

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кубанский государственный аграрный университет
имени И. Т. Трубилина»

ФАКУЛЬТЕТ ЗЕМЛЕУСТРОИТЕЛЬНЫЙ

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

(часть I)

Методические указания

для контактной и самостоятельной работы обучающихся
по направлению 38.03.01 Экономика

Краснодар
КубГАУ
2021

Составители: И. В. Ариничева, И. А. Петунина

Математика (часть 1) : метод. указания по выполнению самостоятельной работы / сост. И. В. Ариничева, И. А. Петунина. – Краснодар : КубГАУ, 2021. – 88 с.

Методические указания по дисциплине «Математика» включают перечень вопросов по основным разделам и темам, задания для самостоятельного выполнения, тесты и задания расчетно-графических работ.

Предназначены для обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 Экономика.

Рассмотрено и одобрено методической комиссией экономического факультета Кубанского госагроуниверситета, протокол № 11 от 18.06.2021.

Председатель
методической комиссии

О. А. Герасименко

© Ариничева И. В., 2021
© ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный аграрный
университет имени
И. Т. Трубилина», 2021

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование комплекса основных теоретических и практических знаний по разделам линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.

Задачи дисциплины:

- изучение теоретических основ математических разделов для понимания других математических и нематематических дисциплин;
- формирование знаний относительно основных методов вычислений и алгоритмов решений математических задач;
- сформировать умение и навыки работы с математическим аппаратом для решения прикладных задач в экономической и управленческой деятельности, а также поддержки принятия управленческих решений.

ТЕМА1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Матрицы

Контрольные вопросы

1. Что такое матрица?
2. Назовите виды матриц.
3. Какие матрицы называются равными?
4. Дайте определения главной и побочной диагоналей.
5. Какие операции над матрицами называются линейными?
6. Как найти сумму матриц?
7. Как умножить матрицу на число?
8. Как найти произведение матриц?
9. Условие существования произведения матриц?
10. Дайте определение транспонирования матриц.

Упражнения

1. Определить размер матриц:

$$A = (1 \ 2 \ 4 \ 9), B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 4 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{pmatrix}, C = (9).$$

2. Привести матрицу к ступенчатому виду и вычислить ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Выполнить действия с матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \\ 4 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислить значение многочлена $f(x)$ от матрицы A , где

$$f(x) = x^2 - 5x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -10 & 9 \end{pmatrix}.$$

Определители

Контрольные вопросы

1. Что такое определитель матрицы?
2. Как вычислить определитель любого порядка?
3. Для каких определителей используется правило Саррюса?
4. Как найти минор элемента?
5. Как найти алгебраическое дополнение элемента?
6. Перечислите свойства определителей?
7. Что такое обратная матрица?
8. Как вычислить обратную матрицу?
9. Что такое ранг матрицы?
10. Перечислите эквивалентные преобразования матрицы.

Упражнения

1. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, найти A^{-1} .

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

4. Определить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислить определитель 3-го порядка, используя метод Саррюса (или метод треугольников) и метод разложения по минорам какого-нибудь ряда:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Методы решения систем линейных уравнений

Контрольные вопросы

1. Что такое система линейных уравнений?
2. Что такое основная матрица системы уравнений?
3. Что такое расширенная матрица системы уравнений?
4. Как записать систему уравнений в матричной форме?
5. Что называется решением системы уравнений?
6. Какая система уравнений называется совместной?
7. Какая система уравнений называется несовместной?
8. Какая система уравнений называется определенной?
9. О чем говорится в критерии совместности системы уравнений?
10. Перечислите эквивалентные преобразования системы.

Упражнения

1. Решить систему уравнений методами Крамера, Гаусса и

матричным:
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}.$$

2. Проверить совместность системы по теореме Кронекера-Капелли и решить ее, если она совместна:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Определители и их приложения.
2. Приложения матриц в управленческих моделях.
3. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.
4. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений.
5. Приложения линейной алгебры в задачах менеджмента.
6. История создания алгебры матриц.

Реферат – это краткое изложение в письменном виде содержания и результатов индивидуальной учебно-исследовательской деятельности, имеет регламентированную структуру, содержание и оформление.

Реферат должен включать следующие части, отвечающие определенным требованиям:

1. Краткое содержание, в котором необходимо:
 - четко определить тему и предмет исследования или основные тезисы;
 - кратко описать структуру и логику развития материала;
 - сформулировать основные выводы.
2. Основная часть реферата содержит основные положения и аргументацию.
3. Заключение.
В нем следует:
 - четко выделить результаты исследования и полученные выводы;
 - обозначить вопросы, которые не были решены, и новые вопросы, появившиеся в процессе исследования.
4. Библиография.

Алгоритм выполнения задания:

1. Сформулировать предмет анализа в реферате или исходные тезисы.

2. Правильно подобрать и эффективно использовать необходимые источники (желательно, чтобы в их число входили первоисточники).

3. Критически проанализировать различные факты и оценить их интерпретацию.

4. Сформулировать собственные суждения и оценки, основанные на свидетельствах и тщательном изучении источника.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Частные типы матриц.

2. Свойства определителей.

3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Тестовые задания.

1. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Ее определитель равен...

1. 5

2. 9

3. 11

4. -5

2. Диагональная матрица – это ...

а) Матрица, у которой отличны от нуля лишь элементы главной диагонали;

б) Квадратная матрица, у которой отличны от нуля лишь элементы главной диагонали;

с) Матрица, у которой отличны от нуля лишь элементы побочной диагонали.

3. Определитель – это ...

а) Число, которое ставится в соответствие матрице и вычисляется по определенному правилу;

б) таблица;

с) произведение матриц;

д) интеграл.

4. Произведение матриц – это ...

а) определитель;

- b) матрица;
- c) число;
- d) переменная.

5. Система уравнений совместна – когда...

- a) имеет решение;
- b) не имеет решений;
- c) определена;
- d) не определена.

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: исследование совместности системы линейных алгебраических уравнений.

ТЕМА 2 ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Понятие вектора

Контрольные вопросы

1. Что такое вектор?
2. Что такое векторное пространство?
3. Какие векторы называются равными?
4. Перечислите операции над векторами.
5. Что такое скалярное произведение векторов?
6. Что такое векторное произведение векторов?
7. Что такое смешанное произведение векторов?
8. Дайте определение проекции вектора.
9. Какая система векторов называется линейно зависимой?
10. В чем состоит геометрический смысл линейной зависимости векторов?
11. Дайте определение базиса и ранга системы векторов.

Упражнения

1. Коллинеарные ли векторы \vec{c}_1 и \vec{c}_2 , разложенные по векторам \vec{a} и \vec{b} , где $\vec{c}_1 = 5\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{c}_2 = 4\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} = \{2; -1; 5\}$, $\vec{b} = \{7; 1; -3\}$.

2. Перпендикулярны ли векторы $\vec{a} = \{-7; 1; 2\}, \vec{b} = \{3; 2; -1\}$?
3. Компланарны ли векторы $\vec{a} = \{-1; 2; -1\}, \vec{b} = \{0; 2; 1\}, \vec{c} = \{2; 0; 3\}$?
4. Найти угол между векторами \vec{AB}, \vec{AC} , где $A(2; 1; 3), B(3; 1; 4), C(2; 5; 3)$.
5. Даны точки: $A(1; 0; -1), B(0; 1; 3), C(2; 0; 1)$.

Найти:

1. $\text{пр}_{\vec{BC}} \vec{AB}$;
2. $\text{пр}_{(\vec{AB} + \vec{CB})} (2\vec{AC} + 3\vec{CB})$;
3. $|\vec{AB} + 4\vec{BC}|$;
4. $\angle(\vec{AB} - \vec{CB}, \vec{AB})$;
5. (\vec{AB}, \vec{BC}) ;
6. $((\vec{AB} + 4\vec{BC}), (\vec{BA} - \vec{AC}))$;
7. $[\vec{AB}, \vec{BC}]$;
8. $[(\vec{AB} + 2\vec{BC}), (\vec{CB} - \vec{AB})]$;
9. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{AC}$;
10. $[[(\vec{AB} + \vec{BC}), \vec{BC}], \vec{AC}]$;
11. $(\vec{AB}, \vec{BC}) \cdot \vec{BC}$;
12. орт вектора \vec{AB} .

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Приложения векторной алгебры в задачах управления.
2. Приложения понятия скалярного произведения векторов в управленческих и экономических моделях.
3. История создания векторной алгебры.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Векторное пространство.
4. Линейная зависимость векторов.
5. Действия над векторами в координатной и векторной формах.

Тестовые задания.

Тест 1. Равенство векторов.

Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

1. Есть такая точка X на диагонали DB_1 , что $\vec{AX} = \vec{BC_1}$.
2. Нет вектора \vec{PQ} такого, что он коллинеарен векторам \vec{AK} и $\vec{C_1B}$, где точка K – середина ребра CC_1 .
3. Есть такая точка X на отрезке AD_1 и такая точка Y на отрезке DC_1 , что $\vec{XY} \parallel \vec{AC}$.
4. Если $\vec{AX} = \vec{BD_1}$, то точка X лежит на прямой C_1D_1 .
5. Для любой точки X в треугольнике CB_1D_1 найдётся точка Y в треугольнике BDA_1 такая, что $\vec{DY} = -\vec{B_1X}$.

Тест 2. Сложение и вычитание векторов

Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Вектор $\vec{B_1D}$ является:

1. суммой векторов $\vec{B_1A}$ и $\vec{B_1C}$;
2. суммой векторов \vec{BA} , \vec{BC} и $\vec{D_1D}$;
3. разностью векторов $\vec{AB_1} - \vec{AD}$;
4. разностью векторов $\vec{BA_1} - \vec{DA_1}$;
5. суммой векторов \vec{DX} и \vec{DY} , если точка X находится в грани ABA_1B_1 , а точка Y находится в грани CDC_1D_1 .

Тест 3. Линейные операции с векторами

Основанием пирамиды $PABCD$ является параллелограмм $ABCD$, точка O – точка пересечения его диагоналей.

Тогда:

1. $\frac{1}{2} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AD} = \vec{AO}$.
2. $\frac{1}{2} \vec{PA} - \frac{1}{2} \vec{PC} = \vec{PO}$.
3. $\vec{PA} + 2\vec{AO} = \vec{PC}$.
4. $2\vec{PA} + 2\vec{AB} + 3\vec{BP} = \vec{BP}$.
5. $\frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{CB} = \frac{1}{2} \vec{DB}$.

Тест 4. Координаты вектора по базису

Дан тетраэдр $OABC$. Сумма координат вектора по базису \vec{OA} , \vec{OB} и

\vec{OC} положительна, если это вектор :

1. \vec{BC} ;
2. \vec{AT} , где точка T - центроид треугольника OBC ;
3. \vec{KL} , где точка K - середина отрезка OA , а точка L - середина отрезка BC ;
4. \vec{OX} , где точка X - точка треугольника ABC ;
5. \vec{XY} , где точка X - точка треугольника OAC ; точка Y - точка треугольника OBC .

Тест 5. Умножение вектора на число

Точка X принадлежит тетраэдру $ABCD$, если:

1. $\vec{DX} = 2\vec{DA} + 0,5\vec{DB}$;
2. $\vec{BX} = 2\vec{BA} - 2\vec{BC} + 2\vec{CD}$;
3. $\vec{CX} = 0,5\vec{CB} - 0,5\vec{CD} + 0,5\vec{BA}$;
4. $\vec{AX} = 0,25\vec{AB} + 0,25\vec{AC} + 0,25\vec{AD}$;
5. $\vec{KX} = (1/3)\vec{DB} + (1/3)\vec{BC} - (1/3)\vec{DA}$, где точка K - середина ребра AD .

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: собственные векторы и собственные значения матриц.

ТЕМА 3 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Прямая на плоскости

Контрольные вопросы

1. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
2. Запишите уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
3. Запишите уравнение пучка прямых.

4. Запишите уравнение прямой, проходящей через две точки.
5. Запишите уравнение прямой в отрезках.
6. Как выглядит общее уравнение прямой?
7. Как определить угол между прямыми?
8. Условие параллельности прямых?
9. Условие перпендикулярности прямых?
10. Как определить расстояние от точки до прямой?

Упражнения

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $(1,2)$ и $(-2,3)$.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M = \{1,2\}$ параллельно прямой $x + 2y + 3 = 0$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M = \{1,2\}$ перпендикулярно прямой $x + 2y + 3 = 0$.
4. Две стороны квадрата лежат на прямых $3x + 4y + 22 = 0$ и $3x + 4y - 13 = 0$. Вычислить его площадь.
5. По известным координатам вершин треугольника $A(4,4)$, $B(-6,-1)$, $C(-2,-4)$ записать для его сторон уравнения в общем виде и уравнение в общем виде биссектрисы угла $\angle ABC$.
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1,2,3)$ параллельно плоскости xOz .
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки с координатами $M_0(1,-2,3)$, $M_1(-1,2,2)$, $M_2(-3,4,-5)$.
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через две точки $M_0(1,2,3)$, $M_1(4,-1,-3)$ перпендикулярно плоскости $x + y + z + 1 = 0$.

Кривые второго порядка

Контрольные вопросы

1. Что такое окружность?
2. Запишите уравнение окружности.
3. Дайте определение эллипса.

4. Запишите каноническое уравнение эллипса.
5. Что такое эксцентриситет?
6. Дайте определение гиперболы.
7. Запишите уравнение гиперболы.
8. Запишите уравнения асимптот гиперболы.
9. Дайте определение параболы.
10. Запишите каноническое уравнение параболы.

Упражнения

1. Найти координаты центра и радиус окружности, если ее уравнение задано в виде: $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0$.
2. Составить уравнение эллипса, если его фокусы $F_1(0; 0)$, $F_2(1; 1)$, большая ось равна 2.
3. Найти координаты фокусов, вершин и уравнения асимптот гиперболы $2x^2 - 9y^2 = 18$.
4. Вывести каноническое уравнение параболы, если известно, что ее вершина расположена в начале координат, она расположена симметрично оси Ox , и проходит через точку $(2,2)$.
5. Написать уравнение гиперболы, если ее фокусы находятся в точках $F_1(-2,0)$, $F_2(2,0)$, а длина ее действительной оси равна 1.
6. Вывести каноническое уравнение параболы, если известно, что ее вершина расположена в начале координат, она расположена симметрично оси Ox , и проходит через точку $(1,3)$.

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Приложения элементов аналитической геометрии в задачах управления.
2. Выпуклые множества.
3. История создания аналитической геометрии.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Геометрическое место точек.
6. Угловые точки выпуклых множеств.
7. Коллинеарность и компланарность прямых на плоскости.

Тестовые задания.

1. Луч света, пройдя через точку $A(2;3)$ под углом α к оси OX , отразился от нее и прошел через точку $B(-5;4)$. Найти угол α (рис. 1).

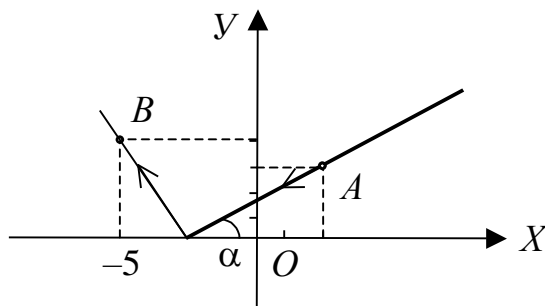


Рисунок 1

Варианты ответов:

- 1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4) $\frac{\pi}{6}$.

2. При каких значениях α и β прямая $(\alpha - \beta)x + (2\alpha + \beta)y - 1 = 0$ отсекает на оси OX отрезок, равный $\frac{1}{7}$, а оси OY – отрезок, равный $\frac{1}{2}$.

Варианты ответов:

- 1) $\alpha = -4, \beta = 3$; 2) $\alpha = 1, \beta = -2$;
3) $\alpha = 3, \beta = -4$; 4) $\alpha = 2, \beta = -1$.

3. Найти уравнение прямой l , проходящей через точку M пересечения прямых $x - 2y + 3 = 0$ и $2x + y + 5 = 0$, параллельно оси ординат.

Варианты ответов:

- 1) $4x + 7 = 0$; 2) $x - 4 = 0$;
3) $3x - 7 = 0$; 4) $5x + 13 = 0$.

4. Установите соответствие, при каких значениях α следующие пары прямых перпендикулярны.

- 1) $2x - 3y + 4 = 0$ и $\alpha x - 6y + 7 = 0$; а) $\alpha = -9$;
 2) $\alpha x - 4y + 1 = 0$ и $-2x + y + 2 = 0$; б) $\alpha = -2$;
 3) $4x + y - 6 = 0$ и $3x + \alpha y - 2 = 0$; в) $\alpha = -12$;
 4) $x - \alpha y + 5 = 0$ и $2x + 3y + 3 = 0$. д) $\alpha = \frac{2}{3}$.

5. Найти координаты точки M_2 , симметричной точке $M_1(-3;4)$ относительно прямой $l: 4x - y - 1 = 0$.

