МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный
университет имени И. Т. Трубилина»

Землеустроительный факультет
Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА
(часть I)
Методические указания

по выполнению контрольной работы
обучающихся по направлению 38.03.01 Экономика

Краснодар
КубГАУ
2021

Составители: И. А. Петунина, И. В. Ариничева

Математика: методические указания по выполнению контрольной работы для обучающихся по направлению 38.03.01 Экономика (часть I) / сост. И. А. Петунина, И. В. Ариничева. – Краснодар: КубГАУ, 2021. – 35 с.

Методические указания содержат практические рекомендации по выбору вариантов, оформлению и выполнению контрольных работ. Приведены решения примеров типовых заданий, а также условия заданий по разделам линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии дисциплины «Математика».

Методические указания предназначены для обучающихся заочной и очно-заочной форм по направлению 38.03.01 Экономика.

Рассмотрено и одобрено методической комиссией экономического факультета Кубанского госагроуниверситета, протокол № 11 от 18.06. 2021.

Председатель
методической комиссии Герасименко О. А.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания направлены на оказание помощи обучающимся по направлению 38.03.01 Экономика.

Самостоятельная работа над учебным материалом является основной формой обучения студентов-заочников. Она включает освоение материала по учебникам, учебным пособиям и лекциям, презентационным материалам, решение примеров, а также выполнение контрольных работ [1, 3, 4, 5, 7, 8].

Самостоятельная работа обучающихся по заочной форме включает также решение заданий, которые могут быть выполнены как на аудиторных занятиях, так и в виде домашних работ. Решение задач поможет закрепить знания и умения, полученные в процессе самостоятельного изучения специальной литературы [2, 6, 9].

Выполнение контрольных работ должно способствовать более глубокому пониманию, усвоению и закреплению материала изучаемого предмета, развитию аналитического мышления, логической четкости понимания поставленной задачи, аккуратности, умению делать выводы и правильно выполнять расчеты.

В помощь обучающимся приведен список литературы , который включает, в основном, источники из электронно-библиотечной системы «IPRbooks», «Znanium», а также учебного портала КубГАУ. Активные ссылки создают возможность практически сразу получать информацию по вопросам, которые могут возникать в процессе решения или рассмотрения каких-либо теоретических положений.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Студенты заочной и очно-заочной форм обучения выполняют *индивидуальные контрольные задания*.

Проработав теоретический материал, студент заочной формы обучения приступает к выполнению контрольной работы.

Требования к оформлению работы:

1. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради, оформление которой соответствует методическим требованиям по заочному факультету.

2. Контрольные задания располагаются в порядке нумерации их в учебных изданиях. Каждое очередное задание начинают с новой страницы.

3. Выполненное задание должно включать полностью переписанное условие и само решение, которое излагается достаточно подробно, с необходимыми промежуточными преобразованиями.

4. Для замечаний преподавателя на каждой странице оставляются поля, *шириной не менее 4 см.*

Контрольные работы должны выполняться *самостоятельно*. В случае выявления *невыполнения* этого условия, контрольная работа *не зачитывается*.

Получив проверенную работу, студент должен исправить все ошибки и недочеты и представить ее на повторное рецензирование.

Критерии оценивания рубежных контрольных работ заочной формы обучения:

Отметка «отлично»: работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; работа демонстрирует правильные результаты и выводы; в ответе корректно применяет методики, выполняет все записи и вычисления.

Отметка «хорошо»: работа выполнена правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

Отметка «удовлетворительно»: работа выполнена правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка.

Отметка «неудовлетворительно»: допущены две (и более) грубые ошибки в ходе выполнения задания, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя или работа не выполнена полностью.

Контрольная работа зачитывается, если выполнена на оценки «отлично, хорошо, удовлетворительно», не зачитывается, если выполнена на оценку «неудовлетворительно».

Зачтенная контрольная работа (о чем выполняется запись во вкладыше зачетной книжки) является *допуском* студента *к экзамену или зачету*.

Выбор варианта контрольной работы выполняется студентом по следующей таблице.

Таблица − Определение номера варианта контрольной работы

№№		Последняя цифра номера зачетной книжки									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Предпоследняя цифра	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	11	12	13	8	15	16	17	18	19	4
	3	1	2	3	14	5	6	7	8	9	20
	4	5	6	7	4	9	10	11	12	13	10
	5	15	16	17	8	19	20	1	2	3	14
	6	5	6	7	18	9	10	11	12	13	4
	7	15	6	17	8	19	20	1	2	3	14
	8	5	6	7	18	9	10	11	12	13	4
	9	15	16	17	8	19	20	1	2	3	14
	0	5	6	7	18	9	10	11	12	13	4

Правило выбора варианта:

1. По предпоследней цифре учебного шифра зачетной книжки выбирается номер строки.

