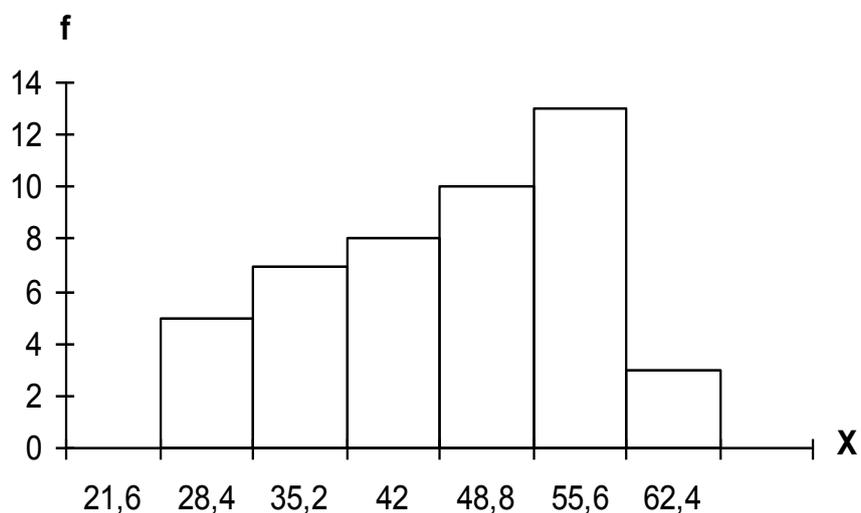


Рисунок 5.3 – Гистограмма распределения районов по урожайности кукурузы на зерно в хозяйствах населения, ц/га

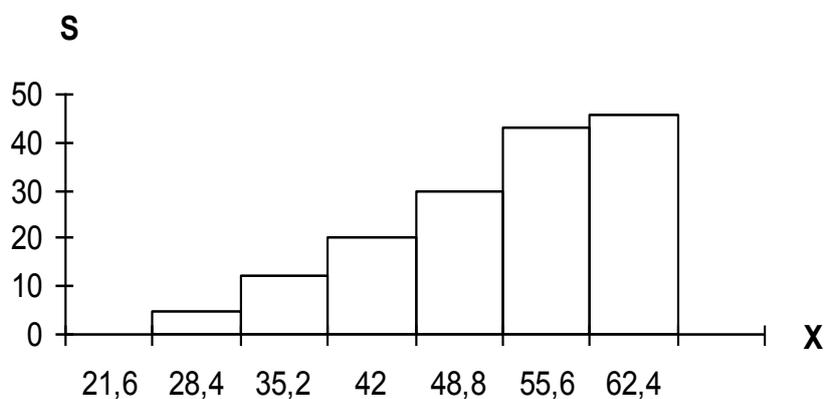


Рисунок 5.4 - Кумулята распределения районов по урожайности кукурузы на зерно в хозяйствах населения, ц/га

Найдем моду вариационного ряда, используя формулу 5.4:

$$M_o = 48,8 + 6,8 \frac{13 - 10}{(13 - 10) + (13 - 3)} = 50,4 \text{ ц/га.}$$

Медиана определяется по формуле 5.5:

$$Me = 42,0 + 6,8 \frac{\frac{46}{2} - 20}{10} = 44,0 \text{ ц/га.}$$

Средняя урожайность кукурузы на зерно составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1966}{46} = 42,7 \text{ ц/га.}$$

Определим показатели вариации:

а) размах вариации:

$$R = 62,3 - 21,6 = 40,7 \text{ ц/га;}$$

б) среднее линейное отклонение:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{397,0}{46} = 8,6 \text{ ц/га;}$$

в) дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{4575,82}{46} = 99,474 ;$$

$$\sigma = \sqrt{99,474} = 10,0 ;$$

г) коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{10,0}{42,7} \cdot 100 = 23,4\% .$$

Расчеты показали, что в хозяйствах населения наиболее часто встречается урожайность кукурузы на зерно 50,4 ц/га, половина районов имеет урожайность кукурузы на зерно до 44 ц/га, а половина – выше.

Средняя урожайность кукурузы на зерно в хозяйствах населения края составила 42,7 ц/га. Урожайность по районам колебалась в среднем в границах  $42,7 \pm 10,0$  ц/га, т.е. от 32,7 до 52,7 ц/га. Коэффициент вариации свидетельствует о сравнительно небольшой колеблемости урожайности кукурузы на зерно в хозяйствах населения между районами края.

Найдем центральный момент третьего порядка ( $m_3$ ), коэффициент асимметрии Пирсона ( $A_s$ ) и нормированный момент третьего порядка ( $K_A$ ).

$$A_s = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{42,7 - 50,4}{10,0} = -0,77 ;$$

$$m_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = -\frac{13007,9}{46} = -282,78;$$

$$K_A = \frac{m_3}{\sigma^3} = -\frac{282,78}{99,474 \cdot 10} = -0,284.$$

В данном примере наблюдается заметная левосторонняя асимметрия.

Для характеристики крутизны вариационного ряда используется центральный момент четвертого порядка ( $m_4$ ) и показатель эксцесса ( $E_x$ ).

$$m_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{910015,1}{46} = 19782,937;$$

$$E_x = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{19782,937}{99,474^2} - 3 = -1,001.$$

Так как  $E_x < 0$ , то распределение районов по урожайности кукурузы на зерно является плосковершинным.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 5.1.** Имеется ряд распределения семей по числу детей.

Число детей в семье	0	1	2	3	4
Число семей	15	220	159	67	24

Указать вид данного ряда распределения, изобразить его графически, определить среднее число детей в семьях, моду и медиану.

**Задача 5.2.** По данным таблицы 5.3 определить средний возраст работников в целом и по отдельным категориям. Найти накопленные частоты и частоты. Вариационный ряд изобразить графически. Определить моду, медиану и показатели вариации. По одной из категорий работников найти показатели асимметрии и эксцесса.

Таблица 5.3 – Численность работников, замещавших государственные должности на 1 января 2013 года, чел.

Категория работников	Всего	в том числе в возрасте, лет				
		до 30	30-40	40-50	50-60	60 и старше
Руководители	2517	237	639	936	664	41
Помощники	444	276	113	30	20	5
Специалисты	11673	3467	3584	2930	1634	58
Обеспечивающие специалисты	2361	1282	470	347	243	19

**Задача 5.3.** По данным приложения А по одному показателю составить интервальный вариационный ряд с равными интервалами:

- 1) среднегодовое число работников, чел;
- 2) площадь сельскохозяйственных угодий, га;
- 3) доля материальных затрат, %;
- 4) затраты на реализованную продукцию, тыс. руб.;
- 5) площадь пашни, га;
- 6) стоимость реализованной продукции, тыс. руб.;
- 7) стоимость основных фондов на 1 га сельхозугодий, тыс. руб.

Найти накопленные частоты и частоты. Ряд распределения изобразить графически. Определить моду и медиану, среднее значение, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Сделать выводы.

**Задача 5.4.** На основании данных таблицы 5.4. определить средний процент рентабельности, показатели асимметрии и эксцесса.

Таблица 5.4 – Группировка предприятий по проценту рентабельности, %

Рентабельность, %	До 15	15-25	25-35	35-45	45-55	Свыше 55	Всего
Число организаций	42	59	85	64	35	24	309

**Задача 5.5.** По данным таблицы 5.5, найти средний возраст населения, в т.ч. мужчин, женщин, показатели вариации возраста, моду и медиану.

Таблица 5.5 – Распределение населения административного района по полу и возрасту, 2013 г.

Возраст, лет	Численность населения, в % к итогу		
	всего	мужчин	женщин
0-9	9,33	10,34	8,46
10-19	14,93	16,39	13,65
20-29	15,21	16,26	14,30
30-39	13,20	13,94	12,56
40-49	15,75	16,23	15,34
50-59	11,60	11,33	11,83
60-69	11,02	9,46	12,35
70 и выше	8,96	6,05	11,51
ВСЕГО	100,0	100,0	100,0

**Задача 5.6.** По данным таблицы 5.6, определить среднюю численность населения на один населенный пункт, показатели вариации. Найти коэффициент концентрации Джини и построить график Лоренца.

Таблица 5.6 – Группировка сельских населенных пунктов региона по численности населения, 2013 г.

Показатель	Группы населенных пунктов с числом жителей, чел.						
	10 и менее	11-200	201-500	501-1000	1001-2000	2001-5000	более 5000
Число населенных пунктов	48	504	402	248	242	157	107
Численность населения, тыс. чел.	0,3	49	129	174	355	485	1193

Коэффициент концентрации Джини рассчитывается по формуле:

$$G = \sum_{i=1}^n p_i q_{i+1} - \sum_{i=1}^n p_{i+1} q_i, \quad (5.6)$$

где  $q_i$  - накопленная численность населения в  $i$  группе,  
 $p_i$  – накопленная доля числа населенных пунктов.

Для расчета воспользоваться вспомогательной таблицей 5.7.

Таблица 5.7 – Вспомогательная таблица для расчета индекса Джини.

Группа населенных пунктов с числом жителей, чел.	Доля численности населения $p_i$	Доля числа населенных пунктов $q_i$	Расчетные показатели			
			накопленная доля числа населенных пунктов $q_{i+1}$	$p_i q_{i+1}$	накопленная доля численности населения $p_{i+1}$	$p_{i+1} q_i$
ИТОГО	1	1	x			

«Кривая Лоренца» строится в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс откладывается накопленная доля числа населенных пунктов, а по оси ординат – накопленная доля численности населения. Чем больше кривая отклоняется от диагонали, тем выше степень неравномерности распределения признака в совокупности.

**Задача 5.7.** Дано распределение общего объема денежных доходов по 20% группам населения Российской Федерации:

Показатель	2010 г.	2013 г.
Денежные доходы – всего, %	100,0	100,0
в том числе по 20% группам населения		
первая (с наименьшими доходами)	5,2	5,2
вторая	9,8	9,9
третья	14,8	14,9
четвертая	22,5	22,5
пятая (с наибольшими доходами)	47,7	47,5

Определить коэффициент Лоренца и коэффициент Герфиндаля. Сделать вывод по величине и динамике концентрации доходов населения за изучаемый период. Построить диаграмму Лоренца.

Коэффициент Лоренца рассчитывается по формуле:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left| w_i - \frac{x_i w_i}{\sum x_i w_i} \right|,$$

где  $w_i$  – доля численности единиц в  $i$ -той группе;

$\frac{x_i w_i}{\sum x_i w_i}$  – доля значений признака  $i$ -той группы в общем объеме.

Коэффициент Герфиндаля рассчитывается по формуле:

$$H = \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i w_i}{\sum x_i w_i} \right)^2.$$

### Вопросы для самоподготовки

1. Определение и виды вариационных рядов.
2. Как определяется число групп и величина интервала при построении вариационного ряда?
3. Способы графического изображения вариационных рядов.
4. Характеристики структуры вариационного ряда, их расчет и применение.
5. Средняя арифметическая и ее свойства.
6. Абсолютные и относительные показатели вариации.
7. Дисперсия, ее свойства и способы расчета.
8. Статистические показатели концентрации, методика их расчета.
9. Какие показатели характеризуют форму распределения?

## 6 Выборочное наблюдение

Выборочным называется наблюдение, при котором обследованию подвергается часть единиц совокупности, отобранных на основе научно разработанных принципов, а показатели, найденные по отобранной части, должны достаточно точно характеризовать всю совокупность единиц.

Совокупность единиц, из которой производится отбор, называется генеральной совокупностью, а ее часть, подвергающаяся обследованию – выборочной совокупностью. Отбор единиц из генеральной совокупности может быть произведен повторным или бесповторным способом. Если отобранная единица возвращается в генеральную со-

вокупность и может снова попасть в выборку, то отбор – повторный. Если же отобранная единица в генеральную совокупность не возвращается, то отбор – бесповторный.

Генеральная доля  $P = \frac{M}{N}$ , выборочная доля  $W = \frac{m}{n}$ ,

где  $M$  и  $m$  – число единиц генеральной и выборочной совокупности, обладающих определенным свойством;

$N$  и  $n$  – объемы генеральной и выборочной совокупностей соответственно;

$\bar{x}$  - генеральная средняя;

$\tilde{x}$  - выборочная средняя.

Выборка единиц может быть произведена случайным, механическим, типическим, серийным, комбинированным и другими способами.

Случайным называется отбор единиц из генеральной совокупности, при котором каждая единица имеет одинаковую вероятность попасть в выборочную совокупность.

Оценка параметров генеральной совокупности может быть точечной или интервальной. Точечная оценка задается одним числом. Оценка, задаваемая двумя числами (границами интервала) называется интервальной.

Доверительный интервал рассчитывается по формулам:

а) для доли  $W - \Delta_p \leq p \leq W + \Delta_p$ ;

б) для средней  $\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$ ,

где  $\Delta_p$  и  $\Delta_{\tilde{x}}$  - предельные ошибки выборки для доли и средней соответственно.

В больших выборках ( $n > 60$ )  $t$  находится по таблице значений функции

$\Phi(x)$  при заданном уровне доверительной вероятности  $\gamma = 2\Phi(x)$ .

Если  $\gamma = 0,95$ , то  $t = 1,96$ ; если  $\gamma = 0,99$ , то  $t = 2,58$ .

В малых выборках ( ) значения  $t$  находятся по таблице  $t$  – распределения Стьюдента в соответствии с заданным уровнем доверительной вероятности  $\gamma$  и числом степеней свободы  $k = n - 1$ .