Варианты ответов:

- 1) $M_2(5;2)$; 2) $M_2(-2;1)$; 3) $M_2(1;-4)$; 4) $M_2(2;5)$.

6. Две стороны квадрата лежат на прямых $5x - 12y - 65 = 0$ и $5x - 12y + 26 = 0$. Найти площадь этого квадрата.

Варианты ответов:

- 1) $S = 50$; 2) $S = 49$; 3) $S = 16$; 4) $S = 36$.

7. Даны вершины треугольника $A(2;-2)$, $B(-6;2)$ и точка $K(1;2)$ пересечения его высот. Найти координаты третьей вершины C .

Варианты ответов:

- 1) $C(4;-1)$; 2) $C(-1;2)$; 3) $C(2;4)$; 4) $C(3;-1)$.

8. Найти координаты проекции точки $A(1;-3)$ на прямую

$$2x - y + 5 = 0.$$

Варианты ответов:

- 1) $C(1;3)$; 2) $C(-3;-1)$; 3) $C(-2;-1)$; 4) $C(3;-1)$.

9. Найти уравнения прямых l_3 и l_4 , на которых лежат биссектрисы углов между прямыми $l_1: 3x - 4y + 12 = 0$ и $l_2: 5x + 12y - 2 = 0$ (рис. 2).

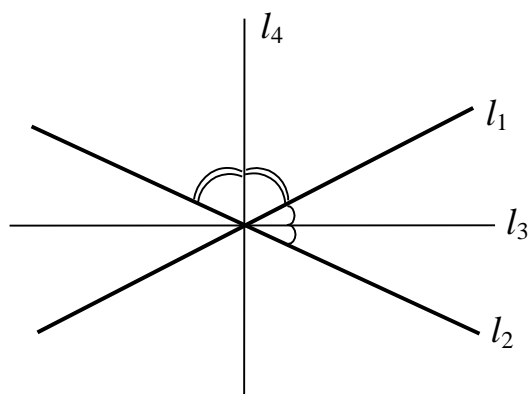


Рисунок 2

Варианты ответов:

1) $l_3: 7x - 56y + 83 = 0;$

2) $l_3: 6x - 5y + 13 = 0;$

$l_4: 3x + 4y + 7 = 0;$

$l_4: 15x + 4y + 27 = 0;$

3) $l_3: 7x - 56y + 83 = 0;$

4) $l_3: 6x - 5y + 13 = 0;$

$l_4: 32x + 4y + 73 = 0.$

$l_4: 32x + 4y + 73 = 0.$

10. Даны смежные вершины квадрата: $A(1;4)$ и $B(4;5)$. Найти координаты двух других вершин C, D и C', D' (рис. 3).

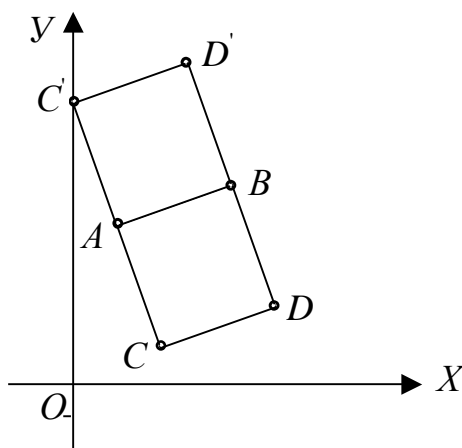


Рисунок 3

- 1) $C(0;5), D(4;9);$ 2) $C(0;7), D(3;8);$ 3) $C(0;6), D(2;7);$ 4) $C(0;5), D(2;9);$
 $C'(3;1), D'(6;2).$ $C'(2;1), D'(5;2).$ $C'(3;2), D'(6;3).$ $C'(2;3), D'(3;2).$

11. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси Ox , симметрично относительно начала координат, если большая ось равна 20, а эксцентриситет $\varepsilon = 0,6$.

Варианты ответов:

а) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$; б) $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{8} = 1$; в) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{8} = 1$; г) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{64} = 1$

12. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси Oy симметрично относительно начала координат, если уравнения асимптот $y = \pm \frac{12}{5}x$ и расстояния между вершинами равно 48.

Варианты ответов:

а) $-\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{576} = 1$; б) $-\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1$; в) $-\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{36} = 1$; г) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{64} = 1$.

13. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если парабола расположена в правой полуплоскости симметрично относительно Ox и ее параметр $p = 3$.

Варианты ответов:

а) $y^2 = 6x$; б) $y^2 = 8x$ в) $y^2 = 4x$; г) $y^2 = 3x$.

14. Привести уравнение к каноническому виду $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 22 = 0$ и определить вид кривой.

Варианты ответов:

а) окружность; б) гипербола; в) эллипс; г) парабола.

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление

результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: геометрическая интерпретация решения систем линейных неравенств с двумя переменными.

ТЕМА 4 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Прямая и плоскость в пространстве

Контрольные вопросы

1. Запишите общее уравнение плоскости в пространстве.
2. Запишите уравнение плоскости в отрезках.
3. Запишите общее уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
4. Как определить расстояние от точки до плоскости?
5. Как найти угол между двумя пересекающимися плоскостями?
6. Условие перпендикулярности плоскостей?
7. Условие параллельности плоскостей?

Упражнения

1. Найти уравнение прямой, проходящей через точки $A(2,0,5)$ и $B(1,6,3)$.
2. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, образованной пересечением плоскостей $3x - 2y + 3z + 6 = 0$ и $x - 3y - 2z - 6 = 0$.
3. Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(0,1,2)$ параллельно векторам $\vec{l}_1 = \{1,5,3\}$ и $\vec{l}_2 = \{2,4,4\}$.
4. Написать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,1,5)$ параллельно оси OX и перпендикулярно к плоскости $2x + 2y - z + 4 = 0$.

5. Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1,2,0)$ параллельно векторам $\vec{l}_1 = \{2,1,2\}$ и $\vec{l}_2 = \{0,4,3\}$.

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Приложения элементов пространственной геометрии в задачах управления.
2. Пространство R^n .
3. История создания пространственной аналитической геометрии.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Поверхности второго порядка.
8. Аппроксимация формы сельскохозяйственных растений поверхностями второго порядка.
9. Коллинеарность и компланарность прямых в пространстве.

Тестовые задания.

1. Даны вершины треугольника $A(3;-1;-1)$, $B(1;2;-7)$ и $C(-5;14;-3)$.

Составить каноническое уравнение биссектрисы BE .

Варианты ответов:

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z+1}{-16}; & \quad 2) \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}; \\ 3) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+7}{-8}; & \quad 4) \quad \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}. \end{aligned}$$

2. Найти расстояние от точки $M(-5;4;3)$ до прямой

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{2}.$$

Варианты ответов:

$$1) \quad d = 2\sqrt{10}; \quad 2) \quad d = \sqrt{3}; \quad 3) \quad d = 2\sqrt{7}; \quad 4) \quad d = 2\sqrt{3}.$$

3. Найти расстояние между параллельными прямыми

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x-7}{-1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}.$$

Варианты ответов:

- 1) $d = 2$; 2) $d = 3$; 3) $d = 6$; 4) $d = 8$.

4. Найти координаты точки, симметричной точке $M_1(3;4;5)$ относительно плоскости $x - 2y + z - 6 = 0$.

Варианты ответов:

- 1) $M_2(3;0;-1)$; 2) $M_2(5;0;7)$; 3) $M_2(4;0;2)$; 4) $M_2(3;0;6)$.

5. Найти координаты точки Q - проекции точки $M(-3;0;2)$ на

$$\text{прямую } \begin{cases} x = 5 - t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases} .$$

Варианты ответов:

- 1) $Q(4;2;3)$; 2) $Q(3;2;1)$; 3) $Q(1;-2;5)$; 4)

$Q(-1;2;3)$.

6. Найти значение параметра m , при котором прямая $\frac{x+10}{m} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+2}{-6}$ параллельна плоскости $5x - 3y + 4z - 1 = 0$.

Варианты ответов:

- 1) $m = 3$; 2) $m = 4$; 3) $m = 5$; 4) $m = 6$.

7. Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми:

$$\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1} .$$

Варианты ответов:

- 1) 13; 2) 10; 3) 3; 4) 5.

8. Найдите расстояние от начала координат до плоскости $2x - 6y + 3z - 14 = 0$.

Варианты ответов:

- 1) $\rho = 14$; 2) $\rho = 7$; 3) $\rho = 2$; 4) $\rho = 3$.

9. Определить направляющие косинусы радиус-вектора, перпендикулярного к плоскости $3x - 4y + 5z - 10 = 0$.

