

Use of the motion equation for the non-uniform viscous fluid in the corn separation models

Kurasov V. S., Samurganov E. E.

Kuban State Agrarian University named after I. T. Trubilin, Krasnodar, Russian Federation

Correspondence

Kurasov V. S.,
Dr. Sc. (engineering), Kuban State
Agrarian University named
after I. T. Trubilin, Krasnodar,
Russian Federation;
e-mail: kurasoff@gmail.com

Keywords

mathematical model, separation,
flat sieve, inhomogeneous fluid,
corn, fraction

Received

27.03.2017

Accepted

10.04.2017

Abstract

We formally described the process of the corn calibration on the flat screen with the round holes; we found the formula for the function of the state and its change during the calibration; using the mathematic model developed on the basis of the fluid-flow analogy we assessed the speed of the piercing part of the mixture through the flat sieve with the round holes.

Применение уравнений движения неоднородной вязкой жидкости в моделях сепарирования зерна кукурузы

Курасов В. С., Самурганов Е. Е.

Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина, Краснодар, Российская Федерация

Аннотация

Формально описан процесс калибрования зерна кукурузы на плоском решете с круглыми отверстиями; получена формула для функции состояния и перехода зерновой смеси при калибровании; произведена оценка скорости проходовой части смеси через плоское решето с круглыми отверстиями на основе математической модели построенной по гидродинамической аналогии.

Ответственный автор

Курасов В. С., д. т. н., доцент,
Кубанский государственный
аграрный университет
имени И. Т. Трубилина,
Краснодар,
Российская Федерация;
e-mail: kurasoff@gmail.com

Ключевые слова

математическая модель,
сепарация, плоское решето,
неоднородная жидкость,
кукуруза, фракция

Получена

27.03.2017

Принята

10.04.2017

Введение

Целью настоящего исследования является разработка математической модели калибрования зерна кукурузы на плоском решете с круглыми отверстиями.

Совершенствование математических моделей движения сепарируемой зерновой смеси по решету обусловлено необходимостью интенсификации фракционирования зерновых материалов на плоском решете [1].

Современные кукурузокалибровочные машины, как правило, калибруют семена кукурузы по одному признаку — диаметру зерновки [2, 3]. Для дальнейшего анализа на первом этапе примем следующие допущения: первое — семена кукурузы будем рассматривать как шары различного диаметра, второе — слой зерна на вибрирующем решете мы рассматриваем как неоднородную вязкую «жидкость», т. е. псевдожидкость.

Материал и методы

Теоретические исследования проводились с использованием основных положений дифференциального и интегрального исчисления, теоретической механики, а также механики движения сплошной среды.

Для оценки скорости проходной части зерновой смеси через плоское решето с круглыми отверстиями использовались технологические свойства семян гибрида кукурузы Росс 199 [4].

Результаты и обсуждение. Постановка задачи калибрования. Имеется множество, состоящее из N шаров различного диаметра. Требуется разделить их на несколько, k групп по одному признаку — величине диаметра. Величина диаметра d шаров каждой группы должна удовлетворять неравенствам:

$d > d_1$ — 1-я фракция; $d_1 \geq d > d_2$ — 2-я фракция; $d_2 \geq d > d_3$ — 3-я фракция; ...

$d_k \geq d$ — k -я фракция, где $d_1, d_2, d_3, \dots, d_k$ — значения диаметров, разграничивающих фракции.

Решение задачи

Проведём мысленный эксперимент по разделению исходного множества шаров на k групп. Для этого используем $k-1$ плоских решет с круглыми

отверстиями, диаметры которых равны $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{k-1}$. На первом решете — отверстия с диаметром d_1 , на втором решете — отверстия с диаметром d_2 и т. д. на $k-1$ -м решете — отверстия с диаметром d_{k-1} . Отверстия на каждом решете распределены равномерно. Диаметры отверстий решет удовлетворяют неравенству:

$$d_1 > d_2 > d_3 > \dots > d_i > d_{i+1} > \dots > d_{k-1}, \quad (1)$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, k-1$.