2. По последней цифре учебного шифра зачетной книжки выбирается номер столбца.

3. На пересечении строки и столбца находится номер варианта.

Например, если две последние цифры в зачетной книжке 69, то у студента 13-й вариант, и он решает каждый тринадцатый пример в соответствующем задании контрольной работы.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ

Вычисление определителей

Пример

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 9 & -3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$.

Решение

$$\Delta = -9 \cdot 2 - \left(-3 \cdot 5\right) = -18 + 15 = -3.$$

Пример

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 4 \\ 1 & -7 & 5 \end{vmatrix}$.

Решение

$$\Delta = 2 \cdot 0 \cdot 5 + (-3) \cdot 4 \cdot 1 + 1(-7) \cdot 6 -$$

$$= 6 \cdot 0 \cdot 1 + (-3) \cdot 5 \cdot 1 + 2(-7) \cdot 4 = 17.$$

Операции над матрицами

Пример

Найти матрицу $3A - 2B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$3A=\begin{pmatrix}9 & 15\\ 12 & -3\\ 21 & 0\end{pmatrix},\quad 2B=\begin{pmatrix}12 & 6\\ 2 & -4\\ 4 & 0\end{pmatrix},$$

$$3A-2B=\begin{pmatrix}-3 & 9\\ 10 & 1\\ 17 & 0\end{pmatrix}.$$

Пример

Найти произведения матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 2\\ 5 & -3 & 0\end{pmatrix}$,

$$B=\begin{pmatrix}3\\ 0\\ -7\end{pmatrix}.$$

Решение

Найдем произведение , выяснив его определенность $A_{(2\times3)}\cdot B_{(3\times1)}=C_{(2\times1)}$.

$$C=\begin{pmatrix}1 & 4 & 2\\ 5 & -3 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ 0\\ -7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+0-14\\ 15-0-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\ 15\end{pmatrix}.$$

Результат $BA=\varnothing$, так как число столбцов матрицы B не равно числу строк матрицы A.

Пример

Найти матрицу обратную данной

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ 1 & -1 & -1\\ -1 & 2 & -3\end{pmatrix}.$$

Решение

Определяем, что обратная матрица существует

$$\Delta A=\begin{vmatrix}3 & 1 & 2\\ 1 & -1 & -1\\ -1 & 2 & -3\end{vmatrix}=21\neq 0.$$

Вычисляем алгебраические дополнения

$$A_{11}=\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 2 & -3\end{vmatrix}=5,\quad A_{21}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & -3\end{vmatrix}=7,\quad A_{31}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & -1\end{vmatrix}=1,$$

$$A_{12}=-\begin{vmatrix}1 & -1\\ -1 & -3\end{vmatrix}=4,\ A_{22}=\begin{vmatrix}3 & 2\\ -1 & -3\end{vmatrix}=-7,\ A_{32}=-\begin{vmatrix}3 & 2\\ 1 & -1\end{vmatrix}=5,$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{vmatrix}=1,\ A_{23}=-\begin{vmatrix}3 & 1\\ -1 & 2\end{vmatrix}=-7,\ A_{33}=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-4.$$

Составляем: матрицу алгебраических дополнений и присоединенную матрицу

$$A^{*}=\begin{pmatrix}5 & 4 & 1\\ 7 & -7 & -7\\ 1 & 5 & -4\end{pmatrix},\ A^{*\mathrm{T}}=\begin{pmatrix}5 & 7 & 1\\ 4 & -7 & 5\\ 1 & -7 & -4\end{pmatrix}.$$

Записываем обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{21}\begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \\ 1 & -7 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение систем линейных уравнений

Пример

Решаем систему $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1850 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 2400. \\ 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 2950 \end{cases}$

По формулам Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix} = -10, \quad \Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 1850 & 2 & 3 \\ 2400 & 3 & 6 \\ 2950 & 4 & 7 \end{vmatrix} = -1500,$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 5 & 1850 & 3 \\ 2 & 2400 & 6 \\ 3 & 2950 & 7 \end{vmatrix} = -1000,$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1850 \\ 2 & 3 & 2400 \\ 3 & 4 & 2950 \end{vmatrix} = -3000.$$

Вычисляем значения переменных:

$$x_1 = \frac{1500}{10} = 150, \quad x_2 = \frac{1000}{10} = 100, \quad x_3 = \frac{3000}{10} = 300.$$

Решаем методом обратной матрицы.

