

**Г. П. Бурда**

# **ЭКОНОМИКО – МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ**

**Лекции для студентов  
экономических специальностей  
аграрных вузов**

**Издание второе**

Допущено департаментом кадровой политики и образования  
Министерства сельского хозяйства и продовольствия  
Российской Федерации в качестве учебного пособия для  
студентов высших учебных заведений по экономическим  
специальностям

**Краснодар, 2003**

**Г.П. Бурда. Экономико-математические методы и модели. Учебное пособие для вузов. Краснодар: КГАУ, 2003г., 638 с.**

Учебное пособие написано в форме академических лекций для студентов. В пособии два раздела : «Экономико-математические методы» и «Экономико-математические модели». В первом разделе изложены теоретические и практические вопросы кибернетических систем и экономической информации, математического моделирования, исследования операций, линейного и динамического программирования, математическая теория оптимальных процессов, основы теории игр и теории графов, моделирование на графике и элементы массового обслуживания.

Во втором разделе рассмотрено моделирование поведения потребителя, и продавца на рынке, приведены общие модели развития экономики, экономического равновесия и экономического роста, модель расширяющейся экономики, модели межотраслевого баланса и прикладные модели оптимизации структуры посевных площадей, севооборотов, использования удобрений, кормов, структуры стада животных, производственной структурой аграрного предприятия, средств механизации. В лекции включены авторские модели оптимизации параметров полеводческих, овощеводческих, плодовых, виноградарских, скотоводческих фермерских хозяйств.

Учебное пособие написано в соответствии с новыми государственными общеобразовательными стандартами и рассчитано на студентов аграрных вузов, аспирантов и преподавателей экономических специальностей. Особую пользу учебное пособие может оказать студентам заочного обучения.

### **Рецензенты:**

**Э.М. Трахов** - академик АМАН, Российской академии социальных наук, Нью-Йоркской академии наук, директор Южно-российского института мониторинга земель и экосистем.

**М.И. Семенов** - академик АМАН, заслуженный деятель наук Кубани, доктор экономических наук, заведующий кафедрой автоматизированных информационных технологий Кубанского госагроуниверситета.

## **Предисловие**

Одной из характерных особенностей развития науки последнего времени, если рассматривать длительные временные отрезки, является ее математизация.

Попытки математического анализа экономических процессов относятся к XVI-XVII вв., в частности, к трудам Вильяма Петти, Франсуа Кенз, Огюста Курно и других. Не было в этом ощущимых пробелов и в последующие времена у всех цивилизованных народов. В России, например, работы В.К. Дмитриева намного обогнали по времени исследования по межотраслевому балансу, а по содержанию формулы Дмитриева описывали понятия, близкие к современным коэффициентам полных, косвенных и прямых затрат. Тоже можно сказать о работах Д.Н. Кондратьева, Е.Е. Слуцкого, а понятия "уравнение Слуцкого", "циклы Кондратьева" и сегодня фигурируют в зарубежной литературе, включая учебники известных в мире университетов. Всемирную известность получили и работы первооткрывателя линейного программирования лауреата Нобелевской премии по экономике, академика Л. В. Канторовича.

Однако о систематическом использовании математики в экономических исследованиях можно говорить лишь с развитием математического моделирования, разработкой экономико-математических моделей и появлением ЭВМ, по-

зволяющим обнаруживать закономерности исследуемых экономических процессов, прогнозировать их дальнейшее течение, находить средства воздействия на эти процессы, направлять их развитие или учитывать последствия этих взаимодействий.

Суть моделирования состоит в замене исследуемой системы или процесса их моделью, дальнейшем их изучении, экспериментировании на ЭВМ по этой модели при помощи вычислительно – логических алгоритмов и программ. Термин «модель» используется в разных областях человеческой деятельности и обычно означает или упрощенную картину чего-либо реального или прообраз будущего. В исследованиях модель замещает оригинал так, что ее изучение дает новые знания об объекте исследования. Таким образом, оригинал исследуется не прямо, а косвенным путем с помощью искусственно построенной системы, называемой моделью. Моделирование включает процесс построения и применения моделей. Математическая модель позволяет лучше изучить внутренние связи объекта и получить его количественные характеристики. При этом можно избежать экспериментов в действительности, т.к. основные закономерности в экономике могут быть выражены в математической форме. Но численный эксперимент частично или полностью заменяет прямое экспериментирование, позволяя в несколько раз уменьшить сроки и стоимость разработки.