Таблица 6.1 – Формулы расчета предельной ошибки выборки при случайном отборе

Предельная ошибка	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Для средней	$\Delta_{\bar{x}} = t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6.1)$	$\Delta_{\bar{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (6.2)$
Для доли	$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \quad (6.3)$	$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (6.4)$

Оценкой генеральной дисперсии служит «исправленная» выборочная дисперсия:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{n-1} = \frac{\sigma^2 n}{n-1}. \quad (6.5)$$

Таблица 6.2 – Формулы расчета численности выборки при случайном Отборе

Численность выборки	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Для средней	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} \quad (6.6)$	$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{N \Delta^2 + t^2 \cdot \sigma^2} \quad (6.7)$
Для доли	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2} \quad (6.8)$	$n = \frac{t^2 N w(1-w)}{N \Delta^2 + t^2 w(1-w)} \quad (6.9)$

**Пример 1.** Выборочным способом изучается персонал организации. Из 600 работников случайным бесповторным способом отобрано 120. По выборочной совокупности средний возраст работников составил 44,5 при среднем квадратическом отклонении 10,3 года. Доля работников в возрасте свыше 50 лет составила 15,6 %. С доверительной вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться средний возраст работников организации и доля лиц в возрасте свыше 50 лет.

### Решение.

По условию задачи:  $N = 600$ ;  $n = 120$ ;  $\tilde{x} = 44,5$ ;  $\sigma = 10,3$ ;  $w = 0,156$ .

При  $\gamma = 0,95$ , по таблице  $t = 1,96$ .

$$\Delta_{\bar{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 1,96 \sqrt{\frac{10,3^2}{120} \left(1 - \frac{120}{600}\right)} = 1,65;$$

$$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 1,96 \sqrt{\frac{0,156 \cdot 0,844}{120} \left(1 - \frac{120}{600}\right)} = 0,058.$$

Таким образом, доверительные интервалы составляют:

$$44,5 - 1,6 \leq \bar{x} \leq 44,5 + 1,6; \quad 42,4 \leq \bar{x} \leq 46,1;$$

$$15,6 - 5,8 \leq P \leq 15,6 + 5,8;$$

$$9,8 \leq P \leq 21,4.$$

Относительная предельная ошибка составляет  $\Delta_{\%} = \frac{\Delta}{x} \cdot 100 = \frac{1,65}{44,5} = 3,7\%$ .

**Вывод:** с вероятностью 0,95 можно считать, что средний возраст всех работников организации будет находиться в интервале от 42,9 до 46,1 года, а доля работников в возрасте свыше 50 лет – в интервале от 9,8 до 21,4 %.

**Пример 2.** Сколько необходимо обследовать работников организации с целью изучения их возраста, если в организации числится 600 работников. Коэффициент вариации возраста оценивается в 20 %, а доля лиц в возрасте свыше 50 лет - в 15 %. Необходимая точность расчетов должна составлять 5 %. Уровень вероятности 0,95.

**Решение.**

По условию задачи имеем:  $N = 600$ ;  $V = 20\%$ ;  $W = 15\%$ ;  $\Delta_x = 5\%$ ;  $\gamma = 0,95$ ,  $t = 1,96$ .

Так как отбор работников случайный бесповторный, то необходимая численность выборки находится по формулам 6.7 и 6.9 (таблица 6.2), в которых среднее квадратическое отклонение заменяется коэффициентом вариации, а предельная ошибка выборки выражается в процентах.

$$n = \frac{t^2 V^2 N}{N \Delta_x^2 + t^2 V^2} = \frac{1,96^2 \cdot 20^2 \cdot 600}{600 \cdot 5^2 + 1,96^2 \cdot 20^2} = 56;$$

$$n_2 = \frac{1,96^2 \cdot 15 \cdot 85 \cdot 600}{600 \cdot 5^2 + 1,96^2 \cdot 15 \cdot 85} = 148.$$

Так как по условию примера 2 относительная ошибка увеличена до 5 %, то для получения результата с этой точностью достаточно обследовать 56 работников организации.

По второму признаку предельная ошибка выборки уменьшена с 5,8 % до 5 %, поэтому необходимая выборочная совокупность возросла до 148 человек.

**Вывод:** расчеты показали, что для получения результатов, удовлетворяющих точности по обоим признакам, необходимо отобрать 148 человек.

## Задачи для самостоятельного решения

**Задача 6.1.** Для обследования цен на продовольственные товары случайным образом было отобрано 100 магазинов, что составляет 12,5% от общего их количества в городе. При уровне доверительной вероятности 0,954 определить, в каких пределах будет находиться средняя цена на продукты А и В, если средняя цена по отобраным магазинам составила по продукту А - 760 руб., а среднее квадратическое отклонение 112 руб., по продукту В – 240 руб. и 60 руб. соответственно.

**Задача 6.2.** В автотранспортных предприятиях города имеется 600 единиц автобусов. В результате случайного бесповторного отбора было обследовано 100 автобусов, из которых со сроком эксплуатации свыше 8 лет оказалось 30%.

При уровне доверительной вероятности 0,997 определить долю и количество автобусов со сроком эксплуатации свыше 8 лет во всех автотранспортных предприятиях города.

**Задача 6.3.** В области имеется 3,6 тыс. фермерских хозяйств. В результате случайного бесповторного отбора 10% хозяйств оказалось, что средняя урожайность зерновых составила 36 ц/га при среднем квадратическом отклонении 10 ц/га. Известно, что 85% общей площади посевов зерновых культур занято озимой пшеницей. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться урожайность зерновых культур и доля посевов озимой пшеницы во всех фермерских хозяйствах.

Оценить величину валового сбора зерна во всех фермерских хозяйствах, если общая площадь посева зерновых культур в области составила 300 тыс. га.

**Задача 6.4.** В результате случайного бесповторного отбора 200 рабочих из 2130 было определено, что средний возраст работающих составляет 38 лет при среднем квадратическом отклонении 10 лет, доля женщин равна 0,35.

С вероятностью 0,954 определить границы среднего возраста работающих на предприятии и удельного веса женщин.

**Задача 6.5.** При проверке качества семян сахарной свеклы было отобрано 30 проб в случайном порядке. Средний процент всхожести семян составил 77% при среднем квадратическом отклонении 5%. Определить границы, в которых будет находиться среднее значение процента всхожести семян во всех образцах. Расчеты произвести с вероятностью 0,954.

**Задача 6.6.** Для определения средней цены на данный вид продукции на рынках города было проведено обследование 100 торговых мест из 800, составляющих общую совокупность. В результате случайного бесповторного отбора установлено, что средняя цена на данную продукцию составила 75 руб. за единицу, при среднем квадратическом отклонении 9 руб.

С вероятностью 0,99 определить среднюю цену реализации данного продукта на рынках города.

**Задача 6.7.** Рассчитать необходимый объём выборки по двум видам продукции для определения качества выпускаемых изделий на предприятии, если по каждому виду продукции известны следующие параметры:

Вид продукции	Число изделий в партии, шт.	Среднее квадратическое отклонение, %	Предельная ошибка выборки, %
1	15000	16	4,0
2	20000	20	3,1
3	19000	10	2,5
4	35000	14	3,5
5	7200	15	4,5
6	4300	18	3,0
7	8500	8	2,5

Использовать уровень доверительной вероятности 0,954.

**Задача 6.8.** Площадь, занятая посевами овощных культур в хозяйствах населения района составляет 400 га, среднее квадратическое отклонение урожайности составило 30 ц/га. Определить необходимый объём выборки для исчисления средней урожайности при случайном бесповторном отборе с вероятностью 0,954. Предельная ошибка для средней не должна превышать 5,0 ц/га. В районе 5000 хозяйств населения.

**Задача 6.9.** Определить, сколько необходимо взять изделий при определении качества продукции, чтобы предельная ошибка выборки, определенная в задаче 6.7 уменьшилась в два раза.

**Задача 6.10.** Вероятность изготовления продукции высшего качества на фирме составляет 0,9. Сколько необходимо обследовать единиц продукции, чтобы с доверительной вероятностью 0,95 можно было утверждать, что доля продукции высшего качества по выборке будет

отклоняться от постоянной вероятности по модулю не более чем на 0,03?

**Задача 6.11.** Аудиторской фирмой проводилась проверка правильности записей по счетам бухгалтерского учета. Из проверки 200 записей было обнаружено 3 неточности. С вероятностью 0,95 определить доверительный интервал для доли ошибок по всей совокупности записей. Сколько следует проверить записей по счетам, чтобы предельная ошибка выборки составила 1%.

**Задача 6.12.** Случайным бесповторным способом проведено выборочное обследование семей района. Из 1500 семей обследовано 110, по которым определен душевой доход на члена семьи, представленный в виде интервального вариационного ряда.

Таблица 6.3 – Распределение семей по величине месячного дохода на одного члена семьи

Группы семей по месячному доходу на члена семьи, тыс. руб.	До 3,0	3,0 - 6,0	6,0 - 9,0	9,0 - 12,0	Свыше 12,0
Число семей	19	38	30	14	9

С доверительной вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться средний месячный доход на одного члена семьи по району, а также доля семей с доходами, менее 3,0 тыс. руб. на одного члена семьи.

**Задача 6.13.** На основании 40 хронометражных наблюдений за производственным процессом установлено, что на выполнение трудовой операции в среднем затрачивалось 25 минут при среднем квадратическом отклонении 4 минуты. Считая время выполнения операции нормально распределенной случайной величиной, определить границы, в которых будет находиться среднее время выполнения производственной операции работниками с вероятностью: а) 0,9; б) 0,95; в) 0,99. Как изменится ошибка выборки, если число наблюдений увеличится в 2 раза.

**Задача 6.14.** На склад предприятия оптовой торговли поступило 5000 ящиков сливочного масла. Из каждого сотого ящика было взято по одной пачке. Средний вес одной пачки масла оказался равным 195 г при среднем квадратическом отклонении 8 г. При уровне вероятности 0,95 определить границы, в которых будет находиться средний вес одной пачки масла во всей партии. При уровне значимости 0,05 проверить утверждение, что средний заявленный производителем вес одной пачки равен 200 г.

**Задача 6.15.** Имеются следующие данные выборочного обследования безработных по возрастным группам с учетом места проживания:

Показатель	Всего	В том числе имеют возраст, лет					
		15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65 и выше
Численность безработных, чел.	2123	574	500	516	416	96	21
в том числе город	938	257	197	203	186	74	21
село	1185	317	303	313	230	22	-

Общая численность безработных в регионе составила 212 тыс. человек. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых находится средний возраст безработных в городских, сельских поселениях и в целом в регионе.

**Задача 6.16.** Численность экономически активного населения региона в 2013 г. составила 2402,4 тыс. человека. Для исследования проблем занятости проведено выборочное обследование 1% численности экономически активного населения. На основе выборочных данных, представленных в таблице 6.4, найти доверительные интервалы среднего возраста экономически активного населения региона, уровня экономически активного населения в целом, а также в городе и селе.

Таблица 6.4 – Распределение экономически активного населения региона по возрасту, 2013 г.

Показатель	Группы экономически активного населения по возрасту, лет						Всего
	15-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-72	
Численность экономически активного населения (в процентах к итогу)	3,0	22,2	24,3	28,4	17,6	4,5	100
Уровень экономически активного населения (в процентах к численности соответствующей группы – всего)	16,7	70,7	85,9	84,7	75,1	17,8	61,1
в том числе город	14,2	70,3	88,3	86,3	76,2	23,2	62,2
село	19,5	71,5	82,7	82,1	74,5	11,7	59,8

**Задача 6.17.** Для оценки занятости персонала фирмы была проведена 10% типическая пропорциональная выборка. Средняя фактическая продолжительность рабочей недели составила: рабочих - 41 час; руководителей – 42 часа; специалистов – 39 часов, при среднем квадратическом отклонении 2; 3,5; 2,8 часа соответственно. Общая численность сотрудников фирмы 3500 чел., в том числе руководителей – 100 чел., специалистов – 350 чел. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться средняя продолжительность рабочей недели всего персонала фирмы, а также отдельных категорий.

### **Вопросы для самоподготовки**

1. Сущность выборочного метода.
2. Области применения выборочного метода.
3. Ошибки выборочного наблюдения.
4. Виды и способы формирования выборочной совокупности.
5. Характеристики выборочной и генеральной совокупности.
6. Определение средней и предельной ошибок выборки при различных способах отбора.
7. Определение необходимой численности выборки.
8. Способы распространения данных выборочного наблюдения на генеральную совокупность.

## **7 Статистическое изучение взаимосвязей социально-экономических явлений**

Важной задачей статистики является выявление зависимостей между социально-экономическими явлениями и их количественная характеристика. Одним из основных и наиболее распространенных методов обработки и анализа статистических данных является корреляционно-регрессионный анализ.

**Корреляционно-регрессионный анализ** представляет собой совокупность статистико-математических методов количественного анализа связей между социально-экономическими явлениями и процессами.

В соответствии с числом признаков, между которыми устанавливается зависимость, различают **парную связь** - между двумя признаками и **множественную** - связь между тремя и большим числом признаков (один результативный, остальные факторные).

По аналитическому выражению связи могут быть **линейными** и **нелинейными**. Линейная связь выражается линейным уравнением, а графически - прямой линией. Нелинейная связь выражается уравнением параболы, гиперболы и т.п., а графически - кривой линией того или иного вида.

Применение корреляционно-регрессионного анализа включает ряд последовательных этапов.

На первом этапе, исходя из причинно-следственных связей между явлениями, устанавливаются факторные и результативные признаки, методика их расчета. Выделяется совокупность объектов и определяются числовые значения признаков по каждой единице совокупности.