Варианты ответов:

a) $\cos \alpha = \frac{3}{10}$, $\cos \beta = -\frac{4}{10}$, $\cos \gamma = \frac{1}{2}$.

b) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \gamma = -\frac{1}{2}$.

c) $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{10}$, $\cos \beta = -\frac{2\sqrt{2}}{5}$, $\cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2;0;-1)$, $M_2(-3;1;3)$ параллельно вектору $\bar{s} = (1;2;-1)$.

Варианты ответов:

1) $3x + y + 5z - 4 = 0$; 2) $9x + y + 11z - 7 = 0$;

3) $-3x + y + 4z - 7 = 0$; 4) $4x + 2y - 4z + 5 = 0$.

11. Установите, какие из следующих пар уравнений определяют параллельные плоскости:

a) $2x - 3y + 5z - 7 = 0$, $2x - 3y + 5z + 3 = 0$.

b) $4x + 2y - 4z + 5 = 0$, $2x + y + 2z - 1 = 0$.

c) $x - 3z + 2 = 0$, $2x - 6z - 7 = 0$.

Варианты ответов:

1) а) и б); 2) а) и с); 3) б) и с).

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: геометрическая интерпретация решения систем линейных неравенств с тремя переменными.

ТЕМА 5 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Предел функции в точке. Непрерывность функции

Контрольные вопросы

1. Что такое предел переменной?
2. Что такое бесконечно малая?
3. Что такое бесконечно большая величина?
4. Перечислите теоремы о бесконечно малых и о пределах.
5. Что такое первый замечательный предел?
6. Что такое второй замечательный предел?
7. Как сравнить между собой бесконечно малые?
8. Что такое непрерывность функции?
9. Какие существуют точки разрыва функции?

Упражнения

Вычислить пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{x} \right)^{1+2x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{3x^2 + 1} \right)^{x^2}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin x}{(\operatorname{arctg} 2x)^2}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\operatorname{tg}(4 - x^2)}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9 - x^2}{x - 1}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{4x^4 - x^2 + 3x - 7}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{9x^2 + 2x}}{x^2 - 3x + 1}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}.$$

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Приложения элементов теории пределов в задачах управления.
2. История появления бесконечно малых и больших функций.
3. История создания замечательных пределов.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Производственная функция.
8. Предел последовательности и функции.
9. Сложная и неявная функции.

Тестовые задания.

1. Дана функция $y = 3\sin(2x+4)$. Тогда ее областью значений является множество ...

Варианты ответов: 1) $[-3;3]$; 2) $[-6;6]$; 3) $[-1;1]$; 4) $(-\infty;+\infty)$

2. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6-x}{2x+4}$ равно ...

Варианты ответов: 1) 3; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) ∞ ; 4) $-\frac{1}{2}$.

3. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$ равно ...

Варианты ответов: 1) 1; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 0; 4) $\frac{3}{4}$.

4. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ равно ...

Варианты ответов: 1) 1; 2) ∞ ; 3) 0; 4) 2.

5. Число точек разрыва функции $y = \frac{1}{(x+3)^2}$ равно ...

Варианты ответов: 1) 1; 2) 4; 3) 0; 4) 3.

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: приложения замечательных пределов к задачам практики.

ТЕМА 6 ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ

Контрольные вопросы

1. Что такое производная функции?
2. Перечислите правила дифференцирования.
3. Перечислите формулы дифференцирования основных функций.
4. Перечислите теоремы о бесконечно малых и о пределах.
5. Что такое производная сложной функции?
6. Что такое производная обратной функции?
7. Что такое логарифмическое дифференцирование?
8. Как вычислять производные высших порядков?
9. Как найти производные неявной и параметрических функций?
10. В чем состоит геометрический смысл производной?
11. В чем состоит механический смысл производной?
12. В чем состоит правило Лопиталя?
13. Что такое дифференциал функции?
14. Как применяются производные к исследованию функций и построению их графиков?
15. Как найти асимптоты графика функции?
16. Как решать задачи о наибольших и наименьших значениях функции?

Упражнения

1. Написать уравнения касательной и нормали к кривой $y = x^3$ в точке $M(1; 1)$.
2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{1-x^3}{x^2}$.

3. Найти производную от функции $y = \ln^3 x$.
4. Найти производную от функции $y = \sin(x^3 - 3x^2 + 5)$.
5. Найти производную от функции $y = e^{\sqrt{x^2+x-1}}$.
6. Найти производную от функции, определяемой уравнением $x^4 + y^4 - 4xy = 0$.
7. Найти производную функции $y = \frac{\sqrt[3]{x^2 + x - 2} \cdot (x^2 + 1)}{\sqrt[5]{x^4 - 1}}$.
8. Найти производную функции $y = (x^2 - x + 2)^{e^{x+1}}$.

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

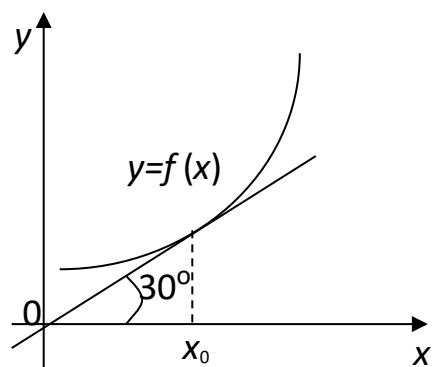
1. Производная в задачах управления.
2. Алгоритм нахождения производной.
3. История создания дифференциального исчисления.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Непрерывность функции.
2. Точки разрыва функции.
3. Геометрические приложения производной.
4. Механические приложения производной

Тестовые задания.

1. График функции $y = f(x)$ изображен на рисунке. Тогда значение



производной этой функции в точке x_0 равно
...

Варианты ответов:

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $-\sqrt{3}$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. Закон движения материальной точки имеет вид $x(t) = 4 + 10t^2$, где $x(t)$ – координата точки в момент времени t . Тогда скорость точки при $t = 1$ равна

Варианты ответов: 1) 20 2) 24 3) 14 4) 10

3. Производная функции $y = 2x^4 + \sqrt{x} + 3$ имеет вид

Варианты ответов:

1) $x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 2) $4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 3) $8x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$ 4) $8x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

4. Производная произведения xe^x равна

Варианты ответов:

1) $e^{x-1}(e + x^2)$ 2) e^x 3) $e^x(1 - x)$ 4) $e^x(1 + x)$

5. Производная частного $\frac{x}{x-1}$ равна ...

Варианты ответов:

1) $-\frac{1}{(x-1)^2}$ 2) $\frac{2x-1}{(x-1)^2}$ 3) $-\frac{1}{x-1}$ 4) $\frac{1}{(x-1)^2}$

6. Производная второго порядка функции $y = e^{5x-1}$ имеет вид ...

Варианты ответов: 1) $5e^x$ 2) $25e^{5x-1}$ 3) $25e$ 4) $25e^{5x}$

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: дифференциал функции в приближенных вычислениях.

ТЕМА 7 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Контрольные вопросы

1. Что такое функция нескольких переменных?
2. Дайте определение областью определения для функции нескольких переменных?
3. Что такое предел функции нескольких переменных?
4. Что такое непрерывность функции нескольких переменных?
5. Как определять частные производные функции нескольких переменных?
6. Что такое дифференциал функции нескольких переменных?
7. Как определять частные производные высших порядков?
8. Как определять экстремум функции нескольких переменных?

Упражнения

1. Найти производную от функции $yx = \ln^3 xy$.
2. Найти производную от функции $y\sqrt{x} = \sin(yx^3 - 3x^2 + 5y)$.
3. Найти производную от функции $yx^5 + 6x = e^{\sqrt{x^2+yx-1}}$.
4. Найти производную от функции $y^3 x^4 + \sin xy^4 - 4xy = 0$.
5. Найти экстремум функции $4yx - 2x^2 + 3y^2 = z$.

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Производная функции нескольких переменных в задачах управления.
2. Алгоритм нахождения производной функции нескольких переменных.
3. История создания дифференциального исчисления функции нескольких переменных.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Непрерывность функции нескольких переменных.
2. Область определения функции нескольких переменных.
3. Геометрические приложения частных производных.

Тестовые задания.