боток. Одним из достоинств математического моделирования экономических процессов является то, что оно позволяет экспериментировать в экономике, не прибегая к прямому опыту над оригиналом. Методы оптимизации позволяют приближаться к оптимальному варианту прямым путем, без перебора всего множества возможных вариантов. Математический аппарат методов оптимизации в настоящее время разработан достаточно хорошо, созданы библиотеки прикладных программ.

Следует отметить, что моделирование и оптимизация давно перестали быть элитарными методами в смысле практической доступности и распространения, они изучаются в обязательном порядке студентами большинства вузов. С появлением персональных ЭВМ доступность методов моделирования и оптимизации значительно возросла, темп процесса их использования во многом упражнился.

В высших учебных заведениях страны методы моделирования и оптимизации изучаются студентами экономических, математических, технологических, физико-математических, физико-математических факультетов, курсами специальности «Экономист», которые широко используют эти методы в научной и учебной деятельности, научных исследованиях по разработке экономических моделей, расширяясь, тем самым практического применения.

Настоящее учебное пособие написано на основе лекций, прочитанных студентам экономических

специальностей Кубанского государственного аграрного университета в период 1970-2000 гг. При их подготовке использовались научные труды, приведенные в списке использованной литературы, методические разработки и результаты собственных научных исследований.

Экономико-математические методы по структуре и содержанию являются комплексом научных дисциплин на стыке экономики, математики и кибернетики, поэтому и учебное пособие представляет собой сводку основных научных идей и сведений этого нового научного направления.

Материал препарирован на отдельные академические лекции, всего их сорок. В тех случаях, когда содержание излагаемого материала требует целостного рассмотрения, он представлен одной темой лекции, на которую потребуется соответственно в два раза больше времени.

Учебное пособие состоит из двух разделов.

Первый раздел отведен экономико-математическим методам. Здесь излагаются методические вопросы теории кибернетических систем и экономической информации, математического моделирования, исследования операций, линейного программирования, рассмотрена общая характеристика и задачи, решаемые методами динамического программирования, математическая теория оптимального управления, основы теории игр и теории графов, моделирование на графе и элементы теории массового обслуживания.

Во втором разделе изложены экономико-математические модели. Рассмотрены общие модели развития экономики, модели экономического равновесия, модели экономического роста, модель расширяющейся экономики, моделирование межотраслевых связей на макроуровне, статическая и динамическая модель межотраслевого баланса. В отдельные лекции выделено моделирование поведения потребителя и поставщика на рынке.

Так как учебное пособие предназначено студентам аграрных вузов, здесь детально рассматриваются модели оптимизации структуры посевных площадей, севооборотов, использования удобрений, кормов, производственной структуры аграрных предприятий, структуры стада животных, средств механизации. В лекции включены разработанные автором модели оптимизации параметров полеводческих, овощеводческих, плодовых, киноградарских, скотоводческих фермерских хозяйств.

Учебное пособие написано в соответствии с действующими государственными общеобразовательными стандартами высшего профессионального образования по экономическим специальностям.

В каждой лекции опорные понятия и определения выделены шрифтом, нумерация формул, таблиц, рисунков в каждой лекции своя.

При подготовке учебного пособия к изданию учтены замечания и предложения рецензентов, которым мы искренне благодарны.

## Оглавление

Предисловие.....	3
<b><u>Раздел 1. Экономико-математические методы.</u></b>	
<b><u>Лекция 1.</u></b>	
Тема: «Кибернетика как учебная дисциплина».....	9
План лекции.....	9
1.Истоки кибернетики.....	9
2.Понятия кибернетики .....	16
3.Методические проблемы кибернетики.....	22
<b><u>Лекция 2.</u></b>	
Тема: «Общая теория систем».....	25
План лекции .....	25
1.Определение и классификация систем .....	25
2.Система и внешняя среда.....	32
3.Управляемая система.....	38
<b><u>Лекция 3.</u></b>	
Тема: «Преобразования систем» .....	40
План лекции.....	40
1.Понятие преобразования и его виды .....	40
2.Основные понятия алгебры, логики.....	46
3.Типы поведения систем.....	64
<b><u>Лекция 4.</u></b>	
Тема: «Основы теории информации».....	65
План лекции.....	65
1.Общие сведения об информации.....	65
2. Качественная оценка информации.....	69
3. Передача и сохранение информации.....	75
<b><u>Лекция 5.</u></b>	
Тема: «Экономическая информация».....	89
План лекции .....	89
1. Экономическая семиотика.....	89
2. Производство и информация.....	96
3. Основные характеристики информации.....	100