Так как $\Delta_A = -10 \neq 0,$ то обратная матрица существует и равна $A^{-1} = -\dfrac{1}{10}\begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ 4 & 26 & -24 \\ -1 & -14 & 11 \end{pmatrix}$. Тогда $B = \begin{pmatrix} 1850 \\ 2400 \\ 2950 \end{pmatrix}$.

Получаем

$$X = -\frac{1}{10}\begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ 4 & 26 & 24 \\ -1 & -14 & 11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1850 \\ 2400 \\ 2950 \end{pmatrix} = -\frac{1}{10}\begin{pmatrix} -1500 \\ -1000 \\ -3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \\ 100 \\ 300 \end{pmatrix}.$$

Решаем систему методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 3 & 1850 \\ 2 & 3 & 6 & 2400 \\ 3 & 4 & 7 & 2950 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot(-2) \quad \cdot(-3) \\ \cdot 5 \quad + \\ \quad \end{array} \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 3 & 1850 \\ 0 & 11 & 24 & 8300 \\ 0 & 14 & 26 & 9200 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \cdot(-14) \quad + \\ \cdot 11 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 3 & 1850 \\ 0 & 11 & 24 & 8300 \\ 0 & 0 & 50 & 15000 \end{array}\right).$$

Из третьей строки находим $x_3 = 300$, из второй – $x_2 = 100$, из первой – $x_1 = 150$.

Разложение вектора по базису

Пример

В базисе $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ заданы векторы $\bar{b} = (11;-6;5)$,

$\overline{a}_1 = (3;-2;1)$, $\overline{a}_2 = (-1;1;-2)$, $\overline{a}_3 = (2;1;-3)$. Найти разложение вектора $\overline{b}$ по базису $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$.

Решение

Так как $\overline{a_1 a_2 a_3} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 8 \neq 0$,

то данные векторы образуют базис.

Записываем условие $\overline{b} = x_1\overline{a}_1 + x_2\overline{a}_2 + x_3\overline{a}_3$.

Составляем систему по равенству координат векторов

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 5 \end{cases}$$

решение которой $x_1 = 2$, $x_2 = -3$, $x_3 = 1$.

Записываем разложение по базису $\overline{b} = 2\overline{a}_1 - 3\overline{a}_2 + \overline{a}_3$.

Задачи на модель Леонтьева

Пример

Данные баланса двух отраслей сельского хозяйства за некоторый период времени представлены в табличном виде.

Таблица

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт	Валовой продукт
	Энергетика	Машиностроение		
Энергетика	100	400	300	800
Машиностроение	200	300	500	1000

Найти: 1. По новому вектору валового выпуска

$\overline{X}_1^* = \begin{pmatrix} 600 \\ 900 \end{pmatrix}$ новый вектор конечного потребления $\overline{Y}_1^*$. 2. По матрице прямых затрат A и новому вектору конечного потребления $\overline{Y}_2^*$ (в котором конечная продукция по первой отрасли увеличена на треть, а по второй на 20%) новый вектор валового выпуска $\overline{X}_2^*$.

Решение

Вычисляем коэффициенты прямых затрат:

$$a_{11} = \frac{100}{800} = 0{,}125; \quad a_{12} = \frac{400}{1000} = 0{,}4;$$

$$a_{21} = \frac{200}{800} = 0{,}25; \quad a_{22} = \frac{300}{1000} = 0{,}3.$$

Составляем матрицу прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0{,}125 & 0{,}4 \\ 0{,}25 & 0{,}3 \end{pmatrix}$, которая продуктивна, так как

$$\max\{0{,}125 + 0{,}25; 0{,}4 + 0{,}3\} = 0{,}7 < 1.$$

1. Вычисляем $(E - A) = \begin{pmatrix} 0{,}875 & -0{,}4 \\ -0{,}25 & 0{,}7 \end{pmatrix}$.

Находим вектор конечного потребления

$$\overline{Y}_1^* = \begin{pmatrix} 0{,}875 & -0{,}4 \\ -0{,}25 & 0{,}7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 600 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 165 \\ 480 \end{pmatrix}.$$

2. В случае заданного увеличения конечного потребления новый вектор конечного продукта имеет вид

$$\overline{Y}_2^* = \begin{pmatrix} 400 \\ 600 \end{pmatrix}.$$

Вычисляем матрицу полных затрат

$$S = (E - A)^{-1} = \frac{1}{0{,}5125} \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}4 \\ 0{,}25 & 0{,}875 \end{pmatrix}.$$

Находим новый вектор валового выпуска $\overline{X}_2^*$

$$\overline{X}_2^* = \frac{1}{0{,}5125} \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}4 \\ 0{,}25 & 0{,}875 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 400 \\ 600 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1014{,}6 \\ 1219{,}5 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, увеличение валового продукта по первой отрасли составит 26,8 %, а по второй − 21,95%.