1. ОДЗ функции $z = \sqrt{x-1} + \sqrt{y+2}$

1. множество действительных чисел \mathbb{R}
2. множество пар действительных чисел \mathbb{R}^2
3. множество пар точек на плоскости oxy , удовлетворяющих условиям: $x \geq 1, y \geq -2$
4. множество пар точек на плоскости oxy , удовлетворяющих условиям: $x \leq 1, y > -2$

2. Найти частные производные функции двух переменных

$$z = x \ln y + \frac{y}{x}$$

1. $z'_x = \frac{x+y}{xy}, z'_y = \frac{x+1}{xy}$
 2. $z'_x = \ln y + 1/x, z'_y = \frac{x^2+y}{xy}$
 3. $z'_x = \ln y + 1/x, z'_y = \frac{x^2+1}{xy}$
- $$z'_x = \ln y - \frac{y}{x^2}, z'_y = \frac{x}{y} + \frac{1}{x}$$

3. Вычислить дифференциал функции $z = x \sin y$ в точке $P(-1; -\pi/2)$

1. $dz = dx$
2. $dz = -dx$
3. $dz = dx + dy$
4. $dz = -dx - dy$

4. Точка $M(x_0; y_0)$ является точкой экстремума функции $z = f(x; y)$, если в этой точке функция имеет непрерывные частные производные 1-го и 2-го порядка, $f'_x(x_0; y_0) = f'_y(x_0; y_0) = 0$ и выполняются условия

1. $f''_{xx}(x_0; y_0)f''_{yy}(x_0; y_0) - f''_{xy}(x_0; y_0)f''_{yx}(x_0; y_0) = 0$
2. $f''_{xx}(x_0; y_0)f''_{yy}(x_0; y_0) - f''_{xy}(x_0; y_0)f''_{yx}(x_0; y_0) < 0$
3. $f''_{xx}(x_0; y_0)f''_{yy}(x_0; y_0) - f''_{xy}(x_0; y_0)f''_{yx}(x_0; y_0) > 0$

$$4. f''_{xx}(x_0; y_0)f''_{yy}(x_0; y_0) - f''_{xy}(x_0; y_0)f''_{yx}(x_0; y_0) \geq 0$$

5. Точка $M(x_0; y_0)$ называется точкой максимума функции $z=f(x; y)$, если в окрестности точки M выполняется условие

1. $f(x_0; y_0) \leq f(x; y)$

2. $f(x_0; y_0) \geq f(x; y)$

3. $f(x_0; y_0) > f(x; y)$

4. $f'(x_0; y_0) = 0$

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: приложения функции нескольких переменных для обработки результатов экспериментальных данных.

ТЕМА 7 ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Контрольные вопросы

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Что такое первообразная функция?
3. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
4. Перечислите основные формулы интегрирования.
5. Как интегрировать заменой переменной?
6. Что такое интегрирование по частям?
7. Как интегрировать функцию, содержащую квадратный трехчлен?
8. Как интегрировать рациональные дроби?

Упражнения

1. Вычислить интегралы:

$$1) \int \frac{1-6x+5x^2 dx}{x^3}; 2) \int (5^x - 1)(5^x + 1) dx; 3) \int \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x\sqrt{x}} dx; 4) \int \frac{\sin 4x}{5} dx;$$

$$5) \int \frac{5-4\cos^2 x}{\cos^2 x} dx; 6) \int \frac{3}{x^2+4} dx; 7) \int \frac{1}{\sqrt{16-9x^2}} dx; 8) \int \frac{\sqrt{x^2+9}-6}{\sqrt{x^2+9}} dx;$$

$$9) \int (12x-5)^7 dx.$$

2. Найти неопределенные интегралы способом подстановки (методом замены переменной)

$$1. \int \frac{xdx}{\sqrt[5]{(4x^2-3)^3}}, \quad 2. \int e^{-x^5} x^4 dx,$$

$$3. \int 2^{3x^2} x dx, \quad 4. \int e^{3x^3-1} x^2 dx,$$

$$5. \int \frac{xdx}{(22-x^2)^4}, \quad 6. \int (1-2x^3)x^2 dx,$$

$$7. \int (x^2-2)^2 x dx, \quad 8. \int \frac{x^5 dx}{2-x^6},$$

$$9. \int x\sqrt{5+x^2} dx, \quad 10. \int \frac{xdx}{\sqrt[3]{(3x^2-1)^2}}.$$

3. Вычислить неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

$$1) \int (2x-5) \cos x dx; 2) \int (1+3x) \sin \frac{x}{2} dx; 3) \int (4-x)e^{-3x} dx; 4) \int \ln x dx; 5)$$

$$\int (x^2-6x)e^{2x} dx; 6) \int \arctg x dx; 7) \int \frac{\ln x}{x^3} dx; 8) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx; 9) \int e^{2x} \cos x dx;$$

$$10) \int x^2 \ln 4x dx.$$

4. Вычислить интегралы от рациональных функций:

$$1) \int \frac{5-4x}{(x+1)(x-2)} dx; 2) \int \frac{3x+8}{x^2-4x+3} dx; 3) \int \frac{5x-x^2-10}{x^2-4x+3} dx; 4)$$

$$\int \frac{4x^2-5x+9}{(x+1)(x^2-4x+13)} dx; 5) \int \frac{5x^4+4x^2-x^2+8}{x^3-8} dx; 6) \int \frac{x^3-12x^2-3x}{(x^2-2x+2)(x^2-1)} dx; 7)$$

$$\int \frac{x^2-6x-18}{(x^2+2x+5)(x-2)} dx$$

5. Вычислить интегралы от иррациональных функций:

$$1) \int \frac{1}{x + \sqrt[3]{x}} dx; \quad 2) \int \frac{\sqrt{x+9}}{x} dx; \quad 3) \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-3}{x}} dx; \quad 4) \int \frac{\sqrt[3]{x}-1}{1+\sqrt{x}} dx.$$

6. Вычислить интегралы от тригонометрических функций:

$$1) \int \frac{1}{3+5\cos x} dx; \quad 2) \int \frac{1}{4\sin x + 3\cos x + 5} dx; \quad 3) \int \frac{\sin^3 x}{4 + \cos x} dx; \quad 4) \int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx; \quad 5) \int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx; \quad 6) \int \sin^2 2x dx; \quad 7) \int \sin^2 x \cos^3 x dx; \quad 8) \int \sin 2x \sin 9x dx.$$

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Первообразная функции в задачах управления.
2. Неберущиеся интегралы.
3. Метод неопределенных коэффициентов и метод значений.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Интегрирование иррациональных функций.
2. Интегрирование тригонометрических функций.
3. Интегрирование по частям.

Тестовые задания.

1. Множество первообразных для функции $f(x) = 3x^2$ имеет вид ...

Варианты ответов:

$$1) 3x^3 + C \quad 2) x^3 \cdot \ln x + C \quad 3) x^3 + C \quad 4) 6x + C$$

2. Множество первообразных для функции $f(x) = \sin 2x$ имеет вид ...

Варианты ответов:

$$1) -\frac{1}{2} \cos 2x + C \quad 2) 2 \cos 2x + C \quad 3) 2 \cos x + C \quad 4) \frac{1}{2} \cos 2x + C$$

3. Множество первообразных для функции $f(x) = e^{2x}$ имеет вид ...

Варианты ответов:

- 1) $2e^{2x} + C$ 2) $-\frac{1}{2}e^{2x} + C$ 3) $e^{2x} + C$ 4) $\frac{1}{2}e^{2x} + C$

5.

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: алгоритм интегрирования рациональных дробей.

ТЕМА 8 ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Контрольные вопросы

1. Что такое определенный интеграл?
2. Что такое интегральная сумма функции?
3. Перечислите свойства определенного интеграла.
4. Запишите формулу для вычисления определенного интеграла.
5. Как заменить переменную в определенном интеграле?
6. Что такое общая схема приложения определенного интеграла?
7. Как найти площадь области на плоскости?
8. Как найти площадь поверхности вращения?
9. Как найти объем тела вращения?
10. Перечислите геометрические приложения определенного интеграла.

Упражнения

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\begin{aligned}
 & 1) \int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx; \quad 2) \int_1^4 \sqrt{x} dx; \quad 3) \int_0^{-\frac{\pi}{2}} \sin 4x dx; \quad 4) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx; \quad 5) \\
 & \int_0^7 \sqrt{49 - x^2} dx; \quad 6) \int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx; \quad 7) \int_1^e \ln^2 x dx; \quad 8) \int_0^2 (3-2x)e^{-3x} dx; \quad 9) \\
 & \int_1^8 \frac{x}{\sqrt{3x+1}} dx.
 \end{aligned}$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными парабололами:

$$а) y = 2x^2 - 6x + 3; \quad y = -2x^2 + x + 5.$$

$$б) y = 2x^2 + 6x - 3; \quad y = -x^2 + x + 5.$$

$$в) y = x^2 - 3x - 4; \quad y = -x^2 - x + 8.$$

$$г) y = 3x^2 - 5x - 1; \quad y = -x^2 + 2x + 1.$$

$$д) y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 1; \quad y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2.$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x$; $y = x^2$ ($x \geq 0$).