На втором этапе определяется форма связи и подбирается уравнение, которое наиболее полно отражает характер связи между признаками. При этом широко используется графический метод. На оси абсцисс откладываются значения факторного признака ( $x$ ), а на оси ординат - результативного признака ( $y$ ). На поле графика наносятся отметки (точки), соответствующие парам значений  $x$  и  $y$ . По характеру их расположения судят о форме и аналитическом выражении связи.

На третьем этапе рассчитываются параметры уравнения связи. При линейной связи уравнение имеет вид  $y = a + bx$ , где  $a$  - свободный член уравнения (его величина экономического смысла обычно не имеет),  $b$  - коэффициент регрессии, показывающий, на сколько единиц в среднем изменяется значение результативного признака при изменении факторного признака на единицу.

Для нахождения неизвестных параметров  $a$  и  $b$  необходимо составить и решить систему уравнений, которая при линейной связи имеет вид:

$$\begin{cases} \sum y = na + b \sum x \\ \sum xy = a \sum x + b \sum x^2 \end{cases}, \text{ откуда } b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}, a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum x}{n}. \quad (7.1)$$

На четвертом этапе оценивается теснота связи, которая при линейной связи характеризуется **коэффициентом корреляции**. Производится оценка значимости уравнения связи в целом, отдельных его параметров и показателей тесноты связи. Коэффициент корреляции ( $r$ ) изменяется от -1 до 1. Если связь прямая, то  $0 \leq r \leq 1$ , если связь обратная, то  $-1 \leq r \leq 0$ . Коэффициент корреляции определяется по формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (7.2)$$

где  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$  – среднее значение  $x$

$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$  – среднее значение  $y$ ;

$\overline{xy} = \frac{\sum xy}{n}$  – среднее значение произведения  $xy$ ;

$\sigma_x$  и  $\sigma_y$  – среднее квадратическое отклонение  $x$  и  $y$  соответственно:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2}.$$

(7.3)

Коэффициент корреляции можно определить и по другим формулам, тождественным формуле (7.2):

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}; \quad (7.4)$$

$$r = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \quad (7.5)$$

При расчете коэффициента корреляции важно оценить его значимость (существенность).

В малых совокупностях ( $n \leq 50$ ) значимость коэффициента корреляции проверяется на основе  $t$ -критерия Стьюдента. Для этого определяется наблюдаемое (расчетное, фактическое) значение критерия

$$t_n = |r| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}, \quad (7.6)$$

которое сопоставляется с табличным (критическим) значением  $t_{кр.}$ , найденным по таблице  $t$ -значений Стьюдента при уровне значимости  $\alpha=0,05$  и числе степеней свободы  $k=n-2$  для двусторонней критической области. Если  $t_n > t_{кр.}$ , то нулевая гипотеза о равенстве коэффициента корреляции нулю, т.е. гипотеза об отсутствии линейной связи между  $x$  и  $y$ , отвергается. Коэффициент корреляции признается значимым, а связь между  $x$  и  $y$  – реальной. Если же  $t_n < t_{кр.}$ , то нулевая гипотеза принимается и связь между  $x$  и  $y$  признается статистически незначимой.

В больших совокупностях ( $n>50$ ) оценка значимости коэффициента корреляции основана на сопоставлении значения  $r$  с его средней квадратической ошибкой  $\sigma_r$ , определяемой по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}. \quad (7.7)$$

$$\text{Тогда } t_n = \frac{|r|}{\sigma_r} = \frac{|r| \cdot \sqrt{n}}{1-r^2}. \quad (7.8)$$

Критическое значение  $t_{кр.}$  находится по таблице интеграла вероятностей  $\Phi(x)$  в соответствии с принятым уровнем доверительной вероятности  $\gamma$ . Если  $\gamma=0,95$ , то  $t_{кр.}=1,96$ .

По величине коэффициента корреляции делают вывод о тесноте связи.

Квадрат коэффициента корреляции называется **коэффициентом детерминации**, показывающим, какая часть вариации результативного признака обусловлена вариацией факторного признака

$$D = r^2 \times 100\%. \quad (7.9)$$

**Коэффициент эластичности** показывает, на сколько процентов в среднем изменится результативный признак при увеличении факторного признака на один процент. Его определяют по формуле:

$$\varepsilon = b \frac{\bar{x}}{y}. \quad (7.10)$$

Для определения тесноты связи между двумя признаками, измеренными в порядковых шкалах, применяются менее точные, но более простые по расчету непараметрические показатели, в частности **коэффициенты корреляции рангов** (или ранговые коэффициенты корреляции) Спирмена ( $\rho$ ) и Кендалла ( $\tau$ ).

Оба показателя основаны на корреляции не самих значений изучаемых признаков, а их рангов.

**Ранг** – это порядковый номер, присваиваемый каждому индивидуальному значению  $x$  и  $y$  (отдельно) в ранжированном ряду. Оба признака необходимо ранжировать (нумеровать) в одном и том же порядке: от меньших значений к большим или наоборот. Если встречается несколько одинаковых значений  $x$  (или  $y$ ), то каждому из них присваивается ранг, равный частному от деления суммы рангов, входящих на эти значения, на число равных значений. Ранги признаков  $x$  и  $y$  обозначают соответственно символами  $R_x$  и  $R_y$ .

Для расчета **коэффициента корреляции рангов Спирмена** значения признаков  $x$  и  $y$  нумеруют от 1 до  $n$ . Затем для каждой пары рангов находят их разность  $d_i = R_{x_i} - R_{y_i}$ , а коэффициент корреляции рангов определяют по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (7.11)$$

где  $n$  – число наблюдаемых пар значений  $x$  и  $y$ .

**Коэффициент корреляции рангов Кендалла** определяется по формуле:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \text{ где } S = P - Q. \quad (7.12)$$

Порядок расчета коэффициента корреляции рангов Кендалла:

- 1) значения  $x$  и  $y$  ранжируют, т.е. определяют  $R_{x_i}$  и  $R_{y_i}$ ;
- 2) значения  $R_{x_i}$  располагают в порядке возрастания и параллельно записывают соответствующее каждому  $R_{x_i}$  значение  $R_{y_i}$ ;
- 3) для каждого значения  $R_{y_i}$  подсчитывают число следующих за ним рангов более высокого порядка и число следующих за ним рангов, меньших по значению; находят соответствующие суммы  $P$  и  $Q$ ;
- 4) определяют разность  $S$  и коэффициент корреляции рангов Кендалла.

Как и линейный коэффициент корреляции, коэффициенты корреляции рангов могут изменяться в пределах от  $-1$  до  $+1$ . Чем ближе их значения по модулю к  $1$ , тем теснее связь между  $x$  и  $y$ . Коэффициент Кендалла всегда меньше по значению, чем коэффициент Спирмена, причем  $\tau \approx \frac{2}{3} \rho$ .

При исследовании тесноты связи между **качественными признаками** строят **таблицы сопряженности**.

Если каждый из двух качественных признаков принимает только альтернативные значения, то таблица сопряженности имеет вид:

Признак А	Признак В	
	да	нет
Да	a	b
Нет	c	d

Каждая из клеток данной таблицы соответствует известной альтернативе того или другого признака. Для оценки тесноты связи рассчитывают **коэффициенты ассоциации ( $K_a$ ) и контингенции ( $K_k$ ):**

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad (7.13),$$

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}. \quad (7.14)$$

Данные коэффициенты изменяются от -1 до +1, причем коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации. Связь считается значимой и подтвержденной, если  $|K_a| \geq 0,5$ , а  $|K_k| \geq 0,3$ .

Если каждый из качественных признаков, измеренных в номинальной шкале, имеет более двух значений, то таблица сопряженности примет вид:

Значения признака А	Значения признака В						Всего
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	...	В <sub>j</sub>	...	В <sub>p</sub>	
А <sub>1</sub>	$f_{11}$	$f_{12}$	...	$f_{1j}$	...	$f_{1p}$	$n_1$
А <sub>2</sub>	$f_{21}$	$f_{22}$	...	$f_{2j}$	...	$f_{2p}$	$n_2$
...	...	...	...	...	...	...	...
А <sub>i</sub>	$f_{i1}$	$f_{i2}$	...	$f_{ij}$	...	$f_{ip}$	$n_i$
...	...	...	...	...	...	...	...
А <sub>s</sub>	$f_{s1}$	$f_{s2}$	...	$f_{sj}$	...	$f_{sp}$	$n_s$
Итого	$m_1$	$m_2$	...	$m_j$	...	$m_p$	$\sum n_i = \sum m_j$

Для определения тесноты связи применяют **коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.**

**Коэффициент Пирсона** исчисляется по формуле:

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}, \quad (7.15)$$

где  $\varphi^2$  – показатель взаимной сопряженности.

$$\varphi^2 = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^p \frac{f_{ij}^2}{n_i m_j} - 1, \quad (7.16)$$

где  $s$  – число категорий (значений) признака А;  
 $p$  – число категорий признака В.

**Коэффициент Чупрова** исчисляется по формуле:

$$K_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(s-1)(p-1)}}}. \quad (7.17)$$

Чем ближе  $S$  и  $K_{\text{ч}}$  к 1, тем связь теснее. Коэффициент взаимной сопряженности Чупрова более точен, поскольку учитывает число значений по каждому признаку.

**Пример 1.** По данным 10 организаций (таблица 7.1) об энерговооруженности рабочей силы и выручке от реализации продукции на одного работника определить: форму связи между признаками; параметры уравнения связи; коэффициенты корреляции, детерминации и эластичности. Оценить значимость коэффициента корреляции.

Таблица 7.1 – Энерговооруженность и выручка от реализации продукции на среднегодового работника

№ организации	Энергетические мощности на среднегодового работника, л.с. (x)	Выручка от реализации продукции на одного работника, тыс. руб. (y)	$x^2$	$xy$	$y^2$	Теоретическое значение выручки на одного работника, тыс. руб. $y_x = a + bx$
1	54,9	762,3	3014,01	41850,27	581101,29	870,7
2	32,8	438,9	1075,84	14395,92	192633,21	455,2
3	55,2	672,1	3047,04	37099,92	451718,41	876,3
4	43,9	636,2	1927,21	27929,18	404750,44	663,9
5	45,6	908,4	2079,36	41423,04	825190,56	695,8
6	59,3	1027,4	3516,49	60924,82	1055550,76	953,4
7	45,9	550,9	2106,81	25286,31	303490,81	701,5
8	52,2	1054,9	2724,84	55065,78	1112814,01	819,9
9	43,2	613,5	1866,24	26503,20	376382,25	650,7
10	50,6	812,6	2560,36	41117,56	660318,76	789,8
Итого	483,6	7477,2	23918,20	371596,00	5963950,50	7477,2

В данном случае результативный признак  $y$  – выручка на работ-

ника, а факторный признак  $x$  - энерговооруженность труда.

### Решение.

1) Исходные данные нанесем на график (рисунок 7.1).

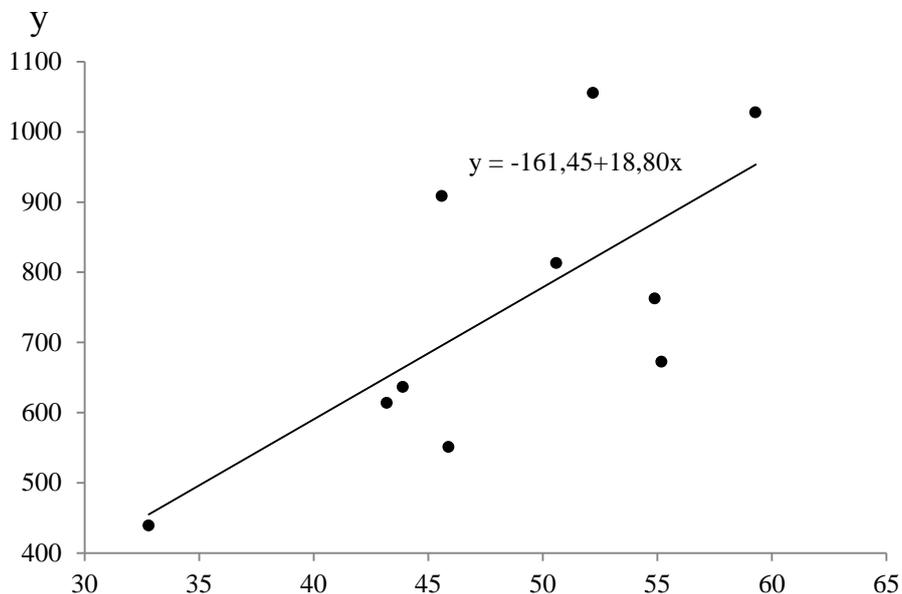


Рисунок 7.1 – Зависимость между энерговооруженностью рабочей силы и выручкой на работника

По расположению точек на графике видно, что связь можно выразить уравнением  $y_x = a + bx$ .

2) Для нахождения параметров линейного уравнения составим систему уравнений, используя данные таблицы 7.1. Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 7477,2 = 10a + 483,6b, \\ 371596,0 = 483,6a + 23918,2b. \end{cases}$$

Решив систему, получим  $a = -161,45$ ;  $b = 18,80$ .

Следовательно, уравнение связи энерговооруженности рабочей силы и выручки от реализации продукции на одного работника имеет вид:

$$y_x = -161,45 + 18,80x.$$

Тогда, например,  $y_{x_1} = -161,45 + 18,80 \cdot 54,9 = 870,7$ ;

$$y_{x_2} = -161,45 + 18,80 \cdot 32,8 = 455,2.$$

Нанесем полученные точки на график, проведем прямую, выраженную уравнением регрессии.