Мысленно «просеем» исходное множество шаров через первое решето, очевидно через отверстия первого решета «просеются» шары с диаметрами $d \leq d_1$, оставшиеся на решете шары составят первую группу (фракцию) с количеством шаров N_1 . Прошедшие через первое решето шары «просеем» через второе решето, очевидно, что через отверстия второго решета «просеются» шары с диаметрами $d \leq d_2$, оставшиеся на решете шары составят вторую группу (фракцию) с количеством шаров N_2 и т. д. на последнем $k-1$ -м решете останутся шары с диаметрами $d > d_{k-1}$, они составят предпоследнюю $k-1$ -ю группу (фракцию) с количеством шаров N_{k-1} , а через это решето «просеются» шары с диаметрами $d \leq d_{k-1}$ они составят последнюю k -ю группу (фракцию) с количеством шаров N_k . Между исходным количеством шаров N и количествами шаров N_i в каждой i -ой группе имеется очевидное соотношение:

$$N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_i + \dots + N_k = N \quad (2)$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, k$.

Введём понятие относительной доли δ_i фракции, как отношение количества элементов N_i относящихся к i -ой фракции к общему числу элементов N в смеси.

$$\delta_i = \frac{N_i}{N} \quad (3)$$

После деления левой и правой частей равенства (2) на N получим следующее соотношение:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_1}{N} + \frac{N_2}{N} + \dots + \frac{N_i}{N} + \dots + \frac{N_k}{N} &= \frac{N}{N} \\ \text{Или} \\ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots + \delta_i + \dots + \delta_k &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Последнее соотношение между относительными долями характеризует фракционный состав смеси.

Функция перехода. При установившемся режиме работы калибровщика семенного материала кукурузы средняя скорость сходовой фракции на каждом решете постоянна, поэтому производительность каждого решета определяется по следующему выражению

$$q_i = \tau_i \cdot u_i \quad (5)$$

где q_i – производительность решета, кг/с;
 τ_i – линейная плотность фракции, кг/м;
 u_i – средняя скорость схода фракции, м/с.

Состояние смеси перед калиброванием можно описать функцией

$$S_0 = N_{01} + N_{02} + \dots + N_{0k} \quad (6)$$

Состояние смеси после калибрования описывается функцией

$$S_p = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \dots \\ N_k \end{Bmatrix} \quad (7)$$

В процессе калибрования функция S_0 преобразуется в функцию S_p .

$$S_0 \rightarrow \text{калибрование} \rightarrow S_p$$

Найдем аналитическое выражение для функции перехода S , которая в начале калибрования имеет значение a после калибрования – значение.

Изменение dS функции перехода S в процессе калибрования за время dt равно сумме изменений dN_i каждой фракции

$$dS = -(dN_1 + dN_2 + \dots + dN_k)$$

или

$$dS = -\sum_{i=1}^k dN_i$$

$$dN_i = q_i \cdot dt = \tau_i \cdot v_i \cdot dt$$

Отрицательный знак присутствует в выражениях потому, что числовые значения N_{i0} каждой фракции в процессе калибрования уменьшаются.

Значение функции S через время t после начала калибрования найдем интегрированием, причем

начальными значениями при $t = 0$ являются: S_0 – начальное значение функции состояния; N_{i0} – начальные значения количества шаров в каждой фракции; а конечные значения в момент времени t , соответственно S и N_i .

$$\int_{S_0}^S dS = -\int_{N_{i0}}^{N_i} \sum_{i=1}^k dN_i = -\sum_{i=1}^k \int_0^t q_i \cdot dt = -\sum_{i=1}^k q_i \cdot t. \quad (8)$$

$$S - S_0 = -\sum_{i=1}^k q_i \cdot t;$$

$$S = N_{01} + N_{02} + \dots + N_{0k} - (q_1 \cdot t + q_2 \cdot t + \dots + q_k \cdot t). \quad (9)$$