4. Найти длину дуги кривой $y = \ln(1 - x^2)$ от $x = -\frac{1}{2}$ до $x = \frac{1}{2}$.

5. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y = \frac{x^3}{3}$ от $x = -2$ до $x = 2$.

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Задача о площади криволинейной трапеции.
2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.

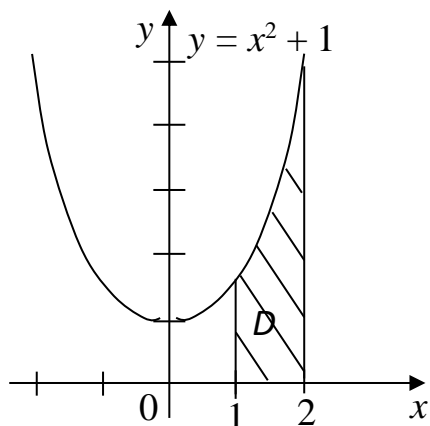
Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Общая схема приложения определенного интеграла.

2. Задача о длине пути.
3. Вычисление площади в полярных координатах.

Тестовые задания.

4. Площадь криволинейной трапеции D равна



Варианты ответов:

- 1) $\frac{8}{3}$ 2) $\frac{7}{3}$ 3) $\frac{14}{3}$ 4) $\frac{10}{3}$

5. Установить соответствие между выражениями, записанными в столбцах 1-3, указав соответствующую букву:

1 столбец	2 столбец	3 столбец
1). $\int e^{4\cos x - 1} \cdot \sin x dx$	а). $t = \operatorname{arctg} x$	А). $-\frac{1}{4} \int e^t dt$
2). $\int \frac{7^x dx}{\sqrt{49^x + 1}}$	б). $t = 1 + x^2$	Б). $\int \frac{dt}{2t - 7}$
3). $\int \frac{e^x dx}{2e^x - 7}$	в). $t = 2e^x - 7$	В). $\frac{1}{\ln 7} \int \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} dt$
4). $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} dx$	г). $t = 7^x$	Г). $\int e^t dt$
	д). $t = e^x$	Д). $\int \frac{tdt}{2t - 7}$
	е). $t = \sin x$	Е). $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t}$
	ж). $t = 4\cos x - 1$	

6. Имеются три интеграла. Между первым и вторым существует взаимосвязь. Установить ее, и рассуждая аналогично, подобрать из списка а) – г) четвертый интеграл, имеющий такую же связь с третьим.

Варианты ответов:

1) $\int e^{-x} \sin x dx$ 2) $\int e^x x^2 dx$ 3) $\int \ln x dx$

а) $\int \arcsin x dx$ в) $\int (e^x + 8x^2) dx$ б) $\int (x^2 + 8x) dx$

г) $\int \sin 2x (\cos x)^{-1} dx$

7. Имеются три интеграла. Между первым и вторым существует взаимосвязь. Установить её и, рассуждая аналогично, подобрать из списка а)-г) интеграл, имеющий такую же связь с третьим:

Варианты ответов:

1) $\int \cos x \ln(\sin x) dx$ 2) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ 3) $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

а) $\int \sin^2 x \cos^{16} x dx$ б) $\int \frac{2 \operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$ в) $\int (8+6x^8)e^{6x^8} dx$ г) $\int 4^{e^x} \sin x dx$.

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: приближенное вычисление определенных интегралов.

ТЕМА 9 НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Контрольные вопросы

1. Что такое несобственный интеграл?
 2. Как вычислить несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования?
 3. Как вычислить несобственный интеграл с бесконечными разрывами?
 4. Какие несобственные интегралы называются сходящимися или расходящимися?
5. Что такое предельный переход?

Упражнения

1. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

2. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

3. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$.

4. Вычислить интеграл $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$.

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Геометрические приложения несобственного интеграла.
2. Несобственный интеграл в задачах менеджмента.
3. Интеграл Пуассона-Эйлера.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Несобственный интеграл первого рода.
2. Несобственный интеграл второго рода.
3. Предельный переход для вычисления несобственных интегралов.

Тестовые задания.

1. Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^5}$ или установить его расходимость:

1) расходится;

2) $\frac{1}{5}$;

3) 1;

4) $\frac{1}{4}$;

5) 2.

2. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{1}{x^7} dx$ или установить его расходимость:

1) расходится;

2) $\frac{1}{6}$;

3) 1;

4) $\frac{1}{3}$;

5) 2.

3.	<p>Отметьте правильный ответ</p> <p>Вычисление интеграла приводит $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ к следующему результату</p> <p> <input type="checkbox"/> π <input type="checkbox"/> $\frac{\pi}{2}$ <input type="checkbox"/> $\frac{\pi}{4}$ <input type="checkbox"/> интеграл расходится <input type="checkbox"/> Правильный ответ не указан </p>
1.	<p>Вычисление интеграла приводит $I = \int_0^{\pi/2} \operatorname{tg} x dx$ к следующему результату</p> <p> <input type="checkbox"/> интеграл расходится <input type="checkbox"/> -1 <input type="checkbox"/> $\frac{\pi}{2}$ <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> Правильный ответ не указан </p>

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: связь несобственных и определенных интегралов.

ТЕМА 10 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Контрольные вопросы

1. Что такое дифференциальное уравнение?
2. Что такое порядок дифференциального уравнения?
3. Что такое общее и частное решения дифференциального уравнения?
4. Как выглядит дифференциальное уравнение первого порядка?
5. Как выглядит дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными?
6. Как выглядит дифференциальное уравнение с однородной правой частью?
7. Как выглядит линейное дифференциальное уравнение первого порядка?
8. В чем смысл метода вариации произвольной постоянной?
9. В чем смысл подстановки Бернулли?
10. Виды дифференциальных уравнений высших порядков?

Упражнения

1. Показать, что функция $y = \sin 2x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$.

2. Зная общее решение $y = -x^3 + C$ дифференциального уравнения $y' = -3x^2$, найти и построить его интегральные кривые, проходящие через точки A (0;0), B(-1;2), C (2; -5).

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде $\psi(x, y) = C$.)

$$1) 4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx. \quad 2) x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$$

$$3) \sqrt{4+y^2} dx - y dy = x^2 y dy. \quad 4) \sqrt{3+y^2} dx - y dy = x^2 y dy.$$

$$5) 6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx. \quad 6) x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0.$$

$$7) (e^{2x} + 5) dy + y e^{2x} dx = 0.$$

$$8) y' y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0.$$

$$4) y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y(\pi/4) = 1/2.$$

$$5) y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = 3/2.$$

$$6) y' - \frac{1}{x+1} y = e^x (x+1), \quad y(0) = 1.$$

$$7) y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$8) y' + \frac{y}{x} = \sin x, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}.$$

$$9) y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

$$10) y'' = 72y^3, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = 6.$$

11) Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$1) y'' - 7y' + 6y = 0; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$$

$$2) y'' + 6y' + 13y = 0; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$3) y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y(0) = 0,3, \quad y'(0) = 0;$$

$$4) y'' + 3y' + 2y = 0; \quad y(0) = \frac{8}{13}, \quad y'(0) = -\frac{16}{13}.$$

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Дифференциальные уравнения для решения задач управления.
2. Моделирование природных и социальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.
3. Приближенные методы решений дифференциальных уравнений.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Уравнение Бернулли.
2. Метод Пикара.
3. Метод Рунге-Кутта.

Тестовые задания.

1. Порядок дифференциального уравнения $3y'' - y' = x^5$ равен ...

Варианты ответов: 1) 5 2) 1 3) 3 4) 2

2. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = x dx$ имеет вид...

Варианты ответов:

1) $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ 2) $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ 3) $-\frac{1}{y} = x^2 + C$ 4) $y = \frac{x^2}{2} + C$

3. Дано дифференциальное уравнение $y' = (k + 1)x^2$, тогда функция $y = x^3$ является его решением при k равном ...

Варианты ответов: 1) 3 2) 0 3) 2 4) 1

4. Дано дифференциальное уравнение $y'' + 5y' + 6y = 0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид ...

Варианты ответов:

1) $1 + 5k + 6k^2 = 0$ 2) $k^2 + 5k + 6 = 0$ 3) $k^2 - 5k + 6 = 0$ 4) $k^2 - 5k - 6 = 0$

5. Укажите, какие из следующих функций являются решениями дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 3y = 0$:

Варианты ответов:

1) $y = -e^{-x}$; 2) $y = xe^{-x}$; 3) $y = 5e^{3x}$; 4) $y = \cos 2x$.

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: системы дифференциальных уравнений.