3) Определим средние значения показателей:

$$\bar{x} = \frac{483,6}{10} = 48,36, \quad \bar{y} = \frac{7477,2}{10} = 747,72,$$

$$\overline{xy} = \frac{371596,00}{10} = 37159,60.$$

4) Найдем среднее квадратическое отклонение  $x$  и  $y$ :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{23918,2}{10} - 48,36^2} = 7,29; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{5963950,50}{10} - 747,72^2} = 193,16;$$

5) Рассчитаем коэффициент корреляции:

$$в) r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{37159,60 - 48,36 \cdot 747,72}{7,29 \cdot 193,16} = 0,71.$$

Следовательно, связь между признаками прямая и довольно тесная.

6) Коэффициент детерминации равен:

$$D = r^2 \cdot 100 = 0,71^2 \cdot 100 = 50,4 \%$$

Таким образом, колеблемость выручки на среднегодового работника по совокупности хозяйств на 50,4 % обусловлена вариацией энерговооруженности рабочей силы. При этом увеличение энерговооруженности рабочей силы на 1 л.с. приводит к росту выручки в расчете на одного работника на 18,80 тыс. руб.

7) Оценим значимость коэффициента корреляции, учитывая, что совокупность малая.

$$t_n = |r| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} = 0,71 \sqrt{\frac{10-2}{1-0,71^2}} = 2,85.$$

При уровне значимости  $\alpha=0,05$  и числе степеней свободы  $k=10-2=8$  критическое значение  $t_{кр.}=2,31$ . Т.к.  $t_n > t_{кр.}$ , коэффициент корреляции признается статистически значимым.

8) Коэффициент эластичности составит:

$$\varepsilon = 18,80 \cdot \frac{48,36}{747,72} = 1,22.$$

Таким образом, рост энерговооруженности труда на 1 % в данной совокупности организаций приводит к росту выручки на одного работника в среднем на 1,22 %.

**Пример 2.**

Используя данные предыдущей задачи, с помощью коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла, измерить тесноту связи между энерговооруженностью и выручкой от реализации продукции на среднегодового работника.

**Решение.**

1) Для удобства расчета все вспомогательные вычисления произведем в таблице 7.2, расположив предприятия в порядке возрастания факторного признака.

Таблица 7.2 – Вспомогательная таблица для расчета коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла

$x_i$	$y_i$	$R_{x_i}$	$R_{y_i}$	$d_i = R_{x_i} - R_{y_i}$	$d_i^2$	Число рангов $R_{y_i}$	
						большого порядка	меньшего порядка
32,8	438,9	1	1	0	0	9	0
43,2	613,5	2	3	-1	1	7	1
43,9	636,2	3	4	-1	1	6	1
45,6	908,4	4	8	-4	16	2	4
45,9	550,9	5	2	3	9	5	0
50,6	812,6	6	7	-1	1	2	2
52,2	1054,9	7	10	-3	9	0	3
54,9	762,3	8	6	2	4	1	1
55,2	672,1	9	5	4	16	1	0
59,3	1027,4	10	9	1	1	-	-
х	х	х	х	х	$\Sigma d_i^2 = 58$	$P=33$	$Q=12$

2) Определим коэффициент корреляции рангов Спирмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 58}{10 \cdot (10^2 - 1)} = 0,648.$$

3) Рассчитаем коэффициент корреляции рангов Кендалла:

$$\tau = \frac{2 \cdot (33 - 12)}{10 \cdot (10 - 1)} = 0,467.$$

Следовательно, между энерговооруженностью и выручкой от реализации продукции на одного работника существует средняя связь.

**Пример 3.**

По данным таблицы 7.3 с помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова оценить наличие связи между уровнем образования и распределением персонала фирмы по категориям работников.

Таблица 7.3 – Распределение персонала по уровню образования и категориям работников

Уровень образования	Категории работников			Всего
	руководители	служащие	рабочие	
Высшее	25	40	3	68
Неполное высшее	2	4	3	9
Среднее специальное	2	28	64	94
Среднее общее	0	14	102	116
Итого	29	86	172	287

**Решение:**

1) Рассчитаем показатель взаимной сопряженности  $\varphi^2$ :

$$z_1 = \left( \frac{25^2}{29} + \frac{40^2}{86} + \frac{3^2}{172} \right) : 68 = 0,591; \quad z_2 = \left( \frac{2^2}{29} + \frac{4^2}{86} + \frac{3^2}{172} \right) : 9 = 0,042;$$

$$z_3 = \left( \frac{2^2}{29} + \frac{28^2}{86} + \frac{64^2}{172} \right) : 94 = 0,352; \quad z_4 = \left( \frac{0^2}{29} + \frac{14^2}{86} + \frac{102^2}{172} \right) : 116 = 0,541.$$

Тогда  $\varphi^2 = z_1 + z_2 + z_3 + z_4 - 1 = 0,591 + 0,042 + 0,352 + 0,541 - 1 = 0,526$ .

2) Определим коэффициент Пирсона:

$$C = \sqrt{\frac{0,526}{1 + 0,526}} = 0,587.$$

3) Вычислим коэффициент Чупрова:

$$K_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{0,526}{\sqrt{(4-1)(3-1)}}} = 0,463.$$

**Вывод:** следовательно, между уровнем образования и распределением персонала фирмы по категориям работников существует средняя связь.

## Задачи для самостоятельного решения

**Задача 7.1.** По данным 15 организаций (приложение А) определить: форму связи между признаками; параметры уравнения связи; коэффициенты корреляции, детерминации и эластичности. Оценить значимость коэффициента корреляции.

Исследования провести по следующим парам признаков:

1) энерговооруженность рабочей силы и выручка от реализации продукции на одного работника;

2) фондовооруженность рабочей силы и выручка от реализации продукции на одного работника;

3) фондообеспеченность и выручка от реализации продукции на 1 га сельхозугодий;

4) среднегодовая заработная плата одного работника и выручка от реализации продукции на одного работника;

5) затраты и выручка от реализации продукции на 1 га сельхозугодий;

6) доля активной части основных фондов в общей их стоимости и фондоотдача (по выручке).

**Задача 7.2.** По данным 25 организаций о фондообеспеченности ( $x_1$ ), трудообеспеченности ( $x_2$ ) и выручке от реализации продукции на 1 га сельхозугодий ( $y$ ) (приложение А) определить: параметры множественного уравнения связи; коэффициенты множественной корреляции, детерминации и эластичности. Оценить значимость уравнения регрессии и его параметров.

**Задача 7.3.** По данным 25 организаций о выручке от реализации продукции на одного работника ( $x_1$ ), энерговооруженности ( $x_2$ ) и среднегодовой заработной плате на работника ( $y$ ) (приложение А) определить: параметры множественного уравнения связи; коэффициенты множественной корреляции, детерминации и эластичности. Оценить значимость уравнения регрессии и его параметров.

**Задача 7.4.** По данным 15 организаций (приложение А) с помощью коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла измерить тесноту связи между:

1) фондообеспеченностью и выручкой от реализации продукции на 1 га сельскохозяйственных угодий;

2) энерговооруженностью рабочей силы и выручкой от реализации продукции на одного работника.

**Задача 7.5.** По данным таблицы 7.4 с помощью коэффициентов ассоциации и контингенции оценить наличие связи между видом налоговых проверок и их результативностью.

Таблица 7.4 – Результаты налоговых проверок хозяйствующих субъектов

Результаты проверок	Виды проверок		Всего
	выездные	камеральные	
Нарушения выявлены	68	91	159
Нарушения не выявлены	18	1189	1207
Итого	86	1280	1366

**Задача 7.6.** По данным таблицы 7.5 с помощью коэффициентов ассоциации и контингенции оценить наличие связи между полом и уровнем квалификации персонала организации.

Таблица 7.5 – Распределение персонала по полу и уровню квалификации

Уровень квалификации	Мужчины	Женщины	Всего
Квалифицированные	633	199	832
Неквалифицированные	211	163	374
Итого	844	362	1206

**Задача 7.7.** По данным таблицы 7.6 с помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова оценить наличие связи между степенью полива и урожайностью картофеля в хозяйствах населения.

Таблица 7.6 – Распределение хозяйств населения по степени полива и урожайности картофеля

Степень полива	Урожайность			Всего
	высокая	средняя	низкая	
Обильный	102	58	12	172
Средний	65	84	14	163
Слабый	32	47	28	107
Без полива	2	12	32	46
Итого	201	201	86	488

**Задача 7.8.** По данным таблицы 7.7 с помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова оценить наличие связи между степенью успеваемости и характером работы выпускников института.

Таблица 7.7 – Распределение выпускников по степени успеваемости и характеру работы

Характер работы	Степень успеваемости			Всего
	высокая	средняя	низкая	
По профессии	150	98	32	280
Не по профессии	86	34	50	170
Итого	236	132	82	450

### Вопросы для самоподготовки

1. Виды и формы связей между явлениями, основные этапы корреляционно-регрессионного анализа.

2. Определение параметров уравнения регрессии способом наименьших квадратов.

3. Расчет показателей тесноты связи между признаками.

4. Что характеризует коэффициенты регрессии и эластичности?

5. Что характеризуют коэффициенты корреляции рангов?

6. Расчет коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендалла.

7. Что характеризуют и как рассчитываются коэффициенты ассоциации и контингенции?

8. В каких случаях и для чего применяют коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова?

9. Расчет коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.

## 8 Ряды динамики

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменения экономических явлений во времени путем построения и анализа рядов динамики. Ряд динамики представляет собой численные значения статистического показателя в последовательные моменты или периоды времени.

В любом ряде динамики выделяют два элемента: количественные значения показателя, называемые уровнями ряда и периоды или моменты времени, к которым относятся уровни. Если уровни ряда характеризуют значение показателя за определенный период времени, то ряд называется интервальным, а если на определенный момент времени – моментным. Уровни выражаются абсолютными, относительными и средними величинами.

Графически ряды динамики изображаются линейными, либо столбиковыми диаграммами. По оси абсцисс откладываются показатели времени, а по оси ординат - уровни ряда (либо базисные темпы роста).

Для характеристики развития явления во времени определяют показатели: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста базисным и цепным способом, значения одного процента прироста (таблица 8.1).

Обозначим:

$y_i$  – текущий (сравниваемый) уровень,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;

$y_1$  – уровень, принятый за постоянную базу сравнения (обычно начальный);

$y_n$  – конечный уровень.

Абсолютный прирост - это разность между двумя уровнями. Показывает, на сколько единиц один уровень больше другого.

Цепные и базисные абсолютные приросты взаимосвязаны:

- сумма цепных абсолютных приростов равна конечному базисному абсолютному приросту;

- разность между двумя смежными базисными приростами равна промежуточному цепному.

Коэффициент роста – это отношение двух уровней ряда. Показывает, во сколько раз текущий уровень больше или меньше базисного (предыдущего).

Темп роста - это коэффициент роста, выраженный в процентах. Показывает, сколько процентов уровень текущего периода составляет по отношению к уровню базисного (предыдущего) периода.

Между цепными и базисными коэффициентами роста существует взаимосвязь:

- произведение цепных коэффициентов роста равно конечному базисному;

- частное от деления двух смежных базисных коэффициентов роста равно промежуточному цепному.

Темп прироста показывает, на сколько процентов текущий уровень больше или меньше базисного (предыдущего).

Абсолютное значение 1% прироста показывает, какая абсолютная величина скрывается за одним процентом прироста уровня.

Таблица 8.1- Расчет показателей ряда динамики

Показатель	Метод расчета	
	с постоянной базой (базисные)	с переменной базой (цепные)
Абсолютный прирост ( $A$ )	$A_{\bar{y}_i} = y_i - y_1$ (8.1)	$A_{y_i} = y_i - y_{i-1}$ (8.2)
Коэффициент роста ( $K_p$ )	$K_{p\bar{y}_i} = \frac{y_i}{y_1}$ (8.3)	$K_{py_i} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ (8.4)
Темп роста ( $T_p$ )	$T_{p\bar{y}_i} = K_{p\bar{y}_i} \cdot 100\%$ (8.5)	$T_{py_i} = K_{py_i} \cdot 100\%$ (8.6)
Темп прироста ( $T_{np}$ )	$T_{np\bar{y}_i} = T_{p\bar{y}_i} - 100\%$ (8.7)	$T_{npy_i} = T_{py_i} - 100\%$ (8.8)
Абсолютное значение 1 % прироста ( $Зн.1\%$ )	$Зн.1\% = 0,01 y_{i-1}$ или $Зн.1\% = \frac{A_{ц}}{T_{пр.ц}}$ (8.9)	

Для характеристики интенсивности развития явления за длительный период времени рассчитываются средние показатели динамики. Формулы их расчета представлены в таблице 8.2.

Средние показатели динамики исчисляются одинаково для интервальных и моментных рядов, исключение составляет лишь расчет среднего уровня ряда.