После преобразований получим:

$$S = N_{01} - q_1 \cdot t + N_{02} - q_2 \cdot t + \dots + N_{0k} - q_k \cdot t;$$

$$S = \sum_{i=1}^k (N_{0i} - q_i \cdot t). \quad (10)$$

Уменьшение функции S численно равно увеличению функции S_p . Значениями величин могут быть: количество зерен, количество нормированных партий зерен, (например партия из 1000 зерен) и т. п.

$$S_p = \begin{Bmatrix} q_1 \cdot t = N_1 \\ q_2 \cdot t = N_2 \\ \dots \\ q_k \cdot t = N_k \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Гидродинамические модели. В теоретических исследованиях распространён способ моделирования, основанный на аналогиях движения вязкой жидкости и сыпучей среды в условиях вибраций. В нём обычно используют уравнения течения однородной жидкости без учёта изменения вибровязкости смеси по толщине движущегося слоя, вызванной изменением внутреннего давления. Для учёта этих изменений вместо классических уравнений гидродинамики используют уравнения течения неоднородной жидкости. Поэтому вывод таких уравнений и построение их решений относится к важным научно-практическим задачам.

Отметим работы [5, 6, 7], использующие гидродинамическую аналогию. Но в указанных работах авторы систему уравнений течения неоднородной жидкости сводили к одному уравнению, из которого и получали решение. Чтобы выяснить сущность упрощений и вносимые ими погрешности нужно составить уточнённую систему уравнений, а также определить её отличия от классических уравнений Навье-Стокса.

Поставим цель – составить и решить нелинейную систему дифференциальных уравнений движения неоднородной вязкой жидкости с упрощениями и построить её аналитические решения в частных случаях, которые представляют интерес при моделировании движения зерновой смеси кукурузы по плоскому виброрешету.

Учитывая малые изменения скорости потока по ширине плоского виброрешета, рассматриваем двумерный вариант уравнений в прямоугольной системе координат, когда вязкость несжимаемой жидкости зависит лишь от одной координаты, глубины погружения в слое. Систему уравнений строим в прямоугольной системе координат ХОУ, повернутой на угол θ наклона решета, как показано на рис. 1.

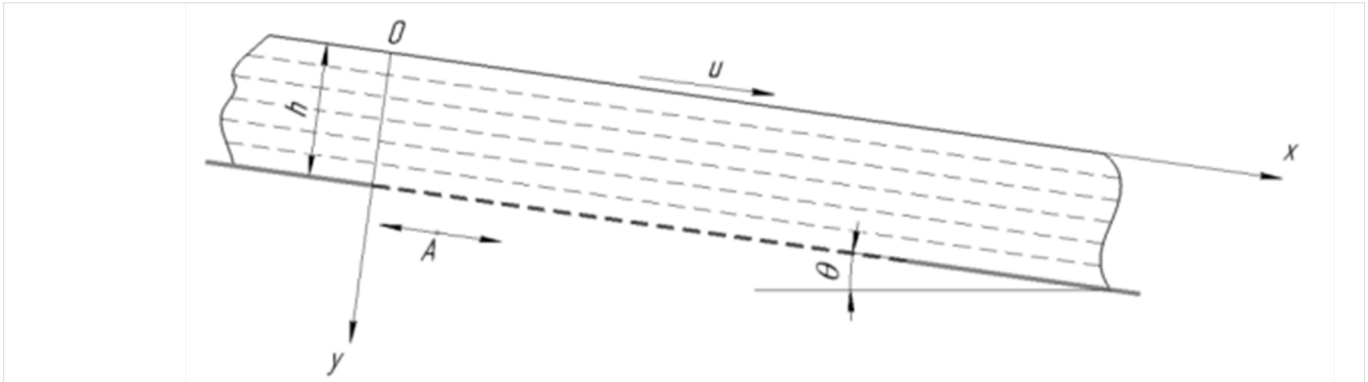


Рисунок 1 – Расчетная схема движения зерновой смеси кукурузы

Для выделенного элементарного объема жидкости в виде параллелепипеда с размерами $dx dy dz$ движущегося вдоль осей x и y составим уравнения второго закона Ньютона в проекциях на эти оси.