Задачи аналитической геометрии

Пример

Найти длину отрезка *AB* и координаты точки *C*, которая делит его в соотношении $\lambda = -\frac{3}{2}$, если $A(-4;\ 16)$, $B(2;\ 12)$.

Решение

Расстояние между точками *A* и *B* равно

$$|AB| = \sqrt{(2+4)^2 + (12-16)^2} = 2\sqrt{13}.$$

Координаты точки *C* находим по формуле (6.2)

$$x_c = \frac{-4 + \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 2}{1 - \frac{3}{2}} = 14, \quad y_c = \frac{16 + \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 12}{1 - \frac{3}{2}} = 4$$

Таким образом, координаты точки $C(14; 4)$.

Пример

Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(1; 5)$ и точку пересечения прямых $2x - y + 7 = 0$ и $3x + 4y - 6 = 0$ и представить его во всех формах записи. Найти угол между заданными прямыми, а также расстояние от точки A до второй из этих прямых.

Решение

Находим точку B пересечения прямых из системы уравнений

$$\begin{cases} 2x - y + 7 = 0 \\ 3x + 4y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-2;3).$$

Составляем уравнение прямой AB, проходящей через две заданные точки $\dfrac{y-5}{3-5} = \dfrac{x-1}{-2-1}$.

После преобразований получаем уравнения прямой:

$y - 5 = \dfrac{2}{3}(x-1)$ проходящей через точку в заданном направлении;

$y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{13}{2}$ с угловым коэффициентом, $k = \dfrac{2}{3}$;

$2x - 3y + 13 = 0$ в общем виде;

$\dfrac{x}{-13/2} + \dfrac{y}{13/3} = 1$ в отрезках на осях.

$\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{1} = 1$, где $a = 1, b = 1$.

Вычисляем угловые коэффициенты заданных прямых $k_1 = 2$ и $k_2 = -\frac{3}{4}$. Величину угла между ними можно найти из равенства

$$\mathrm{tg}\varphi = \left|\frac{2+3/4}{1-2\cdot 3/4}\right| = 3.$$

Вычисляем расстояние от точки *A* до второй прямой

$$d = \frac{|1\cdot 3+5\cdot 4-6|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{17}{5}.$$

Пример

Привести к каноническому виду уравнение прямой

$$\begin{cases} 5x-2y+3z-9=0 \\ -3x+4y-7z+11=0. \end{cases}$$

Решение

Определяем какую-либо точку на прямой. Принимаем значение $z = 0$. Решая систему

$$\begin{cases} 5x-2y-9=0 \\ -3x+4y+11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2, \end{cases}$$ получаем точку $M_0(1;-2;0)$.

Вычисляем координаты направляющего вектора

$$\bar{S} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 5 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & -7 \end{vmatrix} = 2\bar{i} + 26\bar{j} + 14\bar{k}.$$

Составляем уравнение прямой

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{26}=\frac{z}{14} \text{ или } \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{13}=\frac{z}{7}.$$

Пример

На конвейерной линии заполняют упаковки с соками-нектарами трех видов, используя два основных ингредиента

Таблица

Расход ингредиентов по видам соков, л/мин			Общий расход ингредиентов, л/мин
1	2	3	
0,6	0,9	1,2	27
0,6	0,6	0,9	21

Найти количество упаковок, заполняемых за минуту.

Решение

Пусть x, y, z – количество упаковок соков трех видов. Соотношения баланса имеют вид системы двух уравнений с тремя неизвестными, решение которой – уравнение прямой в пространстве

$$\begin{cases} 0{,}6x+0{,}9y+1{,}2z=27 \\ 0{,}6x+0{,}6y+0{,}9z=21 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x-15}{1}=\frac{y-20}{2}=\frac{z}{-2}.$$

Пример

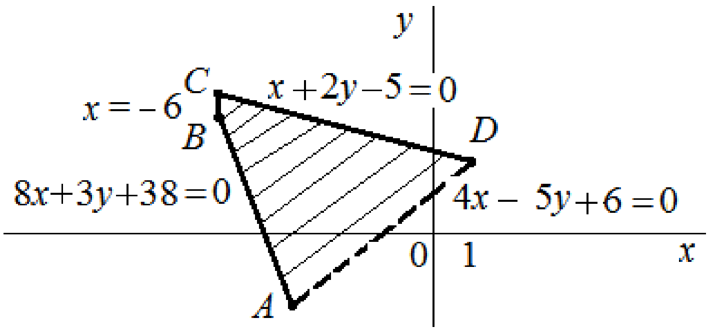
Построить область решения системы неравенств

$$\begin{cases} 4x - 5y + 6 < 0 \\ 8x + 3y + 38 \geq 0 \\ x + 2y - 5 \leq 0 \\ x \geq -6. \end{cases}$$

Решение

Решая совместно каждую пару уравнений, соответствующих неравенствам, находим координаты точек пересечения $A(-4;-2)$, $B(-6;\ 10/3)$, $C(-6;\ 11/3)$, $D(1;\ 2)$.