Таблица 8.2 – Расчет средних показателей ряда динамики

Показатель	Метод расчета
Средний уровень ( $\bar{y}$ ) а) интервального ряда	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \quad (8.10)$
б) моментного ряда с равными интервалами	$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} \quad (8.11)$
в) моментного ряда с неравными интервалами	$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} \quad (8.12)$
Средний абсолютный прирост ( $\bar{A}$ )	$\bar{A} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \quad \text{или} \quad \bar{A} = \frac{\sum A_u}{n-1} \quad (8.13)$
Средний коэффициент роста ( $\bar{K}_p$ )	$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\prod K_u} \quad \text{или} \quad \bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad (8.14)$
Средний темп роста ( $\bar{T}_p$ ), %	$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100 \% \quad (8.15)$
Средний темп прироста ( $\bar{T}_{np}$ ), %	$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100 \% \quad \text{или} \quad \bar{T}_{np} = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100\% \quad (8.16)$
Среднее значение 1% прироста, $\overline{3н.1\%}$	$\overline{3н.1\%} = \frac{\bar{A}}{\bar{T}_{np}} \quad (8.17)$

Основным условием построения и анализа ряда динамики является сопоставимость уровней во времени.

К несопоставимости приводит изменение состава или территориальных границ изучаемой совокупности, переход к другим единицам измерения, инфляционные процессы. Несопоставимыми ряды динамики являются и в том случае, если они составлены из неодинаковых по продолжительности времени периодов.

При обнаружении несопоставимости уровней ряда должна применяться процедура смыкания, если невозможен их прямой пересчет.

Смыкание может быть произведено двумя способами.

1 способ. Данные за предшествующие периоды умножаются на коэффициент перехода, который определяется как отношение показателей на тот момент времени, когда произошло изменение условий формирования уровней ряда.

2 способ. Уровень переходного периода принимается для второй части ряда за 100% и от этого уровня определяются соответствующие

показатели. При этом получается сопоставимый ряд относительных величин.

Для выявления основной тенденции развития в рядах динамики применяют различные методы: укрупнения временных интервалов (периодов); скользящих средних; аналитического выравнивания.

Метод укрупнения временных интервалов (периодов) заключается в том, что вместо первоначальных уровней рассчитываются и сравниваются средние уровни за укрупненные периоды времени (месячные в квартальные, квартальные в годовые и т.д.).

Метод сглаживания ряда динамики с помощью скользящей средней заключается в том, что фактические уровни заменяются средними арифметическими уровнями за укрупненные периоды. Расчет средних ведется способом скольжения, т.е. постепенным исключением из принятого периода скольжения первого уровня и включением следующего. При этом, посредством осреднения эмпирических данных, индивидуальные колебания погашаются, общая тенденция развития явления выражается в виде плавной линии (теоретические уровни).

Метод аналитического выравнивания состоит в подборе для данного ряда динамики такой теоретической линии, которая выражает основные черты или закономерности изменения уровней явления. Чаще всего при выравнивании используют линейное уравнение:

$$\hat{y}_t = a + bt, \quad (8.18)$$

где  $a$  – свободный член уравнения;

$b$  – коэффициент;

$t$  – порядковый номер года.

Параметры уравнения определяются методом наименьших квадратов путем составления и решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = na + b \sum t, \\ \sum yt = a \sum t + b \sum t^2. \end{cases} \quad (8.19)$$

Для упрощения расчетов допускается  $\sum t = 0$ , тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \Sigma y = na, \\ \Sigma yt = b\Sigma t^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\Sigma y}{n}, \\ b = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}. \end{cases} \quad (8.20)$$

Для выявления общей тенденции развития явления во времени, в виде уравнения тренда наряду с линейной, применяют следующие функции:

- парабола второго или третьего порядка

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1t + b_2t^2,$$

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3; \quad (8.21)$$

$$\text{-показательная } \bar{y}_t = b_0b_1^t; \quad (8.22)$$

$$\text{-экспоненциальная } \bar{y}_t = b_0e^{b_1t}; \quad (8.23)$$

$$\text{-гиперболическая } \bar{y}_t = b_0 + \frac{b_1}{t}; \quad (8.24)$$

$$\text{-логистическая } \bar{y}_t = \frac{b_0}{1 + b_1e^{-b_2t}}. \quad (8.25)$$

Найдя параметры уравнения тренда методом наименьших квадратов, проводится оценка его надежности с помощью  $F$  – критерия Фишера.

Иногда в динамических рядах отсутствуют промежуточные или последующие уровни. Их можно исчислить с помощью методов интерполяции и экстраполяции.

*Интерполяция* – нахождение промежуточного неизвестного уровня, при наличии известных соседних уровней.

*Экстраполяция* – нахождение уровней за пределами изучаемого ряда, т.е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом, или в прошлое на основании текущих уровней.

**Пример 1.** По имеющимся данным об урожайности чайного листа в Краснодарском крае (приложение В) рассчитать показатели ряда динамики. Сделать вывод.

Таблица 8.3 - Расчет показателей ряда динамики урожайности чайного листа

Год	Урожайность, ц/га	Абсолютный прирост, ц		Коэффициент роста		Темп роста, %		Темп прироста, %		Значение 1% прироста, ц
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	
		$A_b$	$A_c$	$K_{pb}$	$K_{pc}$	$T_{pb}$	$T_{pc}$	$T_{прб}$	$T_{прц}$	
2009	5,7	-	-	-	-	100,0	100,0	-	-	-
2010	4,7	-1,0	-1,0	0,825	0,825	82,5	82,5	-17,5	-17,5	0,057
2011	2,7	-3,0	-2,0	0,474	0,574	47,4	57,4	-52,6	-42,6	0,047
2012	2,2	-3,5	-0,5	0,386	0,815	38,6	81,5	-61,4	-18,5	0,027
2013	1,0	-4,7	-1,2	0,175	0,455	17,5	45,5	-82,5	-54,5	0,022
Средние показатели	3,3	-1,2		0,647		64,7		-35,3		0,034

**Вывод:** расчеты показали, что средняя урожайность чайного листа в динамике за пять лет составила 3,3 ц/га. При этом ежегодно она снижалась в среднем на 1,2 ц/га или на 35,3 %. Один процент прироста соответствовал в среднем 0,034 ц/га.

**Пример 2.** Определить тенденцию изменения урожайности чайного листа в хозяйствах Краснодарского края методом укрупнения периодов, скользящей средней и аналитического выравнивания. Сделать вывод.

Для упрощения расчетов начало отсчета времени  $t$  было перенесено в середину ряда динамики. Так как  $\sum t=0$ , то параметры « $a$ » и « $b$ » найдем следующим образом:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{46,5}{9} = 5,17; \quad b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{-61,5}{60} = -1,03.$$

Тогда уравнение прямой имеет вид:  $\hat{y}_t = 5,17 - 1,03 t$ .

Подставим в данное уравнение значения  $t$  и найдем теоретические (выравненные) уровни урожайности чайного листа (последний столбец таблицы 8.4). Фактические и теоретические значения урожайности изобразим графически (рисунок 8.1).

Таблица 8.4 – Вспомогательная таблица для выявления общей тенденции изменения урожайности чайного листа

Год	Урожайность, ц/га $y$	Метод укрупнения периодов	Метод скользящей средней		Метод аналитического выравнивания			
			за три года		номер года $t$	квadrat номера года $t^2$	произведение параметров $yt$	выравненные значения $\hat{y}_t = a + bt$
		средняя по трёх-летиям	сумма	средняя				
2005	8,7	8,6	-	-	-4	16	-34,8	9,3
2006	8,9		25,7	8,6	-3	9	-26,7	8,3
2007	8,1		21,5	7,2	-2	4	-16,2	7,2
2008	4,5	5,0	18,3	6,1	-1	1	-4,5	6,2
2009	5,7		14,9	5,0	0	0	0,0	5,2
2010	4,7		13,1	4,4	1	1	4,7	4,1
2011	2,7	2,0	9,6	3,2	2	4	5,4	3,1
2012	2,2		5,9	2,0	3	9	6,6	2,1
2013	1,0		-	-	4	16	4,0	1,0
Итого	46,5	-	-	-	0	60	-61,5	46,5

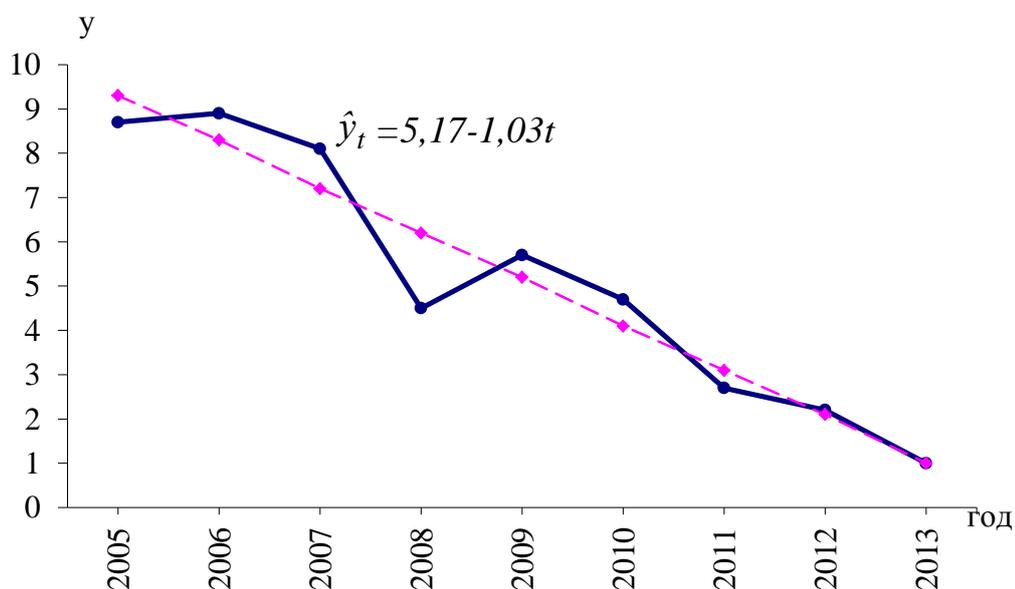


Рисунок 8.1 -Динамика урожайности чайного листа, ц/га

**Вывод:** расчеты показали, что средняя урожайность чайного листа за 2005-2013 гг. составила 5,17 ц/га. В среднем она ежегодно снижалась

на 1,03 ц/га. На графике наглядно видна четко выраженная тенденция к снижению урожайности исследуемой культуры.

**Пример 3.** В 2010 г. в организации была произведена смена оборудования, что привело к несопоставимости ряда динамики (таблица 8.5). Привести его к сопоставимому виду, применив смыкание динамического ряда.

Таблица 8.5 – Динамика объемов производства продукции в организации

Объем производства продукции, млн. руб.	Год					
	2008	2009	2010	2011	2012	2013
При старом оборудовании	19,7	20,2	21,2			
При новом оборудовании			22,8	24,6	25,2	26,1
Смыкание по 1 способу, млн. руб.	21,2	21,7	22,8	24,6	25,2	26,1
Смыкание по 2 способу, %	92,9	95,3	100,0	107,9	110,5	114,4

$$а) \frac{22,8}{21,2} = 1,0755; \quad 20,2 \cdot 1,0755 = 21,7; \quad 19,7 \cdot 1,0755 = 21,2;$$

$$б) \frac{20,2}{21,2} \cdot 100 = 95,3; \quad \frac{19,7}{21,2} \cdot 100 = 92,9; \quad \frac{24,6}{22,8} \cdot 100 = 107,9;$$

$$\frac{25,2}{22,8} \cdot 100 = 110,5;$$

$$\frac{26,1}{22,8} \cdot 100 = 114,4.$$

**Вывод:** расчеты показали, что смена оборудования в данной организации привела к росту объема производства продукции. При этом в динамике за шесть лет он увеличился на 4,9 млн. руб. или на 21,5 процентных пункта.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 8.1.** Численность работников организации на 1.03 составила 315 чел., 6.03 уволилось 4 чел., 12.03 принято 5 чел., 19.03 принято 3 чел., 24.03 уволилось 8 чел., 28.03 принято 2 чел. Определить среднюю численность работников за март месяц.

**Задача 8.2.** поголовье коров в сельскохозяйственной организации на 1.01 составляло 800 гол., 15.01 было выбраковано 30 гол., 5.02 переведено из нетелей в основное стадо 55 гол., 24.02 куплено 10 гол., 12.03 продано 15 гол., 21.03 выбраковано 25 гол. Определить среднее поголовье коров за первый квартал.

**Задача 8.3.** Имеются данные о численности сельскохозяйственных машин в организации на 1 января соответствующего года (таблица 8.6).

Таблица 8.6 – Динамика наличия техники в организации

Наименование машин	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.
Тракторы гусеничные	48	45	44	41	43	45
Тракторы колесные	54	56	52	50	49	51
Комбайны						
зерноуборочные	20	18	17	21	19	20
кукурузоуборочные	6	6	5	4	5	4
силосоуборочные	15	13	12	14	16	18
Грузовые автомобили	22	24	26	31	30	28

Определить среднегодовую численность машин за 2008 - 2013 гг.

**Задача 8.4.** По данным приложения В по одной культуре за последние пять лет определить базисные и цепные показатели ряда динамики, показатели динамики в среднем за период. Расчеты представить в табличной форме, сделать выводы.

**Задача 8.5.** Выявить общую тенденцию урожайности сельскохозяйственных культур по данным приложения В, используя приемы укрупнения периодов, трехлетней скользящей средней и аналитического выравнивания. Изобразить на графике фактические и выравненные (теоретические) уровни. Сделать вывод по результатам расчетов.

**Задача 8.6.** По данным задачи 8.5 составить прогноз урожайности на предстоящие два года, применив среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой темп роста и результаты аналитического выравнивания.

**Задача 8.7.** Используя взаимосвязь показателей динамики, определить уровни ряда динамики и недостающие в таблице базисные показатели динамики по следующим данным об урожайности озимой пшеницы (таблица 8.7).