ТЕМА 11 РЯДЫ

Контрольные вопросы

1. Что такое числовой ряд?
2. Что такое необходимый признак сходимости ряда?
3. Перечислите достаточные признаки сходимости рядов?
4. Что такое знакопеременный ряд?
5. Что такое знакочередующийся ряд?
6. Признак Лейбница?
7. Какие ряды называются функциональными?
8. Как найти область сходимости степенного ряда?
9. Что такое ряд Тейлора, ряд Маклорена?
10. Действия со степенными рядами?

Упражнения

1. Найти сумму ряда:

$$1) \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots;$$

$$2) 1 - \frac{2}{5} + \frac{4}{25} - \dots + \left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1} + \dots;$$

$$3) \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} - \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \dots;$$

$$4) \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} \dots + \frac{1}{n(n+3)} + \dots .$$

2. Пользуясь необходимым условием сходимости числового ряда, доказать расходимость следующих рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{4n+5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{10n-1}; \quad 3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n+1}{3n} .$$

3. а) Исследовать на сходимость законоположительный ряд; б)

Исследовать на сходимость с помощью признака Лейбница знакочередующийся ряд:

$$1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)7^n}; \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n^2+1}; \quad 2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n+3}; \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{\sqrt{n}};$$

$$3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(1+n)^2}; \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{n+2}; \quad 4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n}; \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1};$$

$$5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+3}; \quad 6. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^{n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n+2};$$

3. Найти области сходимости следующих степенных рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}; \quad 3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{(2n+1)!}; \quad 4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n x^n}{n!}; \quad 5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}.$$

4. Разложить в ряд Маклорена следующие функции:

$$1) y = e^{5x}; \quad 2) y = \ln(1-2x); \quad 3) y = x \sin 3x; \quad 4) y = \sin^2 x;$$

$$5) y = \ln\left(\frac{3-x}{3}\right); \quad 6) y = \frac{1}{(1+x)^2}.$$

Указать промежутки сходимости полученных рядов.

5. Разложить в ряд Тейлора следующие функции. Указать промежутки сходимости полученных рядов.

$$1) f(x) = \ln x \text{ по степеням } x-1; \quad 2) f(x) = \frac{1}{x} \text{ по степеням } x+2;$$

$$3) f(x) = e^{-3x} \text{ по степеням } x+4.$$

Тематика рефератов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Ряды для решения задач управления.
2. Приближенные методы решений дифференциальных уравнений с помощью рядов.
3. Приближенное вычисление интегралов с помощью рядов.

Тематика докладов для выполнения самостоятельной контролируемой работы:

1. Функциональные ряды.
2. Абсолютная сходимость ряда.
3. Ряды в комплексной области.

Тестовые задания.

1. Если формула n -го члена числовой последовательности имеет вид

$$x_n = \frac{n+1}{n^2+2}, \text{ то } x_5 \text{ равно } \dots$$

Варианты ответов: 1) $\frac{2}{9}$ 2) $\frac{3}{19}$ 3) $\frac{5}{18}$ 4) $\frac{1}{5}$

2. Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}$;

$a_1 = 2, a_2 = 3$. Тогда четвертый член этой последовательности a_4 равен...

Варианты ответов: 1) 54 2) 18 3) 108 4) 6

3. Частичная сумма первых пяти членов числового ряда: 11, 13, 15, ... равна

Варианты ответов: 1) 75 2) 47,5 3) 80 4) 19

4. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$, то числовой ряд сходится при l , равном ...

Варианты ответов: 1) 1,5 2) 2 3) 0,5 4) -2

5. Установите соответствие между рядами и их названиями

Варианты ответов:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+4}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n+3}$

А) знакочередующийся В) степенной С) знакоположительный

6. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 10, тогда интервал

сходимости имеет вид...

Варианты ответов: 1) $[-5; 5]$ 2) $(-10; 0)$ 3) $(-10; 10)$ 4) $(0; 10)$

Творческое задание

Выполнение творческого задания предполагает представление результатов исследования группе; участие в групповом обсуждении

собственных результатов исследования и других обучающихся (методом взаимного рецензирования).

Обучающиеся готовят и защищают перед оппонентами творческие задания по следующим проблемным аспектам: знакочередующиеся и знакопеременные ряды.

Вопросы к зачету:

1 семестр

1. Понятие вектора. Операции над векторами.
2. Разложение по базису. Система координат
3. Скалярное произведение
4. Векторы в пространстве
5. Пространство \mathbb{R}^n . n – мерные векторы и операции над ними
6. Скалярное произведение в \mathbb{R}^n .
7. Линейная зависимость векторов
8. Базис и ранг системы векторов
9. Матрицы. Основные понятия
10. Частные типы матриц
11. Операции над матрицами
12. Умножение матриц
13. Транспонирование матриц
14. Определители
15. Свойства определителей
16. Обратная матрица
17. Ранг матрицы
18. Системы линейных уравнений
19. Методы решения систем линейных уравнений
20. Однородные системы линейных уравнений
21. Уравнение линии
22. Уравнение прямой
23. Кривые второго порядка
24. Плоскость в пространстве
25. Прямая линия в пространстве
26. Поверхности второго порядка
27. Предел функции в точке
28. Сравнение бесконечно малых
29. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
30. Непрерывность функции
31. Производная функции. Алгоритм нахождения производной

32. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции
33. Правила дифференцирования
34. Производная сложной и обратной функции
35. Логарифмическое дифференцирование
36. Производные высших порядков
37. Производные неявной функции
38. Геометрический смысл производной
39. Механический смысл дифференциала
40. Дифференциал функции
41. Геометрический смысл дифференциала
42. Применение дифференциала в приближенных вычислениях
43. Свойства дифференцируемых функций
44. Правило Лопиталю и его применение к нахождению предела функции
45. Применение производных к исследованию функций и построению их графиков
46. Задачи о наибольших и наименьших значениях величин
47. Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных. Основные понятия и определения
48. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность.
49. Частные производные функции нескольких переменных
50. Дифференцирование функции нескольких переменных
51. Частные производные высших порядков
52. Экстремум функции нескольких переменных

Вопросы к экзамену:

2 семестр

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Основные формулы интегрирования
3. Интегрирование посредством разложения подынтегральной функции на слагаемые
4. Интегрирование посредством замены переменной
5. Интегрирование по частям
6. Интегралы от функций, содержащих квадратный трехчлен
7. Интегрирование рациональных дробей
8. Определенный интеграл как предел интегральных сумм, его свойства и связь с неопределенным интегралом
9. Замена переменной в определенном интеграле

10. Приложения определенного интеграла
11. Некоторые приложения определенного интеграла в экономике
12. Несобственные интегралы
13. Дифференциальные уравнения. Основные понятия и определения
14. Уравнения с разделяющимися переменными
15. Уравнения с однородной правой частью
16. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
17. Уравнение Бернулли
18. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка
19. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
20. Линейные системы дифференциальных уравнений
21. Применение аппарата дифференциальных уравнений в экономике
22. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости рядов. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами
23. Сходимость знакопеременного ряда. Признак сходимости знакочередующегося ряда
24. Функциональные ряды
25. Ряды Тейлора и Маклорена
26. Действия со степенными рядами. Применение рядов к приближенным вычислениям
27. Комплексные числа

Типовой расчет № 1

Задание 1. Пользуясь свойствами определителя, вычислить определитель четвертого порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 9 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$3) \begin{vmatrix} 3 & -3 & 6 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & 4 & -9 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$5) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$13) \begin{vmatrix} 6 & 2 & -1 & 14 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$6) \begin{vmatrix} -2 & -2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 6 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$14) \begin{vmatrix} -4 & -2 & -4 & -3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & -2 \\ 6 & -4 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$7) \begin{vmatrix} -11 & 2 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$15) \begin{vmatrix} -6 & 3 & 5 & -16 \\ 3 & -6 & 6 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$8) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 6 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$16) \begin{vmatrix} 1 & -4 & 5 & -12 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$9) \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$17) \begin{vmatrix} -6 & 2 & 5 & -16 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & -6 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$10) \begin{vmatrix} 6 & 1 & 3 & 12 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 4 & -2 \\ 3 & 6 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$18) \begin{vmatrix} -6 & -2 & -5 & -6 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -6 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$11) \begin{vmatrix} 2 & -2 & 6 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

$$19) \begin{vmatrix} -6 & -3 & -5 & -6 \\ 3 & -6 & 6 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$12) \begin{vmatrix} 3 & -2 & -3 & 9 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 4 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$20) \begin{vmatrix} -1 & -4 & -2 & -5 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

$$21) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$25) \begin{vmatrix} -3 & -1 & -6 & -5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 6 & 0 & -1 \\ -2 & -5 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$22) \begin{vmatrix} -2 & -1 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$26) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 6 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 6 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$23) \begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 5 & -1 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$27) \begin{vmatrix} -2 & 0 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 7 & 4 & -1 & 5 \\ 0 & 6 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$24) \begin{vmatrix} 4 & -1 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