Строим на плоскости $x0y$ прямые и наносим точки их пересечения



Рисунок

Подставляя в каждое из уравнений координаты точки 0(0; 0), определяем соответствие полученных знаков знакам неравенств.

Областью решений является часть плоскости внутри построенного четырехугольника и три его стороны AB, BC и CD.

Сторона AD в область решений не входит, так как ей соответствует строгое неравенство.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задача 1. Найти: 1) $3A+4B$; 2) $5B-2A$.

1. $A=\begin{pmatrix}4 & -1 & 3\\ 0 & 2 & 2\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -2 & 1\\ 4 & 1 & 0\\ 0 & 3 & 2\end{pmatrix}$.

2. $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

3. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 0 & -3 & 4\\ 1 & 2 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & 1\\ 2 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & -1 & 1\\ 3 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

5. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & -1 & 0\\ 0 & 5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

6 . $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ -1 & 4 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & -2\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

7. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 2 & -1 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -2\\ -1 & 1 & 3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

8. $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 2 & -1 & 0\\ -1 & 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & 0 & 3\\ 1 & 1 & -2\end{pmatrix}$.

9. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ -2 & 0 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 3\\ 1 & 2 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

10. $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 1\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$, **11.** $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -2 & -1 & 3\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$, **12.** $A=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 1\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 3 & 2\end{pmatrix}$,

$B=\begin{pmatrix}0 & -2 & 3\\ -1 & -1 & 0\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ 1 & 2 & 0\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

13. $A=\begin{pmatrix}0 & -2 & 1\\ -3 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$, **14.** $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 3\\ 2 & -1 & 1\\ -1 & 3 & 0\end{pmatrix}$, 1**5.** $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 3 & 5\end{pmatrix}$,

$B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 3\\ -1 & 2 & -2\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}0 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 2\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}0 & 2 & 0\\ 1 & 1 & -2\\ 0 & -3 & 1\end{pmatrix}$.

16. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 4\end{pmatrix}$, **17.** $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & -1 & -1\\ 2 & 0 & 2\end{pmatrix}$, **18.** $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ 2 & -1 & 0\\ 1 & 1 & -3\end{pmatrix}$,

$B=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & -1 & 3\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & -2 & 3\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$.

19. $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ -1 & -1 & 3\\ -2 & 1 & 0\end{pmatrix}$, **20.** $A=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 1\\ 0 & -1 & 2\\ 4 & 0 & 1\end{pmatrix}$,

$$B=\begin{pmatrix}-2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}. \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & -3 & 1\\ -2 & 2 & 4\end{pmatrix}.$$

Задача 2. Решить систему линейных уравнений: 1) по формулам Крамера; 2) методом обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

1. $\begin{cases} x-y+2z=3\\ 2x+y-z=1\\ 3x-2y-3z=5. \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} 2x+3y+z=7\\ x-2y-3z=0\\ 3x+y-4z=7. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 5x-2y-2z=3\\ 3x-y+z=0\\ x+2y+4z=1. \end{cases}$ **4.** $\begin{cases} 2x+y-z=-3\\ x-y+z=0\\ 3x-y+2z=-1. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x-2y-4z=3\\ x+2y+5z=0\\ 6x-3y-z=1. \end{cases}$ **6.** $\begin{cases} x+2y+z=3\\ 2x-3y-z=0\\ 5x+4y+2z=1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x+2y+z=1\\ 2x+y-z=-1\\ 3x+2y=0. \end{cases}$ **8.** $\begin{cases} x+2y-z=-1\\ 3x-4y+2z=7\\ 4x+3y-2z=0. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x+y-3z=0 \\ 3x+2y+2z=-1 \\ x-y+5z=-2. \end{cases}$ **10.** $\begin{cases} x-y+3z=-4 \\ 2x+y+z=0 \\ x-3y-4z=1. \end{cases}$

11. $\begin{cases} 2x+3y+3z=1 \\ x+y-4z=0 \\ 4x+5y-3z=1. \end{cases}$ **12.** $\begin{cases} 2x+4y-3z=2 \\ x+y+2z=0 \\ 3x-2y+z=-5. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x+y-2z=0 \\ 3x-y+z=-4 \\ 2x+3y-2z=1. \end{cases}$ **14.** $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ 2x-3y-z=-7 \\ 4x+y-2z=0. \end{cases}$