Таблица 8.7 – Динамика урожайности озимой пшеницы в организации

Год	Урожайность озимой пшеницы, ц/га	Базисные показатели динамики			Значение 1% прироста, ц/га
		абсолютный прирост, ц	темп роста, %	темп прироста, %	
2005	55,1	-		-	-
2006		- 2,8			
2007			110,3		
2008					
2009				17,1	0,633
2010			121,1		
2011		13,5			
2012					
2013				20,4	0,691

**Задача 8.8.** Используя взаимосвязь показателей динамики, определить уровни ряда динамики и недостающие в таблице цепные показатели динамики среднегодового удоя молока от одной коровы (таблица 8.8).

Таблица 8.8 – Динамика молочной продуктивности коров в организации

Год	Среднегодовой удой молока от одной коровы, кг	Цепные показатели динамики			Значение 1% прироста, кг
		абсолютный прирост, кг	темп роста, %	темп прироста, %	
2007	2784	-		-	-
2008		405			
2009			110,5		
2010					
2011		152			37,65
2012				4,2	
2013				-1,1	

**Задача 8.9.** Объем продукции предприятия в 2008 г. по сравнению с 2007 г. возрос на 2,0 %; в 2009 г. он составил 105,0 % по отношению к объему 2008 г., а в 2010 г. был в 1,2 раза больше объема 2007 г. В 2011 г. предприятие выпустило продукции на сумму 25 млн. руб., что на 10,0 % больше, чем в 2010 г.; в 2012 г. – 30 млн. руб., а в 2013 г. – на 15,0 % больше, чем в 2012 г. Определить: абсолютные уровни производства продукции за все годы; среднегодовой объем производства продукции; среднегодовой темп роста и прироста.

**Задача 8.10.** Площадь земель, предоставленная крестьянским (фермерским) хозяйствам в 2011 г., возросла по сравнению с предыдущим годом на 1,9 %, в 2012 г. – на 6,6 и в 2013 г. – на 6,1 %. Определить средний процент прироста земель и их площадь за 2010, 2011 и 2012 гг., если известно, что в 2013 г. общая площадь крестьянских хозяйств составила 13845 тыс. га.

**Задача 8.11.** До 2010 г. в состав производственного объединения входили 20 организаций. В 2010 г. в него влились еще 4 организации, и оно стало объединять 24 организации. Провести смыкание ряда динамики, используя данные таблицы 8.9.

Таблица 8.9 – Динамика объема реализации продукции объединения, млн. руб.

Объем реализации продукции	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.
По 20 организациям	491,6	501,1	510,2	-	-	-
По 24 организациям	-	-	580,5	610,0	612,9	615,5

**Задача 8.12.** По данным таблицы 8.10 провести смыкание динамического ряда.

Таблица 8.10- Динамика валового сбора зерна в фермерских хозяйствах района, тыс. ц

Валовой сбор зерна	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.
В старых границах	44,5	45,0	48,2	-	-	-	-
В новых границах	-	-	60,0	63,6	61,1	64,2	65,6

### Вопросы для самоподготовки

1. Ряды динамики, их элементы и правила построения.
2. Виды рядов динамики.
3. Показатели ряда динамики и порядок их расчета.
4. Средние показатели ряда динамики и порядок их расчета.
5. Приемы выявления основной тенденции развития в рядах динамики.
6. Что понимается под интерполяцией и экстраполяцией ряда динамики?

7. Как осуществляется статистическое прогнозирование уровней ряда динамики?

8. Как проводится смыкание рядов динамики?

## 9 Индексный метод анализа

*Индекс* - относительный показатель, характеризующий изменение величины социально-экономического явления во времени, соотношение в пространстве или с планом, нормативом, эталоном. К индексам можно отнести относительные величины динамики, выполнения плана, планового задания, сравнения.

Индексы подразделяются на индивидуальные и общие. **Индивидуальные индексы** ( $i$ ) характеризуют изменение отдельных элементов сложного явления. Например, изменение уровня цен реализации единицы продукции определенного вида изучается с помощью индивидуального индекса цен:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (9.1)$$

где  $p_1$  и  $p_0$  – цена за единицу продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

При проведении экономических исследований наиболее часто используются следующие индивидуальные индексы:

- физического объема продукции

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (9.2)$$

где  $q_1$  и  $q_0$  – объем произведенной или реализованной продукции определенного вида в натуральном выражении, в отчетном и базисном периодах;

- себестоимости продукции

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}, \quad (9.3)$$

где  $z_1$  и  $z_0$  – себестоимость единицы продукции в отчетном и базисном периодах ;

- трудоемкости продукции

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}, \quad (9.4)$$

где  $t_1$  и  $t_0$  - затраты труда на единицу продукции в отчетном и базисном периодах;

- производительности труда

$$i_w = \frac{t_0}{t_1}. \quad (9.5)$$

**Общие (сводные) индексы** отражают изменение всех элементов сложного явления, состоящего из непосредственно несоизмеримых элементов.

Основной формой общих индексов является **агрегатная**. В числителе и знаменателе общих индексов в агрегатной форме содержатся наборы (агрегаты) элементов изучаемых статистических совокупностей, которые состоят из индексируемых величин и соизмерителей. Индексируемой называется величина, изменение которой изучается. Соизмеритель необходим для перехода от натуральных измерителей разнородных единиц к однородным показателям. В качестве соизмерителей индексируемых величин выступают связанные с ними экономические показатели: цена, количество, себестоимость, трудоемкость и другие.

В экономических исследованиях используются следующие агрегатные индексы.

1) При изучении изменения стоимости реализованной продукции:

- индекс стоимости продукции (товарооборота)

$$J_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum p_0 q_0}, \quad (9.6)$$

где  $q_0, q_1$  – объемы продукции в физическом измерении, соответственно в базисном и отчетном периодах;

$p_0, p_1$  – цена единицы продукции соответственно в базисном и отчетном периодах;

- индекс физического объема с весами базисного периода (индекс Э.Ласпейреса)

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad (9.7)$$

- индекс физического объема с весами отчетного периода (индекс Г.Пааше)

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}; \quad (9.8)$$

- индекс цен с весами базисного периода (индекс Э.Ласпейреса)

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad (9.9)$$

- индекс цен с весами отчетного периода (индекс Г.Пааше)

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (9.10)$$

2) При изучении изменения уровня затрат и производительности труда:

индекс затрат труда

$$J_{qt} = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0}, \quad (9.11)$$

где  $t_0, t_1$  – затраты труда на единицу продукции, соответственно в базисном и отчетном периодах;

- индекс трудоемкости продукции

$$J_t = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_1 t_0}; \quad (9.12)$$

- индекс производительности труда (трудовой)

$$J_m = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}; \quad (9.13)$$

- индекс производительности труда (стоимостной)

$$J_c = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}, \quad (9.14)$$

где  $p$  – сопоставимая цена или цена базисного периода;

$T_0, T_1$  – затраты труда на производство продукции ( $T = tq$ ) или среднесписочная численность работников.

3) При изучении изменения уровня затрат материально-денежных средств и себестоимости производства продукции:

- индекс материально-денежных затрат

$$J_{qz} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}, \quad (9.15)$$

где  $z_0, z_1$  - себестоимость единицы продукции соответственно в базисном и отчетном периодах;

- индекс себестоимости

$$J_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}. \quad (9.16)$$

При проведении экономических исследований используются средние индексы, которые применяются в однородной совокупности, по которой можно исчислить среднюю величину признака.

Средний гармонический индекс цен применяется в случаях, когда неизвестны отдельные значения  $p_1$  и  $q_1$ , но дано их произведение  $p_1q_1$  и индивидуальные индексы цен

$$J_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}. \quad (9.17)$$

Средний арифметический индекс физического объема применяется в случаях, если неизвестны отдельные значения  $p_0$  и  $q_0$ , но дано их произведение  $p_0q_0$  и индивидуальные индексы физического объема:

$$J_q = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (9.18)$$

В зависимости от базы сравнения индексы подразделяются на базисные и цепные.

Цепные индексы представляют собой сравнения текущих уровней явления с предыдущими за последовательные периоды или моменты времени:

а) индивидуальные индексы физического объема продукции

$$i_{q_1} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{q_2} = \frac{q_2}{q_1}; \quad i_{q_3} = \frac{q_3}{q_2}; \quad \dots \quad i_{q_n} = \frac{q_n}{q_{n-1}}; \quad (9.19)$$

б) общие индексы физического объема продукции

с постоянными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}; \quad \dots \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}; \quad (9.20)$$

с переменными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_2 p_2}; \quad \dots \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_{n-1}}{\sum q_{n-1} p_{n-1}}. \quad (9.21)$$

Базисные индексы имеют постоянную базу сравнения, в качестве которой принимаются данные какого-то одного периода (при анализе динамики), какой-то территории (при территориальных сравнениях) и планового задания (при анализе выполнения плана):

а) индивидуальные индексы физического объема продукции

$$i_{q_1} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{q_2} = \frac{q_2}{q_0}; \quad i_{q_3} = \frac{q_3}{q_0}; \quad \dots; \quad i_{q_n} = \frac{q_n}{q_0}; \quad (9.22)$$

б) общие индексы физического объема продукции с постоянными весами

$$J_{q_1} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_2} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad J_{q_3} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad \dots; \quad J_{q_n} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (9.23)$$

Агрегатные индексы качественных показателей могут быть рассчитаны как индексы **переменного состава** и **индексы фиксированного (постоянного) состава**. В индексах переменного состава сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений, а в индексах фиксированного состава - на базе неизменной структуры явлений.

В общем виде индексы переменного состава, постоянного состава и структуры взаимосвязаны:

$$J_x = J_x \cdot J_{cmp}, \quad (9.24)$$

где,  $J_x = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$  - индекс переменного состава; (9.25)

$$J_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} - \text{индекс постоянного (фиксированного) состава}; \quad (9.26)$$

$$J_{cmp} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} - \text{индекс структурных сдвигов}. \quad (9.27)$$

**Пример 1.** По данным таблицы 9.1 определить индивидуальные и общие индексы выручки от реализации, физического объема продукции и цен реализации. Показать взаимосвязь индексов.

Таблица 9.1 – Вспомогательная таблица для расчета индексов

Продукция	Реализовано, ц		Средняя цена реализации за 1ц, руб.		Выручка от реализации, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	условная
	$q_0$	$q_1$	$p_0$	$p_1$	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	$q_1 p_0$
Зерно	59264	20775	375,32	590,32	22243,0	12264,0	7797,3
Подсолнечник	4218	8705	1006,88	1461,23	4247,0	12720,0	8764,8
Сахарная свекла	133572	124672	147,49	137,54	19701,0	17148,0	18388,3
Итого	x	x	x	x	46191,0	42132,0	34950,4

**Решение:**

1) Индивидуальные индексы:

а) физического объема

$$i_{q1} = \frac{20775}{59264} = 0,351; \quad i_{q2} = \frac{8705}{4218} = 2,064; \quad i_{q3} = \frac{124672}{133572} = 0,933;$$

б) цен реализации

$$i_{p1} = \frac{590,32}{375,32} = 1,573; \quad i_{p2} = \frac{1461,23}{1006,88} = 1,451; \quad i_{p3} = \frac{137,54}{147,54} = 0,933.$$

2) Общие индексы:

а) стоимости реализованной продукции

$$J_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{42132,0}{46191,0} = 0,912;$$

б) физического объема продукции

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{34950,4}{46191,0} = 0,757;$$

в) цен реализации

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{42132,0}{34950,4} = 1,205.$$

3) Абсолютное изменение выручки:

а) всего

$$\Delta_{qp} = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 42132,0 - 46191,0 = -4059,0 \text{ тыс.руб.}$$

б) в том числе за счет изменения:

- объема реализации

$$\Delta q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 34950,4 - 46191,0 = -11240,6 \text{ тыс.руб.};$$

- цен реализации

$$\Delta p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 42132,0 - 34950,4 = 7181,6 \text{ тыс.руб.}$$

4) Проверка:

а) взаимосвязь индексов

$$J_{qp} = J_q \cdot J_p = 0,757 \cdot 1,205 = 0,912;$$

б) абсолютное изменение выручки равно сумме абсолютных изменений за счет объемов и цен реализации

$$\Delta_{qp} = \Delta q + \Delta p = -11240,6 + 7181,6 = -4059,0 \text{ тыс.руб.}$$

**Вывод.** За исследуемый период количество реализованного зерна уменьшилось на 64,9 %, сахарной свеклы - на 6,7%, подсолнечника - возросло на 106,4 %. Цена реализации 1 ц зерна выросла на 57,3 %, подсолнечника – на 45,1 %, сахарной свеклы - снизилась на 6,7 %. Выручка от реализации продукции растениеводства в отчетном году

по сравнению с базисным уменьшилась на 8,8 % или на 4059 тыс. руб., в том числе за счет сокращения объемов реализации выручка уменьшилась на 24,3 % или 11240,6 тыс. руб., а за счет роста цен реализации выручка возросла на 20,5 % или 7181,6 тыс. руб.

**Пример 2.** По данным таблицы 9.2 определить изменение уровня цен реализации продукции растениеводства. Сделать вывод.

Таблица 9.2 - Показатели реализации продукции

Продукция	Стоимость реализованной продукции в отчетном периоде, тыс. руб.	Изменение уровня цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
Зерно	34704	-5,2
Подсолнечник	8996	+3,9
Сахарная свекла	3844	+17,1
Итого	47544	x

**Решение:**

- 1) Пересчитаем процентные изменения в индивидуальные индексы цен:
  - а) индивидуальный индекс цен на зерно:  $1 - 0,052 = 0,948$ ;
  - б) индивидуальный индекс цен на подсолнечник:  $1 + 0,039 = 1,039$ ;
  - в) индивидуальный индекс цен на сахарную свеклу:  $1 + 0,171 = 1,171$ .