Силы давления P на грани перпендикулярные осям и найдем соответственно из выражений:

$$P dydz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dydz = \frac{-\partial P}{\partial x} dx dy dz$$

$$P dx dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial y} dy \right) dx dz = \frac{-\partial P}{\partial y} dx dy dz$$

Силы трения на гранях параллельных осям x и y найдем, учитывая касательные напряжения τ на гранях, соответственно из выражений:

$$\tau dydz - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial x} dx \right) dydz = \frac{-\partial \tau}{\partial x} dx dy dz$$

$$\tau dx dz - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz = \frac{-\partial \tau}{\partial y} dx dy dz$$

Учитывая закон Ньютона для внутреннего трения в жидкости

$$\tau = -\mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \text{ и } \tau = -\mu \frac{\partial w_x}{\partial z}$$

получаем проекции сил трения на ось x :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) dx dy dz = \\ & = \left[\frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right) + \mu \cdot \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right] dx dy dz + \left[\frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} \right) + \mu \cdot \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right] dx dy dz = \\ & = \left[\frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} \right) \right] dx dy dz + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) dx dy dz = \\ & = \left[\frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right] dx dy dz = \\ & = \left[\mu_y'' \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right) + \mu_z \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right] dx dy dz \end{aligned}$$

Обозначив проекции скорости на оси $w_x=u$ и $w_y=v$. Учтем, что проекция на ось z , $w_z=0$ и учитывая, что динамическая вязкость μ зависит только от координаты y , $\mu=\mu(y)$, $\mu_z=0$ получим проекцию на ось x

$$\left[\mu'_y \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] dx dy dz$$

Аналогично на ось y

$$\left[\mu'_x \cdot \left(\frac{\partial w_y}{\partial x} \right) + \mu'_z \cdot \left(\frac{\partial w_y}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) \right] dx dy dz$$

Учитывая, что $\mu = \mu(y)$ а $\mu'_x = \mu'_z = 0$ получаем проекции сил трения на ось y

$$\left[\mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) \right] dx dy dz$$

Уравнение второго закона Ньютона для элемента жидкости в проекциях на оси x и y записываются в виде:

$$dm \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{-\partial P}{\partial x} dx dy dz + dm \cdot g \cdot \sin\theta + \left(\mu'_y \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\mu'_y \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right) dx dy dz$$

и

$$dm \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-\partial P}{\partial y} dx dy dz + dm \cdot g \cdot \cos\theta + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) dx dy dz$$

Учтем, что масса $dm=\rho dx dy dz$, тогда эти уравнения после деления на объем $dx dy dz$ примут вид:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{-\partial P}{\partial x} + \rho \cdot g \cdot \sin\theta + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu'_y \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-\partial P}{\partial y} + \rho \cdot g \cdot \cos\theta + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{cases}$$

Разделим эти уравнения на плотность.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{-1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + g \cdot \sin\theta + \frac{\mu}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu'_y}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + g \cdot \cos\theta + \frac{\mu}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{cases}$$

Обозначим $\lambda = \frac{\mu}{\rho}$ — кинематический коэффициент вязкости жидкости, м²/с.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{-1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + g \cdot \sin\theta + \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \lambda'_y \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + g \cdot \cos\theta + \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (12)$$

где ρ — плотность жидкости, которую считаем постоянной, кг/м³;
 g — ускорение свободного падения, м/с²;
 u и v — проекции скорости течения жидкости на оси ox и oy соответственно, м/с;
 t — время, с.

Кроме уравнений (12) выполняются условия неразрывности потока:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (13)$$

$$\lambda'_y = \frac{\mu'_y}{\rho} \quad (14)$$

После преобразований получим

$$\begin{cases} \lambda \nabla^2 u + \lambda'_y \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + g \sin\theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \lambda \nabla^2 v + g \cos\theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}. \end{cases} \quad (15)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — оператор Лапласа.