15. $\begin{cases} 4x-y+3z=1 \\ 3x+2y+4z=8 \\ 2x-2y+4z=0. \end{cases}$ **16.** $\begin{cases} x-y-2z=4 \\ 2x+y+z=0 \\ 4x+2y-2z=4. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x+2y+z=1 \\ 2x-y-z=-3 \\ 3x+3y+z=0. \end{cases}$ **18.** $\begin{cases} x-y+2z=-3 \\ 2x+3y+3z=0 \\ 4x+2y+z=1. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x+y-3z=0 \\ 3x+y+2z=2 \\ 2x-y-3z=3. \end{cases}$ **20.** $\begin{cases} x-2y-z=0 \\ 2x+3y+z=-3 \\ 3x-y-2z=-1. \end{cases}$

Задача 3. Бивалютная корзина стоимостью c_1 руб. на 55% состоит из долларов и на 45% из евро.

Если корзина будет состоять на 55% из евро и на 45% из долларов, то ее стоимость составит c_2 руб.

Найти: 1) курсы валют; 2) отношения курсов валют; 3) сравнить с текущими курсами валют.

№	c_1	c_2	№	c_1	c_2
1	65,54	66,26	**11**	64,685	65,415
2	66,295	67,005	**12**	66,155	67,145
3	66,505	67,395	**13**	65,855	66,645
4	64,605	65,295	**14**	64,345	65,155
5	67,43	68,37	**15**	67,385	68,115
6	68,44	69,36	**16**	64,965	65,735
7	66,795	67,705	**17**	65,085	66,015
8	66,165	67,135	**18**	65,225	65,875
9	69,205	70,095	**19**	67,205	68,095
10	65,955	66,745	**20**	64,505	65,395

Задача 4. Доказать, что векторы $\overline{a}_1$, $\overline{a}_2$ и $\overline{a}_3$ образуют базис и разложить по этому базису вектор $\overline{b}$.

	$\boldsymbol{a}_1$	$\boldsymbol{a}_2$	$\boldsymbol{a}_3$	$\boldsymbol{b}$
1.	(1;2;2)	(–3;1;–1)	(–1;1;–3)	(1;–7;5)
2.	(3;1;2)	(1;–2;3)	(2;–1;2)	(–4;–1;0)
3.	(1;2;4)	(2;–3;1)	(–3;–1;–2)	(1;–7;0)
4.	(2;1;1)	(3;2;–1)	(–1;3;–2)	(2;0;6)
5.	(3;2;5)	(–2;1;–1)	(2;–1;3)	(3;–5;4)
6.	(3;1;5)	(–1;2;3)	(4;3;2)	(2;7;8)
7.	(1;2;1)	(5;1;–4)	(–1;–2;1)	(–1;7;0)
8.	(2;1;4)	(–1;–2;3)	(3;–5;–2)	(1;–9;4)
9.	(2;1;1)	(–3;1;–2)	(3;–2;3)	(0;–7;3)
10.	(3;2;1)	(–3;1;–2)	(2;–3;5)	(–4;–1;1)
11.	(3;1;2)	(2;–1;2)	(–1;2;1)	(3;–4;4)
12.	(1;2;1)	(1;3;–2)	(–2;1;–1)	(1;0;7)
13.	(4;3;2)	(–1;2;–2)	(3;4;4)	(1;8;0)
14.	(2;1;3)	(–3;1;–2)	(1;–2;6)	(3;4;0)
15.	(1;3;2)	(2;1;–1)	(–4;–3;5)	(0;–1;3)
16.	(2;3;1)	(–3;1;–2)	(–5;–2;1)	(1;–4;5)
17.	(1;2;2)	(–3;1;–1)	(1;3;–2)	(2;3;8)
18.	(1;3;1)	(1;2;–1)	(–3;2;5)	(0;–1;–2)
19.	(4;3;1)	(3;1;–2)	(–2;1;–3)	(–1;3;8)
20.	(2;1;3)	(3;–1;5)	(–1;3;1)	(2;–4;4)

Задача 5. Данные баланса двух отраслей за некоторый период представлены в табличном виде. Найти: 1) по плановому объему выпуска $\overline{X}_1^*$ конечное потребление $\overline{Y}_1^*$; 2) по плановому конечному потреблению $\overline{Y}_2^*$ новый объем выпуска $\overline{X}_2^*$.

1.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	250	200	200	650	750	180
2	100	100	200	400	550	210

2.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	50	300	550	650	240
2	150	200	100	450	500	120

3.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	50	300	550	600	260
2	300	100	200	600	700	180

4.

Про-из-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Вало-вой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	250	600	1050	1100	520
2	250	100	100	450	550	140

5.