- 2) Средний гармонический индекс цен

$$J_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} = \frac{47544}{\frac{34704}{0,948} + \frac{8996}{1,039} + \frac{3844}{1,171}} = \frac{47544}{48548} = 0,979.$$

**Вывод:** в отчетном периоде по сравнению с базисным цены реализации продукции растениеводства снизились в среднем на 2,1%, а выручка за счет этого снизилась на 1004 тыс. руб.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 9.1.** По данным приложения Г (вариант по указанию преподавателя) о количестве реализованной продукции и средних ценах ре-

лизации рассчитать общие индексы товарооборота, физического объема и цен реализации. Показать взаимосвязь индексов. Определить абсолютное изменение товарооборота, влияние на него изменения объема и цен реализации. Сделать выводы.

**Задача 9.2.** По данным приложения Г о количестве произведенной продукции и себестоимости единицы продукции рассчитать индивидуальные индексы себестоимости и физического объема, общие индексы затрат материально-денежных средств, физического объема и себестоимости по нескольким видам продукции (по указанию преподавателя). Показать взаимосвязь индексов. Определить абсолютное изменение затрат материально-денежных средств и влияние на них изменения объема и себестоимости единицы продукции. Сделать выводы.

**Задача 9.3.** По данным приложения Г о количестве произведенной продукции и её трудоемкости исчислить индивидуальные индексы производительности труда, общие индексы затрат труда, трудоемкости, индексы производительности труда (трудовой и стоимостной). Сделать выводы.

**Задача 9.4.** По данным таблицы 9.3 о реализации сахарной свеклы по группе организаций определить среднее изменение уровня цен (индекс цен переменного состава). Выявить влияние изменения цен в каждой организации на среднюю цену по всем организациям (индекс цен фиксированного состава). Рассчитать индекс структурных сдвигов. Сделать выводы.

Таблица 9.3 – Объемы и цены реализации сахарной свеклы

Наименование организации	Количество реализованной продукции, ц		Цена реализации 1 ц, руб.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
	$q_0$	$q_1$	$p_0$	$p_1$
АО «Кубань»	42312	41098	146,03	170,07
СПК «Заря»	117045	143225	150,20	177,22
ЗАО «Воля»	45908	53051	157,30	182,64

**Задача 9.5.** По данным таблицы 9.4 рассчитать общие индексы физического объема, цен и стоимости реализованной продукции

Таблица 9.4 – Показатели реализации продукции животноводства

Вид продукции	Стоимость реализованной продукции, тыс.руб.		Изменение физического объема отчетного года к базисному, %
	базисный год	отчетный год	
Скот и птица в живой массе	7632	7001	-18,4
Молоко	15315	21689	13,6
Яйца	5965	6854	33,0

**Задача 9.6.** По данным таблицы 9.5 рассчитать изменение стоимостного объема реализованной продукции в отчетном году по сравнению с базисным, в том числе за счет изменения физического объема и средних цен реализации продукции. Сделать вывод.

Таблица 9.5 – Показатели реализации продукции

Вид продукции	Стоимость реализованной продукции, тыс. руб.		Изменение уровня цен в отчетном году по сравнению с базисным, %
	базисный год	отчетный год	
Скот и птица в живой массе	21132	26742	+32,5
Молоко	22475	25365	+12,2
Яйца	3538	4252	-6,3

**Задача 9.7.** Определить общий индекс физического объема реализованной продукции и стоимость, на которую увеличился (уменьшился) объем реализации за счет изменения физического объема по данным таблицы 9.6. Сделать вывод.

Таблица 9.6 – Показатели реализации продукции

Вид продукции	Стоимость реализованной продукции в базисном периоде, тыс. руб.	Индивидуальные индексы физического объема
Зерно	46918	1,074
Подсолнечник	8998	0,729
Соя	102	1,236
Сахарная свекла	2977	0,665
Овощи открытого грунта	1773	2,136
Скот и птица в живой массе	14229	0,981
Молоко	31229	1,120

**Задача 9.8.** По приведенным в таблице 9.7 данным определить: индивидуальные индексы производительности труда; общие индексы производительности труда (трудовой и стоимостной); размер экономии или перерасхода затрат труда, вследствие изменения его производительности. Сделать вывод.

Таблица 9.7 – Цены реализации и трудоемкости производства продукции

Продукция	Затраты труда на 1 ц, чел.-ч		Произведено продукции, тыс. ц		Цена за 1 ц, руб.
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год	
Зерно	0,8	0,6	56,2	73,5	510,9
Сахарная свекла	2,1	1,6	125,0	117,4	185,6
Молоко	6,2	5,7	18,3	17,2	1729,6

**Задача 9.9.** По данным таблицы 9.8 определить: индивидуальные индексы цен и физического объема продукции; общие индексы цен, физического объема и выручки. Показать взаимосвязь индексов. Определить абсолютное изменение выручки за счет цен и физического объема. Сделать вывод.

Таблица 9.8 – Показатели реализации сельскохозяйственной продукции

Продукция	Базисный период		Отчетный период	
	реализовано, ц	цена за 1 кг, руб.	выручка, тыс.руб.	цена за 1 кг, руб.
Капуста	500	22,0	750	22,5
Огурцы	320	44,0	795	46,5
Помидоры	480	56,1	2290	55,8
Морковь	250	20,4	378	24,0

**Задача 9.10.** По данным таблицы 9.9 рассчитать общий индекс физического объема реализации продукции и абсолютное изменение выручки за счет этого фактора. Сделать вывод.

Таблица 9.9 – Показатели стоимости и объемов реализации продукции

Продукция	Стоимость реализованной продукции в базисном году, тыс. руб.	Изменение объема реализации в отчетном году по сравнению с базисным, %
А	2380	31,1
В	950	-7,7
С	386,4	-3,5

**Задача 9.11.** По данным таблицы 9.10 о реализации молока сельскохозяйственными организациями определить общие индексы цен, товарооборота и объема реализации. Выявить влияние объема реализации и цен на общую денежную выручку. Определить индивидуальные индексы цен и физического объема. Сделать вывод.

Таблица 9.10 – Показатели реализации молока сельскохозяйственными организациями

Организация	Базисный период		Отчетный период	
	реализовано, ц	цена за 1ц, руб.	реализовано, ц	выручка от реализации, млн. руб.
1	62340	1704,8	60510	104,9
2	41200	1825,6	39400	79,7
3	35440	1643,8	34800	56,4
4	56815	1720,4	53240	95,3

**Задача 9.12.** По данным таблицы 9.11 определить индивидуальные и общий индекс себестоимости сельскохозяйственной продукции. Сделать вывод.

Таблица 9.11 – Производство и себестоимость продукции в ОАО «Колос»

Продукция	Объем производства в отчетном году, тыс. ц	Себестоимость 1 ц продукции, руб.	
		базисный год	отчетный год
Зерно	68,5	387,4	414,2
Подсолнечник	79,3	555,3	607,4
Овощи	10,8	498,0	465,0

**Задача 9.13.** По данным таблицы 9.12 рассчитать абсолютное изменение выручки за счет цен реализации. Определить изменение уровня цен по видам реализованной продукции. Сделать выводы.

Таблица 9.12 – Показатели реализации продукции

Продукция	Стоимость реализованной продукции в отчетном периоде, тыс.руб.	Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
Зерно	4123	+12,6
Подсолнечник	869,5	-1,25
Овощи открытого грунта	98,3	+19,9
Сахарная свекла	65,7	-18,4

### Вопросы для самоподготовки

1. Дайте определение индекса.
2. Какие задачи решаются индексным методом.
3. Основные виды индексов.
4. Как строятся агрегатные индексы объемных показателей?
5. Как строятся агрегатные индексы качественных показателей?
6. Построение средних арифметических и средних гармонических индексов.
7. Базисные и цепные индексы. Взаимосвязь между ними.
8. Индексы с переменными и постоянными весами.
9. Индексы переменного, постоянного состава, структурных сдвигов и связь между ними.
10. Особенности построения территориальных индексов.

## Оглавление

1	Статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических данных.....	4
2	Статистические таблицы.....	10
3	Абсолютные и относительные статистические величины.....	14
4	Средние величины и показатели вариации.....	20
5	Статистические ряды распределения.....	27
6	Выборочное наблюдение.....	39
7	Статистическое изучение взаимосвязей социально-экономических явлений.....	47
8	Ряды динамики.....	60
9	Индексный метод анализа.....	72
	Приложение А Показатели деятельности сельскохозяйственных организаций.....	86
	Приложение Б Размер посевной площади различных культур в сельскохозяйственных организациях, га.....	88
	Приложение В Урожайность сельскохозяйственных культур в хозяйствах всех категорий Краснодарского края (центнеров с одного гектара посевной площади).....	89
	Приложение Г Показатели производства и реализации продукции растениеводства.....	90
	Рекомендуемая литература.....	91

## **Приложения**

### ПРИЛОЖЕНИЕ А

Показатели деятельности сельскохозяйственных организаций

№ ц/п	Площадь, га		Выручка от реализации продукции, тыс. руб.		Средне-годовая численность работников, чел.	Энергетические мощности, л. с.	Затраты на реализованную продукцию, тыс. руб.	Доля материальных затрат, %	Среднегодовая заработная плата на работника, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.		Стоимость машин и оборудования, тыс. руб.	
	сельхозугодий	пашни	2012 г.	2013 г. по плану						фактически	всего		на 1 га сельхозугодий
1	4785	4739	258888	277290	271380	356	19560	253986	70,4	158,1	299652	62,6	62346
2	2556	2511	62568	70830	77247	176	5780	87414	73,0	132,0	140859	55,1	23769
3	5553	5516	235914	241437	225150	335	18494	213234	67,75	171,0	313695	56,5	58662
4	6276	6250	238770	248313	231579	364	15974	229701	65,45	143,4	320241	51,0	58923
5	5660	5613	210423	226185	248001	273	12452	244512	72,05	181,8	325962	57,6	56523
6	12737	12674	870399	908658	814764	793	47005	699261	67,4	222,9	916617	72,0	221820
7	6768	6552	304101	330678	394431	716	32880	348396	62,02	135,9	378969	56,0	131283
8	5429	4701	206754	287460	263733	250	13051	239967	70,42	190,8	262290	48,3	92904
9	6081	5594	235629	240633	244776	399	17252	204159	70,58	165,3	246513	40,5	58575
10	6453	6139	320664	331410	226704	279	14117	206118	61,92	167,4	265749	41,2	47037
11	11228	11069	687732	752610	704730	1100	60861	592848	68,86	173,4	810489	72,2	188034
12	1956	1751	121812	137352	169947	338	10295	140244	68,51	143,4	171366	87,6	42498
13	15138	13974	715800	781560	839946	1040	64010	749331	56,08	171,6	731220	48,3	278595
14	3331	3169	119178	137328	165090	246	11748	145899	59,5	175,5	164928	49,5	53766
15	5967	5867	211794	259500	329349	353	20331	307896	81,03	201,0	331170	55,5	91734
16	4350	4324	408726	430701	336555	299	20435	284490	78,16	199,5	396996	91,3	75957
17	9041	8985	425934	585333	501192	615	30336	447531	53,38	182,4	421779	46,7	164556
18	3764	3147	105690	111798	125460	107	5941	119694	63,4	198,6	136008	36,1	34953
19	9025	7723	281169	300384	416718	273	17146	375021	81,9	255,6	435351	48,2	116670
20	7878	7203	196692	255957	243738	358	21078	256686	80,6	171,6	274938	34,9	64062
21	4706	4422	201384	298386	396708	797	26314	324714	53,7	108,3	425598	90,4	122997
22	8629	7832	469440	661800	356940	360	21103	335088	65,8	191,4	362955	42,1	87216
23	10582	10289	792243	862263	601143	1147	45278	590475	64,6	146,7	488889	46,2	194088
24	6699	6621	391659	407586	375210	437	28540	339639	70,0	180,9	465366	69,5	101712
25	1974	1912	127719	143691	145860	260	9046	129099	80,0	146,1	133914	67,8	49281
26	4236	4171	178785	198630	197376	289	14912	179742	58,3	158,7	263055	62,1	40248
27	15214	14947	275793	361020	492399	607	30272	456420	49,0	164,1	673716	44,3	107361