Система уравнений (15) отличается от классических уравнений Навье-Стокса наличием дополнительных слагаемых с производной λ'_y . Она описывает течение неоднородной жидкости по наклонному лотку, что аналогично движению зерновой смеси по наклонному виброрешету. В связи с этим рассмотрим возможные варианты упрощений уравнений (15) при моделировании движения зерновой смеси.

1-й вариант. При стационарном течении жидкости, принимаем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

Вследствие введенных предположений из уравнения вытекает, что $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, это значит, что скорость зависит только от y , $u=u(y)$.

Тогда система (15) принимает упрощенный вид

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \lambda_y \frac{\partial u}{\partial y} + g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Поскольку установившееся движение жидкости происходит в открытом пространстве, то давление на поверхности слоя постоянно, отсюда

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \text{ а значит, давление зависит только}$$

от координаты y , глубины в слое $p = p(y)$,

Преобразуя первое уравнение в системе (16) получим

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{du}{dy} \right) = -g \sin \theta. \quad (17)$$

После первого интегрирования выражения (17) получим

$$\frac{du}{dy} = -g \sin \theta y + c_1.$$

а после второго

$$u(y) = -g \sin \theta \int \frac{y}{\lambda} dy + c_1 \int \frac{dy}{\lambda} + c_2. \quad (18)$$

где c_1, c_2 – постоянные интегрирования, которые зависят от вида граничных условий.

Касательные напряжения $\tau = \rho \frac{\partial u}{\partial y}$ отсутству-

ют на свободной поверхности слоя, $y = 0$, при выполнении условия $c_1 = 0$.

Тогда, согласно (18), скорость u найдется из интеграла

$$u(y) = c_2 - g \sin \theta \int \frac{y}{\lambda} dy. \quad (19)$$

в котором связана проекция скорости течения с изменением вязкости по толщине слоя.

Второе уравнение в (16) интегрируем при граничном условии $p(0) = 0$,

$$p = \rho g \cos \theta \cdot y.$$

Такое распределение давлений имеет место в однородном слое [104].

Рассмотрим, используя (19), профиль скорости, когда кинематическая вязкость является степенной функцией координаты y

$$\nu(y) = a y^n. \quad (20)$$

где a и n – положительные постоянные, причём $n < 2$.

Подставляя (20) в (19), получаем

$$u(y) = c_2 - \frac{g \sin \theta}{a(2-n)} y^{2-n}. \quad (21)$$

Полагая $u(h) = 0$, условие «прилипания» к решетке, где h – толщина слоя зерна, находим значение постоянной $c_2 = 0$ и профиль скорости потока

$$u(y) = \frac{g \sin \theta}{a(2-n)} (h^{2-n} - y^{2-n}). \quad (22)$$

Из (2.22), как частные случаи, получаются другие известные профили скорости, например, когда $n = 0$, $a = \lambda = \text{const}$ выражение переходит в формулу Пуазейля

$$u(y) = \frac{g \sin \theta}{2a} (h^2 - y^2)$$

в которой описывается движение однородного слоя зерна на плоском виброрешете. Профиль скорости при этом является квадратной параболой.

Если положить $n = 1$, то профиль скорости будет прямолинейным

$$u(y) = \frac{g \sin \theta}{a} (h - y). \quad (23)$$

Это совпадает с решением в [8], которым описывается движение неоднородного слоя зерновой смеси с линейной зависимостью вибровязкости.

Таким образом, формула (22) является обобщением известных результатов и может быть использована при расчёте сепарируемого зернового потока в стационарном режиме работы решета.

2-й вариант. Рассмотрим упрощение уравнений (15) предполагая, что

$$v = \text{const} > 0 \quad (24)$$

т. е., граничная поверхность $y = h$ проницаемая и через неё просачивается жидкость со скоростью v . Такой подход уместен при исследовании установившегося, стационарного движения

зерновой смеси по решетку, когда происходит разделение её на проходную и сходовую фракции.