Произ-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Вало-вой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	50	200	450	500	170
2	150	400	350	900	1000	320

6.

Произ-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Вало-вой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	50	200	450	500	160
2	100	100	300	500	650	250

7.

Про-из-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Вало-вой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	400	300	400	1100	1150	360
2	100	100	100	300	400	80

8.

Про-из-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	100	400	700	800	330
2	500	100	200	800	900	180

9.

Произ-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	400	400	1000	1150	380
2	300	150	500	950	1000	460

10.

Про-из-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Вало-вой вы-пуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	300	200	500	1000	1050	450
2	100	100	100	300	400	90

11.

Произ-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	250	150	400	800	950	320
2	150	100	200	450	550	190

12.

Произ-Вод-ство	Потребле-ние		Конеч-ный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	100	150	100	350	450	80
2	150	100	200	450	500	170

13.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	350	300	850	950	260
2	400	100	200	700	800	140

14.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	400	300	300	1000	1100	270
2	300	100	200	600	750	180

15.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	150	400	750	850	340
2	400	100	100	600	700	90

16.

Производство	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
	1	2				
1	200	50	300	550	600	250
2	500	100	200	800	900	170

17.

Производство	Потребление 1	Потребление 2	Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
1	200	50	400	650	750	320
2	100	100	100	300	350	80

18.

Производство	Потребление 1	Потребление 2	Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
1	100	200	300	600	700	250
2	200	100	100	400	450	120

19.

Производство	Потребление 1	Потребление 2	Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
1	100	100	200	400	550	150
2	100	50	300	450	550	290

20.

Производство	Потребление 1	Потребление 2	Конечный продукт	Валовой выпуск	$\overline{X}_1^*$	$\overline{Y}_2^*$
1	100	200	300	600	650	240
2	200	350	200	750	850	170

Задача 6. Территория спортивного комплекса имеет форму треугольника с вершинами *A, B* и *C* (сотни метров).

Для технико-экономических расчетов найти: 1) длину периметра; 2) координаты центрального входа (делит сторону *AB* в отношении $\lambda = \frac{3}{4}$); 3) уравнения сторон ограждения;4) уравнение и длину центральной дороги (высота *CH*); 5) уравнение дополнительной дороги (медиана *AM*); 6) координаты точки *P* установки флагштоков (пересечение медианы *AM* и высоты *CH*); 7) уравнение дороги, проходящей к дополнительному входу *C* параллельно границе *AB*; 8) уравнение трассы кросса (часть окружности, для которой граница *BM* является диаметром); 9) площадь территории комплекса; 10) систему неравенств, определяющих границы и внутреннюю площадь комплекса.

1. $A(-5;0)$, $B(7;9)$, $C(5;-5)$. **2**. $A(-7;-2)$, $B(5;-11)$, $C(9;11)$.

3. $A(-7;2)$, $B(5;11)$, $C(3;-3)$. **4**. $A(-4;8)$, $B(7;-1)$, $C(12;21)$.

5. $A(-5;-3)$, $B(7;6)$, $C(5;-6)$. **6**. $A(-11;0)$, $B(1;-9)$, $C(5;13)$.

7. $A(-5;-1)$, $B(7;8)$, $C(5;-6)$. **8**. $A(-7;12)$, $B(5;3)$, $C(9;25)$.

9. $A(-4;0)$, $B(8;9)$, $C(6;-5)$. **10**. $A(3;5)$, $B(15;-4)$, $C(19;18)$.

11. $A(5;4)$, $B(17;13)$, $C(15;-1)$. **12**. $A(-4;9)$, $B(8;2)$, $C(12;24)$.

13. $A(-5;2)$, $B(7;11)$, $C(5;-3)$. **14**. $A(1;0)$, $B(13;-9)$, $C(17;13)$.

15. $A(1;-1)$, $B(13;8)$, $C(11;-6)$. **16**. $A(-5;9)$, $B(7;0)$, $C(11;22)$.

17. $A(2;5)$, $B(14;14)$, $C(12;0)$. **18**. $A(7;10)$, $B(19;1)$, $C(23;23)$.

19. $A(-5;2)$, $B(7;11)$, $C(5;-3)$. **20**. $A(2;7)$, $B(14;-2)$, $C(18;20)$.

Задача 7. Найти точку перезагрузки для экономичной перевозки двумя видами транспорта на расстояния s (сотни км), если определены издержки C_1 и C_2 (ден. ед.).