## Продолжение приложения А

№ п/п	Площадь, га		Выручка от реализации продукции, тыс. руб.			Средне-годовая численность работников, чел.	Энергетические мощности, л. с.	Затраты на реализованную продукцию, тыс. руб.	Доля материальных затрат, %	Среднегодовая заработная плата на работника, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.		Стоимость машин и оборудования, тыс. руб.
	сельхозугодий	пашни	2012 г.	2013 г.							всего	на 1 га сельхозугодий	
				по плану	фактически								
28	4420	4392	183669	247593	214035	174	11188	174051	66,8	205,5	178719	40,4	68808
29	3786	3686	174738	182145	186714	165	8514	159474	59,7	214,8	209442	55,3	61368
30	7397	7286	381465	500610	450111	426	24815	439380	47,2	200,4	470304	63,6	129804
31	2009	1909	91779	105744	109371	123	7294	101856	69,4	176,1	61467	30,6	27021
32	3532	3317	126372	135369	150432	215	12569	152961	48,5	154,8	114423	32,4	43482
33	9090	8987	321537	345747	332532	522	24012	302697	47,0	179,7	497922	54,8	91617
34	10180	9578	661728	691470	720258	768	43343	699366	71,1	199,8	971094	95,4	163143
35	6697	6488	349851	376419	278775	647	21459	253254	69,2	135,3	355611	53,1	64722
36	12664	12478	1553805	1652895	1588125	1512	88452	1109367	72,3	193,8	1322121	104,4	479838
37	13518	10941	601122	751347	716709	1206	57738	644316	76,6	139,8	717807	53,1	213876
38	2635	2526	213747	230760	248070	360	14820	189720	76,3	158,1	196044	74,4	74301
39	11727	10430	390504	437730	475332	610	33731	455880	70,8	158,7	459891	39,2	151599
40	6883	6668	202530	218673	227142	427	20794	225075	63,7	123,9	278133	40,4	75666
41	3566	3502	101625	107892	109131	218	12016	134001	67,3	119,1	210327	59,0	32391
42	6589	6214	285465	301350	334116	566	21902	282669	48,5	136,2	384765	58,4	79260
43	7439	7389	320718	374100	481842	343	18235	441876	52,8	226,8	443670	59,6	159720
44	5820	5413	186762	282849	349014	307	17112	326502	43,4	198,3	388620	66,8	66453
45	10630	9978	535212	782250	939510	530	30768	771213	55,9	254,1	847470	79,7	365259
46	6174	5540	231414	241260	312957	430	13170	323283	74,0	172,5	457728	74,1	77355
47	4875	4748	223440	286005	283086	332	11697	261876	68,1	171,9	344082	70,6	62328
48	12238	11319	779454	860934	501699	666	26985	410001	76,1	173,1	380649	31,1	150738
49	4112	3875	157242	199368	232035	268	16217	207246	43,0	168,6	261474	63,6	52557
50	2951	2861	150525	167820	212910	238	10361	182310	46,5	170,4	323271	109,5	63360
51	2433	2328	88764	101766	183606	232	15050	156288	40,0	168,0	266370	109,5	56067
52	7198	6977	310470	314136	298407	476	21998	256884	45,5	156,3	334179	46,4	96912
53	3769	3593	183825	211860	254580	249	12770	227271	44,5	204,6	251016	66,6	92877
54	2897	2868	112536	121500	137736	102	6400	126156	43,2	216,9	127626	44,1	48369

□

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Размер посевной площади различных культур в  
сельскохозяйственных  
организациях, га

№ вари- анта	2012 г.			2013 г.			План на 2013 г.		
	зер- новые	тех- ниче- ские	кор- мовые	зер- новые	тех- ниче- ские	кор- мовые	зер- новые	тех- ниче- ские	кор- мовые
1	4500	2600	2900	4800	2200	2800	4600	2400	2900
2	3400	1300	2600	3500	1800	2000	3600	1500	2100
3	3200	900	1500	3300	1000	1400	3200	1100	1300
4	4300	2200	2700	4500	2000	2600	4600	2000	2500
5	2800	900	1600	3000	900	1500	2900	1000	1400
6	3400	1300	2000	3200	1500	2100	3300	1400	2000
7	3600	1700	2200	3600	1900	2100	3700	1800	2300
8	5000	2000	3000	5100	2000	2800	5000	2200	3100
9	4800	1500	2700	4700	1600	2800	4800	1700	2600
10	3000	1100	1900	3200	1000	1900	3300	1100	1800
11	4600	1400	2700	4800	1500	2500	4700	1600	2500
12	3400	1300	2900	3500	1500	2800	3400	1500	2800
13	5400	2200	2900	5300	2300	3000	5400	2500	2800
14	2500	800	1400	2400	1000	1500	2500	900	1500
15	3100	1600	1900	3300	1500	2000	3200	1600	1800
16	4900	2000	3300	5000	2100	3200	5100	2100	3100
17	4100	6100	2700	4200	1600	2800	4100	1800	2600
18	5200	2200	2900	5000	2300	2800	5100	2300	2700
19	2400	1100	1700	2600	1200	1600	2500	1300	1700
20	3100	1200	1700	3000	1500	1600	3000	1400	1700
21	4900	1900	2900	5000	1800	3200	5100	1900	3000
22	4700	2000	3000	4600	2100	3100	4600	2200	3200
23	3500	1400	2300	3600	1500	2200	3600	1400	1600
24	5100	2400	3200	5000	2500	3300	5100	2500	3400
25	4600	2100	2900	4700	2200	3000	4600	2000	3000

### ПРИЛОЖЕНИЕ В

Урожайность сельскохозяйственных культур в хозяйствах всех категорий Краснодарского края (центнеров с одного гектара посевной площади)

Виды	Культура	Годы								
		2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
1	Пшеница озимая	44,2	48,2	42,7	45,1	55,3	45,7	49,7	55,1	39,8
2	Пшеница яровая	22,5	27,5	23,8	22,5	34,2	26,8	30,2	31,9	26,3
3	Ячмень озимый	46,5	42,0	43,5	47,5	51,4	46,9	49,2	53,8	37,1
4	Ячмень яровой	23,4	24,2	25,8	18,7	36,9	27,0	25,0	33,8	27,4
5	Рожь озимая	23,3	29,5	22,2	26,4	44,7	32,1	38,5	44,7	31,2
6	Кукуруза на зерно	48,1	44,1	40,2	21,8	49,5	33,8	33,8	47,7	41,9
7	Овес	26,3	26,6	25,2	21,0	33,7	23,3	24,7	30,5	25,2
8	Просо	9,9	13,4	14,4	12,5	21,2	6,4	16,6	24,0	16,8
9	Гречиха	4,3	6,4	6,6	4,5	10,2	4,9	9,8	7,1	7,0
10	Рис	39,7	44,4	47,1	48,3	50,7	60,3	62,1	61,0	64,3
11	Зернобобовые – всего	23,3	19,7	22,9	14,4	32,9	23,1	23,7	27,9	41,1
12	Горох	23,6	19,8	23,3	14,6	33,9	23,6	24,0	28,1	21,9
13	Сахарная свекла	396	328	359,6	262,4	438,6	381,1	361,2	438,1	423,0
14	Масличные культуры - всего	18,0	19,3	18,7	16,4	22,1	20,2	19,4	21,9	21,4
15	Подсолнечник	18,2	20,9	20,7	18,9	23,3	20,9	20,8	23,3	23,2
16	Соя	18,0	12,6	12,8	9,1	15,8	18,0	15,1	18,5	18,0
17	Рапс озимый	16,6	14,7	16,9	16,2	19,1	17,8	19,5	20,1	16,1
18	Картофель	92,8	88,4	89,6	78,9	96,8	93,9	89,0	96,4	98,6
19	Овощи	74,3	85,4	93,4	79,7	102,8	106,3	98,8	111,7	106,2
20	Бахчи продовольственные	43,2	63,2	66,2	49,9	68,7	86,5	66,6	63,7	84,8
21	Кормовые корнеплоды	325	260,1	247,5	196,8	251,7	256,6	284,5	239,1	227,1
22	Бахчи кормовые	125,7	126,2	141,2	122,3	153,8	138,7	136,8	141,4	123,9
23	Силосные культуры (без кукурузы)	73,2	64,0	80,9	65,5	96,6	91,6	78,5	66,9	81,5
24	Кукуруза на силос и зеленый корм	193,4	155,5	171,3	126,3	189,3	166,1	140,2	193,3	155,3
25	Однолетние травы на сено	19,2	27,6	34,9	21,9	30,6	25,0	23,8	30,4	25,9
26	Однолетние травы на зеленый корм	95,5	86,1	101,1	79,9	113,2	87,3	93,1	91,1	69,4
27	Многолетние травы на сено	26,4	23,6	26,9	16,5	30,7	32,6	46,2	43,7	36,4
28	Многолетние травы на зеленый корм	115,4	93,1	121,1	63,3	133,9	85,5	95,0	97,5	104,3
29	Фрукты и ягоды	45,7	57,8	49,1	55,5	70,4	69,9	60,5	74,4	87,3
30	Виноград	56,1	68,6	48,6	80,7	74,0	84,5	79,5	113,4	75,6
31	Чайный лист	8,7	8,9	8,1	4,5	5,7	4,7	2,7	2,2	1,0

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Показатели производства и реализации продукции растениеводства

Вариант	Вид культуры	Цена реализации 1 ц, руб.		Реализовано, тыс. ц		Произведено продукции, тыс. ц		Трудоемкость продукции, чел.-ч/ц		Себестоимость 1 ц, руб.		
		базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный	
1	Зерновые и зернобобовые	год	431,33	162,9	239,5	210,9	249,5	0,37	0,34	247,45	251,09	
		год	833,90	1350,95	18,6	4,4	11,2	4,6	0,89	0,65	544,32	413,10
2	Сахарная свекла	год	140,05	187,77	95,5	781,3	38,5	813,9	1,04	0,07	139,63	103,55
		год	397,85	447,72	266,9	167,0	111,8	174,0	0,96	0,55	394,98	362,14
3	Подсолнечник	год	887,83	1304,82	31,6	15,7	19,2	16,4	0,26	0,18	596,79	512,73
		год	140,84	162,62	166,7	94,6	87,4	98,5	0,02	0,04	141,00	148,00
4	Зерновые и зернобобовые	год	432,23	501,59	137,9	261,3	249,4	272,2	0,73	0,39	286,75	290,00
		год	850,47	1351,27	13,6	26,3	28,2	27,4	1,53	0,69	348,82	341,67
5	Сахарная свекла	год	149,75	158,62	199,2	381,2	251,7	397,1	0,30	0,11	100,51	97,07
		год	415,80	443,50	302,9	144,3	132,0	150,3	0,07	0,07	325,28	289,16
6	Подсолнечник	год	1343,64	1821,41	42,9	11,3	14,9	11,8	0,13	0,15	462,04	808,62
		год	147,26	154,61	178,4	145,1	80,9	151,1	0,03	0,01	108,58	112,47
7	Зерновые и зернобобовые	год	406,75	468,65	79,4	102,9	93,4	107,2	0,31	0,54	284,57	240,92
		год	1047,89	1594,96	9,6	8,4	11,3	8,7	1,59	0,57	506,62	393,02
8	Сахарная свекла	год	140,40	136,19	125,2	179,8	147,3	187,3	0,22	0,14	156,26	121,82
		год	409,58	515,24	349,4	468,2	411,1	487,7	0,19	0,15	285,12	308,01
9	Подсолнечник	год	960,21	2079,04	63,9	59,6	75,2	62,1	0,20	0,19	425,37	487,75
		год	199,24	182,37	132,7	534,1	156,1	556,4	0,09	0,03	111,68	88,09
10	Зерновые и зернобобовые	год	348,36	389,39	227,0	261,2	267,0	272,1	0,27	0,12	326,22	317,87
		год	1837,58	1572,05	22,1	25,2	26,0	26,2	0,62	0,23	450,40	504,89
11	Сахарная свекла	год	154,58	208,77	321,0	548,5	377,7	571,4	0,10	0,03	87,58	69,33
		год	295,60	366,80	136,6	168,7	160,7	175,7	0,38	0,34	275,78	285,51
12	Подсолнечник	год	1325,93	1684,85	14,5	13,4	17,1	14,0	0,82	1,00	531,52	760,58
		год	125,34	103,99	111,1	222,9	130,7	232,2	0,10	0,09	86,88	78,71

### Рекомендуемая литература

1. Статистика: Учебное пособие для бакалавров / А.М. Ляховецкий, Е.В. Кремянская, Н.В. Климова / Под редакцией В.И. Нечаева – Краснодар: Кубанский ГАУ, 2013. – 359 с., ил. (Серия: Вероятность, статистика и прикладные исследования в аграрном университете)
2. Ефимова, М.Р. Общая теория статистики: Учебник / М.Р. Ефимова. – М.: ИНФРА-М, 2009, 2010, 2011. – 416 с.
3. Теория статистики: Учебник / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2007, 2009. – 656 с.
4. Теория статистики: учебное пособие для самостоятельного изучения курса с применением Excel / А.М. Ляховецкий, И.А. Кацко, Х.М. Хуако, К.М. Шеуджен; под ред. А.М. Ляховецкого. – 2-е изд. перераб. и доп. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – 187 с.
5. Бондаренко П.С. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров / П.С. Бондаренко, Г.В. Горелова, И.А. Кацко. – Краснодар: Кубанский ГАУ, 2013. – 340 с., ил. (Серия: Вероятность, статистика и прикладные исследования в аграрном университете)
6. Теория статистики: Учебник/ под ред. проф. Г.Л. Громько. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 476 с.
7. Шумак, О.А. Статистика: Учеб. пособие / О.А. Шумак, А.В. Гераськин. – М.: РИОР: ИНФРА-М, 2012. – 311 с.
8. Иода, Е.В. Статистика: Учеб. пособие / Е.В. Иода. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012.–303 с.

Учебное издание

**Ляховецкий** Алексей Михайлович,  
**Кремянская** Елена Владимировна,  
**Жминько** Альбина Евгеньевна,  
**Сенникова**, Алина Евгеньевна,  
**Гоник** Галина Георгиевна,  
**Яроменко** Наталья Николаевна

## **Статистика**

### **Часть 1**

### **Общая теория статистики**

*Практикум*

В авторской редакции

Подписано в печать \_\_\_\_\_ -Формат бумаги 60x84 1/16  
Уч.печ. л. – 6,0. Уч. изд. л – 4,7