При соблюдении (24) уравнения (15) сводятся к системе:

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda'_y - v) \frac{\partial u}{\partial y} + g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (25)$$

В отличие от (16) здесь другое только первое уравнение.

Найдём его интегралы, когда $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$, вводим

вспомогательную функцию для понижения порядка первого уравнения системы (25)

$$s = \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Вместо первого уравнения в (25) получаем упрощенное дифференциальное уравнение первого порядка относительно введенной функции s :

$$\frac{\partial s}{\partial y} + \frac{(\lambda'_y - v)}{\lambda} s = \frac{g \sin \theta}{\lambda},$$

или

$$\frac{\partial s}{\partial y} + b(y) s = \frac{g \sin \theta}{\lambda}. \quad (26)$$

Здесь введена вспомогательная функция, зависящая только от y

$$b(y) = \frac{(\lambda'_y - v)}{\lambda}, \text{ причем } \lambda'_y - v > 0$$

При интегрировании (26) функцию $s(y)$ ищем в виде произведения двух функций $s(y) = f_1(y) \cdot f_2(y)$. В результате получено общее решение $s(y)$ и $u(y)$:

$$s(y) = e^{-B(y)} \cdot \left(c_3 - g \sin \theta \int \frac{e^{B(y)}}{\lambda} dy \right) \text{ и } u(y) = \int s dy + c_4 \quad (27)$$

в котором

$$B(y) = \int b(y) dy.$$

а c_3, c_4 – некоторые произвольные постоянные, значения которых зависят от граничных условий

$$s, v_{y=0} = 0, u(h) = 0 \quad (28)$$

Используя (27) и (28), определим скорость $u(y)$

когда $\lambda \frac{\mu}{\rho} = \text{const}$. В этом случае:

$$b(y) = \frac{-v}{\lambda}, B(y) = \frac{-v}{\lambda} y,$$

$$s(y) = \frac{g \sin \theta}{v} \left[1 - e^{\left(\frac{v}{\lambda} y\right)} \right]$$

$$u(y) = \frac{g \sin \theta}{v} \left\{ y - h + \frac{\lambda}{v} \left[e^{\left(\frac{v}{\lambda} h\right)} - e^{\left(\frac{v}{\lambda} y\right)} \right] \right\}. \quad (29)$$

Если $(y) = a \cdot y$ то согласно выражениям (27) и (28) получим

$$B(y) = \frac{-a-v}{a} \ln y, s(y) = \frac{g \sin \theta}{a-v}, u(y) = \frac{g \sin \theta}{a-v} (h-y). \quad (30)$$

При $v=0$ формула (30) преобразуется в известную формулу (23). Таким образом, решение (27) позволяет найти профиль скорости потока при известной функции (y) . В работе [105] эта функция представлена выражением

$$(y) = \frac{b y}{12 \omega \rho r_0 \sqrt{(2A)^2 - (\delta b h)^2}}. \quad (31)$$

где $\delta = \frac{\pi}{4 M \omega^2}, c^2/\text{кг};$

$$b = 0,7 f (\pi r_0)^2 \rho g \cos \theta, \text{ кг}/c^2;$$

M – масса частиц, образующих смесь, кг;

r_0 – эффективный радиус условно сферических частиц, образующих смесь, м;

$$r_0 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{b_{cp} \cdot h_{cp} \cdot l_{cp}}$$

где f – коэффициент внутреннего трения в смеси;

A – амплитуда вибраций решета, м;

ω – круговая частота вибраций решета, рад/с.