41. Практикум по математическому моделированию экономических процессов в сельском хозяйстве. Под ред Карпенко А.Ф. - М.: Агропромиздат, 1985.
42. Терехов Л.Л. Экономико-математические методы. Пол Второе. - М.: Статистика, 1972.
43. Трубилин И.Т., Бурда Г.П. Моделирование крестьянских хозяйств. - Краснодар.: КГАУ, 1999.
44. Тунеев Н.М., Сухоруков В.Ф. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства. -М.: Колос, 1986.
45. Федосеев В.В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге. - М.: Финстатинформ, 1996.
46. Фермерское животноводство: Учебно-справочное пособие. - Краснодар, КГАУ, 1993.
47. Франс Дж., Торили Дж., Х.М. Математические модели в сельском хозяйстве. Пер. с английского -М.: Агропромиздат, 1987.
48. Хеди Э., Каидлер У. Методы линейного программирования. Пер. с английского - М.: Колос, 1965.
49. Чаянов А.В. Оптимальные размеры земледельческих хозяйств. - М; 1922.
50. Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л. Введение в исследование операций. Пер. с английского - М.: Наука, 1968.
51. Эддоус М., Стенфилд Р. Методы принятия решений. Пер. с английского - М.: «ЮНИТИ», 1997.
52. Экономико-математические методы и прикладные модели. - М.: «ЮНИТИ», 2000.
53. Янг У. Методы экономических исследований в сельском хозяйстве. - М.: Колос 1968.

<b>Лекция 6.</b>	
Тема: «Модель и моделирование».....	1
План лекции .....	
1. Понятие модели и моделирования .....	
2. Виды моделирования.....	
3. Принципиальная схема моделирования .....	
<b>Лекция 7.</b>	
Тема: «Основные этапы моделирования» .....	1
План лекции .....	
1. Постановка и формализация задачи .....	
2. Разработка модели .....	
3. Решение задачи и использование результата в практике.....	
<b>Лекция 8.</b>	
Тема: «Приемы моделирования».....	1
План лекции .....	
1. Моделирование объемов ресурсов, работ, продукции.....	
2. Моделирование условий с помощью переменных и коэффициентов.....	
3. Моделирование с изменяющимися коэффициентами.....	
4. Приемы сокращения числовых моделей.....	
<b>Лекция 9.</b>	
Тема: «Моделирование организационных систем – исследование операций».....	15
План лекции.....	1
1. Общая характеристика и основные этапы исследования операций.....	1
2. Основы теории принятия решений .....	15
3. Типичные классы задач исследования операций.....	16

## Лекция 10.

Тема: «Основы методов линейного программирования»	167
План лекции .....	167
1. Основные понятия и определения .....	167
2. Общая задача линейного программирования	175
3. Условия, допускающие применение методов линейного программирования.....	183
4. Общая характеристика оптимизационных методов.....	187

## Лекция 11.

Тема: «Симплексный метод» .....	191
План лекции.....	191
1. Идея метода.....	191
2. Геометрическая интерпретация симплекс метода .....	194
3. Построение опорного плана.....	197
4. Построение оптимального плана.....	199

## Лекция 12.

Тема: «Искусственный базис и двойственность в линейном программировании».....	206
План лекции.....	206
1. Задачи с искусственными и переменными....	206
2. Двойственные задачи линейного программирования и двойственные оценки .....	208

## Лекция 13.

Тема: «Транспортная задача».....	216
План лекции.....	216
1. Постановка и формализация транспортной задачи.....	216
2. Базовая модель транспортной задачи.....	220
3. Открытые и закрытые модели транспортной задачи.....	222