1. $C_1 = 35s + 120$, $C_2 = 45s + 80$.
2. $C_1 = 30s + 100$, $C_2 = 40s + 80$.
3. $C_1 = 25s + 90$, $C_2 = 35s + 70$.
4. $C_1 = 30s + 125$, $C_2 = 45s + 95$.
5. $C_1 = 25s + 115$, $C_2 = 35s + 85$.
6. $C_1 = 20s + 90$, $C_2 = 30s + 50$.
7. $C_1 = 22s + 100$, $C_2 = 32s + 80$.
8. $C_1 = 22s + 95$, $C_2 = 27s + 80$.
9. $C_1 = 23s + 110$, $C_2 = 33s + 90$.
10. $C_1 = 26s + 110$, $C_2 = 36s + 80$.
11. $C_1 = 14s + 120$, $C_2 = 29s + 90$.
12. $C_1 = 18s + 105$, $C_2 = 38s + 65$.
13. $C_1 = 16s + 105$, $C_2 = 31s + 75$.
14. $C_1 = 24s + 100$, $C_2 = 34s + 80$.
15. $C_1 = 21s + 125$, $C_2 = 28s + 90$.
16. $C_1 = 20s + 75$, $C_2 = 25s + 50$.
17. $C_1 = 14s + 90$, $C_2 = 19s + 70$.
18. $C_1 = 16s + 100$, $C_2 = 24s + 76$.
19. $C_1 = 19s + 110$, $C_2 = 25s + 80$.
20. $C_1 = 24s + 105$, $C_2 = 39s + 70$.

Задача 8. Составить уравнение линейной зависимости, отражающей баланс расходов ресурсов на производство продукции.

Норма на производство единицы продукции	Вид продукции			Расход в сутки
	1	2	3	
Электроэнергия, кВт	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
Трудовые ресурсы, ед.	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2

	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_1	b_2
1.	1	3	2	2	2	3	120	100
2.	3	2	5	1	4	2	140	80
3.	2	1	5	3	4	2	90	130
4.	4	3	3	2	1	2	100	80
5.	4	1	5	2	3	2	140	120
6.	3	2	4	7	4	8	120	160
7.	5	2	3	3	4	2	150	130
8.	6	3	5	4	2	1	160	120
9.	4	6	3	3	2	5	140	130
10.	2	4	6	5	3	7	150	140
11.	3	1	5	2	4	6	140	130
12.	4	2	6	3	1	5	150	120
13.	5	3	1	4	2	6	160	170
14.	4	5	2	2	3	1	90	80
15.	6	2	7	2	3	4	180	140
16.	5	4	1	2	3	4	150	120
17.	4	3	6	5	2	8	160	140
18.	2	1	6	5	3	9	130	180
19.	6	2	5	4	3	2	160	140
20.	4	6	8	5	3	4	170	150

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линейная алгебра. Сборник тестов. 2018 [Электронный ресурс]. Петунина И.А., Кондратенко Л.Н. [Портал КубГАУ, ЭУМ] Режим доступа: https://edu.kubsau.ru/file.php/111/Lineinaja_algebra_366312_v1_.pdf

2. Михалев А.А. Алгебра матриц и линейные пространства [Электронный ресурс]/ А.А. Михалев, А.В. Михалев − Электрон. текстовые данные. − М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. − 145 с. − Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/52180.html. − ЭБС «IPRbooks»

3. Петунина И.А. Линейная алгебра. Учебное пособие для студентов заочной формы обучения направления 38.03.01 Экономика [Электронный ресурс] / И. А.Петунина, Л.Н. Кондратенко. - Краснодар: ООО «ПринтТерра», 2016 - 103 с. [Портал КубГАУ, ЭУМ]Режим доступа: https://edu.kubsau.ru/file.php/111/01_LINEINAJA_ALGEBRA.pdf

4. Петунина И.А. Математическое моделирование в задачах экономики. Учебное пособие / И.А. Петунина, И.В. Соколова. Краснодар: КубГАУ, 2015 - 164 с.

5. Петунина И.А. Дидактическое обоснование содержания тестов по линейной алгебре для студентов направления «Экономика» / И.А. Петунина, Л.Н. Кондратенко. В сборнике: ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ: ОПЫТ И СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ. Сборник статей по материалам учебно-методической конференции. Краснодар: КубГАУ, 2017. С. 96-97.

6. Петунина И.А. Дидактика проведения тестового контроля знаний по линейной алгебре для студентов экономических специальностей / И.А. Петунина, Л.Н. Кондратенко. В сборнике: РЕГИОНАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЫНОЧНЫХ СОЦИАЛЬНО_ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ (СТРУКТУР)

И ИХ ПРАВОВОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ материалы VIII Международной научно-практической конференции. 2017. С. 408-411.

7. Элементы линейной алгебры: Учебное пособие / Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Жукова В.А. – Ставрополь: Сервисшкола, 2017. – 88 с.: ISBN – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/976992 – ЭБС «Znanium»