Кроме того, в [9] проинтегрировано уравнение (26) с учётом (24). Используя полученные там решения, выясним нельзя ли в практических расчётах вместо (20) применять более простые зависимости, например линейную аппроксимацию

$$(y) = a \cdot y. \quad (32)$$

в которой

$$a = \frac{b}{24 \omega \rho r_0 \sqrt{(A)^2 - (0.25 \delta b h)^2}}. \quad (33)$$

Для этого проведём вычисления значений скорости $u(y)$ схода зерновой смеси семян кукурузы при следующих данных: плотности $\rho = 700 \text{ кг}/\text{м}^3$, эффективном радиусе $r_0 = 0,004 \text{ м}$, массе $M = 0,0004 \text{ кг}$, коэффициенте трения $f = 0,47$, высоте слоя $h = 0,007 \text{ м}$, и параметрах решета: угле наклона $\theta = 80$, амплитуде $A = 0,0018 \text{ м}$ и частоте $\omega = 52,33 \text{ с}^{-1}$ колебаний.

Для указанных исходных данных по формуле (33) находим $a = 0,008$ м/с. Этот результат сравним с результатами для средней скорости сходовой фракции при различных вариантах решет полученных в ходе эксперимента [10].

Выводы

Формально описан процесс калибрования зерна кукурузы на плоском решете с круглыми отверстиями. Получены формулы для функции состояния (9) и перехода (11) зерновой смеси при калибровании. Произведена оценка скорости проходовой части смеси через плоское решето с круглыми отверстиями на основе математической модели (формулы 25 и 31), построенной по гидродинамической аналогии.

Список литературы

1. Ермольев Ю.И. Технологические основы интенсификации процесса сепарации зерна воздушнорешетными зерноочистительными машинами и агрегатами: автореф. дис. д-р техн. наук. — 05.20.01 / Ю.И. Ермольев. Ростов-на-Дону, 1990. — 45 с.
2. Заика П.М. Сепарация семян по комплексу физико-механических свойств / П.М. Заика, Г.Е. Мазнев. — М.: «Колос», 1978. — 287 с.
3. Климок А.И. Выбор размерного признака разделения семян на фракции / А.И. Климок, Н.Ф. Конченко // Тр. / Челяб. ин-т механики и электрификации сел. хоз-ва. Челябинск, 1973. — Вып. 62. — С. 286–289.
4. Курасов В.С. Механизация работ в селекции, сортоиспытании и первичном семеноводстве кукурузы: монография / В.С. Курасов, В.В. Куцеев, Е.Е. Самурганов; КубГАУ. — Краснодар, 2013. — 151 с.
5. Ольшанский В.П. К расчёту движения зерновой смеси по плоскому вибрирующему решету / В.П. Ольшанский, С.И. Кучеренко, В.В. Бурлака. — Харьков: ХНТУСГ, 2009. — Вып. 77. — С. 238–244.
6. Ольшанский В.П. Колебания скорости неоднородного слоя зерновой смеси, вызванные поперечными вибрациями решета / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский, В.А. Дидур. Мелитополь: ТДАТУ, 2010. — Вып. 10. — Т. 7. — С. 173–180.
7. Тищенко Л.Н. Гидродинамика сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. — Харьков, 2010. — 174 с.
8. Тищенко Л.Н. О колебаниях скорости неоднородного слоя зерновой смеси на плоском виброрешете / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. — Мелитополь: ТДАТУ, 2010. — Вып. 10. — Т. 7. — С. 32–42.
9. Тищенко Л.Н. О гидродинамической модели движения зерновой смеси по наклонному плоскому решету / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. — Полтава: Пол. НТУ, 2009. — Вып. 3(25). — Т. 1. — С. 205–213.
10. Самурганов Е.Е. О движении виброоживленного сепарируемого слоя зерна по плоскому решету конечной ширины / Е.Е. Самурганов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. — Краснодар: КубГАУ, 2016. — № 123(09). — С. 510–522.

Сведения об авторах

Курасов Владимир Станиславович, д-р техн. наук, доцент, Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина, Краснодар, Российская федерация; SPIN-код: 7925–1853. Область научных интересов. Механизация полевого эксперимента в селекции кукурузы.

Самурганов Евгений Ерманекосович, магистр, Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина, Краснодар, Российская федерация; SPIN-код: 8386–5713. Область научных интересов. Механизация полевого эксперимента в селекции кукурузы.