<b>Лекция 14.</b>	
Тема: «Методы решения транспортной задачи».....	228
План лекции.....	228
1. Общие свойства методов решения транспортной задачи .....	228
2. Метод потенциалов .....	229
3. Метод аппроксимации .....	241
4. Решение транспортной задачи с дополнительными ограничениями.....	243
<b>Лекция 15.</b> Тема: «Динамическое программирование».....	245
План лекции.....	245
1. Общая характеристика метода.....	245
2. Задачи, решаемые методом динамического программирования.....	254
<b>Лекция 16.</b> Тема: «Основы теории управления».....	262
План лекции.....	262
1. Понятия, основные элементы и условия управления.....	262
2. Система управления.....	266
3. Основные типы задач управления.....	271
<b>Лекция 17.</b>	
Тема: «Математическая теория оптимальных процессов».....	274
План лекции.....	274
1. Оптимальное управление.....	274
2. Принцип максимума А.С. Понтрягина.....	276
3. Техническая реализация оптимального управления.....	281
<b>Лекция 18.</b>	
Тема: «Моделирование конфликтных ситуаций.	
Теория игр».....	284
План лекции.....	284
1. Основные понятия теории игр.....	284

2. Решение матричных игр при помощи чистых стратегий.....	289
3. Решение матричных игр при помощи смешанных стратегий.....	295
<b>Лекция 19.</b>	
Тема: «Теория графов».....	303
План лекции.....	303
1. Основные понятия и определения.....	303
2. Плоские графы. Цепи и циклы графов.....	307
3. Степени графов .....	311
4. Эйлеровы и гамильтоновы графы.....	316
5. Основные направления прикладного использования теории графов.....	320
<b>Лекция 20.</b>	
Тема: «Моделирование на графе. Сетевой график.».....	331
План лекции.....	331
1. Сетевой график и его характеристики.....	331
2. Правила построения сетевых графиков.....	335
3. Критический путь и способы его сокращения.....	338
4. Расчет параметров сетевых графиков .....	341
<b>Лекция 21.</b>	
Тема: «Теория массового обслуживания» .....	348
План лекции.....	348
1. Марковские процессы.....	348
2. Основные элементы и понятия теории массового обслуживания.....	354
3. Замкнутые и разомкнутые системы массового обслуживания.....	364

<b>Раздел 2. Экономико-математические модели.</b>	<b>372</b>
<b>Лекция 22.</b>	
Тема: «Моделирование поведения потребителя на рынке».....	373
План лекции.....	373
1. Функции полезности .....	373
2. Функции спроса.....	377
3. Карта безразличия. Уравнения Слуцкого.....	388
<b>Лекция 23.</b>	
Тема: «Модели поведения фирмы».....	398
План лекции.....	398
1. Фирма как объект рыночной экономики и моделирования .....	398
2. Модели поведения фирмы при совершенной конкуренции.....	402
3. Модели поведения монополиста на рынке .....	416
4. Модели поведения фирм при несовершенной конкуренции.....	423
<b>Лекция 24.</b>	
Тема: «Моделирование посевов и использования удобрений» .....	426
План лекции.....	426
1. Моделирование размещения посевов по участкам земли различного плодородия.....	426
2. Моделирование структуры посевых площадей овощных культур.....	429
3. Моделирование севооборотов .....	433
4. Моделирование использования минеральных удобрений .....	434
<b>Лекция 25.</b>	
Тема: «Моделирование кормового рациона».....	438
План лекции.....	438
1. Постановка задачи.....	438

2. Структурная модель.....	440
3. Исходная информация для числовой модели.....	442
<b>Лекция 26.</b>	
Тема: «Моделирование производства кормов».....	444
План лекции.....	444
1. Постановка и формализация задачи .....	444
2. Структурная модель.....	447
3. Схема числовой модели и её входная информация.....	449
<b>Лекция 27.</b>	
Тема: «Моделирование использования кормов».....	452
План лекции.....	452
1. Постановка и формализация задачи .....	452
2. Структурная модель.....	454
3. Особенности построения развернутой модели.....	457
<b>Лекция 28.</b>	
Тема: «Оптимизация структуры стада» .....	459
План лекции.....	459
1. Постановка и формализация задачи .....	459
2. Структурная модель.....	462
3. Разработка числовой модели.....	465
<b>Лекция 29.</b>	
Тема: «Моделирование производственной структуры аграрного предприятия».....	468
План лекции.....	468
1. Особенности постановки и формализация задачи.....	468
2. Структурная модель.....	471
3. Схема числовой модели и её основные ограничения.....	475

<b>Лекция 30.</b>	
Тема: «Моделирование средств механизации».....	479
План лекции.....	479
1. Постановка и формализация задачи .....	479
2. Экономико-математические модели .....	482
2.1. Модель оптимального комплектования МТП.....	482
2.2. Модель оптимального доукомплектования МТП.....	484
2.3. Модель оптимального использования МТП.....	485
3. Исходная информация и особенности по- строения числовой модели .....	487
<b>Лекция 31.</b>	
Тема: «Моделирование породного и сортового состава плодовых насаждений».....	490
План лекции.....	490
1. Постановка задачи .....	490
2. Структурная модель.....	496
3. Схема и особенности построения числовой мо- дели .....	501
<b>Лекция 32.</b>	
Тема: «Моделирование сортового состава виноградни- ков.».....	503
План лекции.....	503
1. Постановка задачи.....	503
2. Структурная модель.....	505
3. Схема числовой модели.....	507
<b>Лекция 33.</b>	
Тема: «Моделирование полеводческих крестьянских хо- зяйств».....	510
План лекции.....	510
1. Постановка и формализация задачи.....	510
2. Структурная модель.....	513

## Лекция 34.

Тема: «Моделирование параметров зерновых крестьянских хозяйств».....	519
План лекции.....	519
1. Моделирование специализированных зерновых хозяйств.....	519
2. Оптимальные параметры зерновых хозяйств, производящих сою.....	524
3. Оптимальные параметры зерновых хозяйств с посевами многолетних трав. ....	525
4. Оптимальные параметры хозяйств, производящих зерно и сахарную свеклу.....	526

## Лекция 35.

Тема: «Моделирование овощеводческих крестьянских хозяйств».....	528
План лекции.....	528
1. Постановка и формализация задачи.....	528
2. Структурная модель.....	531
3. Исходная информация и числовая модель..	534

## Лекция 36.

Тема: «Моделирование параметров молочных фермерских хозяйств».....	537
План лекции.....	537
1. Постановка и формализация задачи.....	537
2. Структурная модель.....	541
3. Исходная информация и числовая модель..	552
4. Оптимальные параметры молочных фермерских хозяйств.....	555

## Лекция 37.

Тема: «Общие модели развития экономики».....	559
План лекции.....	559
1. Макроэкономические модели .....	559
2. Модели экономического роста.....	567
3. Модель расширяющейся экономики.....	574

<b>Лекция 38.</b>	
Тема: «Модель общего экономического равновесия».....	578
План лекции.....	578
1. Экономическое равновесие.....	578
2. Модель равновесия Л. Вальраса.....	582
3. Модель равновесия Эрроу.....	586
<b>Лекция 39.</b>	
Тема: «Моделирование межотраслевых связей на макро уровне».....	592
План лекции.....	592
1. Схема экономико-математической модели меж- отраслевого баланса производства и распреде- ления продукции.....	592
2. Характеристика квадратов межотраслевого ба- ланса.....	598
3. Коэффициенты прямых, косвенных и полных затрат .....	603
4. Основные математические соотношения меж- отраслевого баланса и его использование в эко- номических расчетах.....	610
<b>Лекция 40.</b>	
Тема: «Динамическая межотраслевая модель».....	614
План лекции.....	614
1. Типы динамических межотраслевых моделей.....	614
2. Схема динамической модели межотраслевого баланса.....	616
3. Характеристика коэффициентов вложений.	621
Список литературы.....	625
Оглавление.....	629

**БУРДА Григорий Петрович**

**ЭКОНОМИКО – МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
МЕТОДЫ И МОДЕЛИ**

Компьютерный набор Курбала Н.В.

Компьютерная графика Павлов С.Г.

Компьютерная верстка Литовченко А.В.

Мищенко М.В.

ЛР № 02334 от 14 июля 2000 г.

Подписано в печать 17 февраля 2003 г.

Бумага типографская. Формат 60x90 1\16

Тираж 1000. Заказ 524

Печ. л. – 40,0

Редакционно –издательский отдел и типография  
Кубанского государственного аграрного университе-

та.  
350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13

**ДАННОЕ УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ИМЕЕТСЯ**

**В БИБЛИОТЕКЕ**

**ФГОУ ВПО «КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»**

С авторами можно связаться:

- по тел. (861) 22-15-789 кафедра экономической кибернетики
- e-mail: agburda@mail.ru