Задание 2. Найти матрицу, обратную данной:

$$1. \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -4 & -3 & 5 \\ 7 & 6 & -9 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 8 & 4 & -7 \\ -17 & -8 & 15 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 7 & 4 & -6 \\ -15 & -8 & 13 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -5 & -4 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 6 & 2 & -5 \\ -13 & -4 & 11 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

9.
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ -9 & -2 & 7 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

18.
$$\begin{pmatrix} -6 & -5 & 7 \\ 11 & 10 & -13 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

10.
$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -11 & -2 & 9 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

19.
$$\begin{pmatrix} -7 & -5 & 8 \\ 13 & 10 & -15 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

11.
$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

20.
$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & 6 \\ 9 & 10 & -11 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

12.
$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 \\ 7 & 4 & -9 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

21.
$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & -7 \\ -17 & -6 & 15 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

13.
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -5 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

22.
$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & -7 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

14.
$$\begin{pmatrix} -5 & -4 & 6 \\ 9 & 8 & -11 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

23.
$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & -3 \\ -9 & -8 & 7 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

15.
$$\begin{pmatrix} 9 & 5 & -8 \\ -19 & -10 & 17 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

24.
$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -7 & -6 & 5 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

16.
$$\begin{pmatrix} 9 & 5 & -8 \\ -19 & -10 & 17 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

25.
$$\begin{pmatrix} -6 & -6 & 7 \\ 11 & 12 & -13 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

17.
$$\begin{pmatrix} 8 & 5 & -7 \\ -17 & -10 & 15 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

26.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

27.
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание 3. Решить систему уравнений по правилу Крамера и матричным способом:

$$1) \begin{cases} 2x - y + 4z = 15 \\ 2x + y + z + 8 \\ 3x - y + 5 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x - 4y + 2z = 1 \\ 4x - 2y + z = 3 \\ 5x - y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y + 3z = -5 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x + 3y - 4z = 1 \\ x + 4y - 2z = 3 \\ 3x + 5y - z = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 3x + y - 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = 2 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x - 3y + z = -16 \\ x + 2y + z = 6 \\ 5x - y - 3z = -14 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} x - 3y + 2z = -16 \\ x + 2y + z = 6 \\ 3x + y - 5z = 14 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5x + 6y + 4z = 3 \\ 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x - 2y - z = -1 \\ x + 3y - 3z = 0 \\ 3x + y - 4z = 2 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x - 2y + z = 7 \\ 2x - 3y - 5z = -8 \\ 4x + 5y - z = 0 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y - z = -3 \\ 2x + z = 5 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} x - 2y + z = 7 \\ 5x + 3y - 2z = 8 \\ x - 5y - 4z = 0 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x - y - z = -2 \\ x + y - 2z = -3 \\ 2y + z = 5 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} 2x + 5y - z = 1 \\ x + 2y - z = -1 \\ 3x + 7y - z = 2 \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 3x + y - 2z = -2 \\ 2x = y - z = -1 \\ 5x + 2y - 2z = -1 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 3x - 2y - z = -2 \\ 5x + y - 4z = -5 \\ x + 4y - 3z = -4 \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} x + 3y - 2z = -2 \\ x + 2y - z = -1 \\ 2x + 5y - 2z = -1 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - y - 3z = 0 \\ 4x - 3y - z = -2 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 7x + 3y + 4z = 12 \\ 2x + y - z = -1 \\ 9x + 4y + 4z = 13 \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} 4x - 2y - 9z = 28 \\ 3x + 7y - 6z = -1 \\ 9x + 7y - 9z = 5 \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 5x + 2y - z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ 7x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 2x + 9y - 4z = 28 \\ 7x - 6y + 3 = -1 \\ 7x - 9y + 9z = 5 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} x - 2y - 5z = -1 \\ x - y - 2z = 1 \\ x - 3y - 7z = -2 \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ 2x - 5y - 3z = -8 \\ 4x - y + 5z = 0 \end{cases}$$

Задание 4. Доказать, что векторы \bar{p} , \bar{q} , \bar{r} образуют базис в R^3 и найти разложение вектора \bar{x} по векторам базиса:

1. $\bar{p} = (0; 1; 2)$, $\bar{q} = (1; 0; 1)$, $\bar{r} = (-1; 2; 4)$, $\bar{x} = (-2; 4; 7)$

2. $\bar{p} = (1; 3; 0)$, $\bar{q} = (2; -1; 1)$, $\bar{r} = (0; -1; 2)$, $\bar{x} = (6; 12; -1)$

3. $\bar{p} = (2; 1; -1)$, $\bar{q} = (0; 3; 2)$, $\bar{r} = (1; -1; 1)$, $\bar{x} = (1; -4; 4)$
4. $\bar{p} = (4; 1; 1)$, $\bar{q} = (2; 0; -3)$, $\bar{r} = (-1; 2; 1)$, $\bar{x} = (-9; 5; 5)$
5. $\bar{p} = (-2; 0; 1)$, $\bar{q} = (1; 3; -1)$, $\bar{r} = (0; 4; 1)$, $\bar{x} = (-5; -5; 5)$
6. $\bar{p} = (5; 1; 0)$, $\bar{q} = (2; -1; 3)$, $\bar{r} = (1; 0; -1)$, $\bar{x} = (13; 2; 7)$
7. $\bar{p} = (0; 1; 1)$, $\bar{q} = (-2; 0; 1)$, $\bar{r} = (3; 1; 0)$, $\bar{x} = (-19; -1; 7)$
8. $\bar{p} = (1; 0; 2)$, $\bar{q} = (0; 1; 1)$, $\bar{r} = (2; -1; 4)$, $\bar{x} = (3; 3; -1)$
9. $\bar{p} = (3; 1; 0)$, $\bar{q} = (-1; 2; 1)$, $\bar{r} = (-1; 0; 2)$, $\bar{x} = (3; 3; -1)$
10. $\bar{p} = (-1; 2; 1)$, $\bar{q} = (2; 0; 3)$, $\bar{r} = (1; 1; -1)$, $\bar{x} = (-1; 7; -4)$
11. $\bar{p} = (1; 1; 4)$, $\bar{q} = (0; -3; 2)$, $\bar{r} = (2; 1; -1)$, $\bar{x} = (6; 5; -14)$
12. $\bar{p} = (1; -2; 0)$, $\bar{q} = (-1; 1; 3)$, $\bar{r} = (1; 0; 4)$, $\bar{x} = (6; -1; 7)$
13. $\bar{p} = (1; 0; 5)$, $\bar{q} = (-1; 3; 2)$, $\bar{r} = (0; -1; 1)$, $\bar{x} = (5; 15; 0)$
14. $\bar{p} = (1; 1; 0)$, $\bar{q} = (0; 1; -2)$, $\bar{r} = (1; 0; 3)$, $\bar{x} = (2; -1; 11)$
15. $\bar{p} = (1; 0; 2)$, $\bar{q} = (-1; 0; 1)$, $\bar{r} = (2; 5; -3)$, $\bar{x} = (11; 5; -3)$
16. $\bar{p} = (2; 0; 1)$, $\bar{q} = (1; 1; 0)$, $\bar{r} = (4; 1; 2)$, $\bar{x} = (8; 0; 5)$
17. $\bar{p} = (0; 1; 3)$, $\bar{q} = (1; 2; -1)$, $\bar{r} = (2; 0; -1)$, $\bar{x} = (3; 1; 8)$
18. $\bar{p} = (1; 2; -1)$, $\bar{q} = (3; 0; 2)$, $\bar{r} = (-1; 1; 1)$, $\bar{x} = (8; 1; 12)$
19. $\bar{p} = (1; 4; 1)$, $\bar{q} = (-3; 2; 0)$, $\bar{r} = (1; -1; 2)$, $\bar{x} = (-9; -8; -3)$
20. $\bar{p} = (0; 1; -2)$, $\bar{q} = (3; -1; 1)$, $\bar{r} = (4; 1; 0)$, $\bar{x} = (-5; 9; -13)$
21. $\bar{p} = (0; 5; 1)$, $\bar{q} = (3; 2; -1)$, $\bar{r} = (-1; 1; 0)$, $\bar{x} = (-15; 5; 6)$

22. $\bar{p} = (1; 0; 1), \bar{q} = (0; -2; 1), \bar{r} = (1; 3; 0), \bar{x} = (8; 9; 4)$
23. $\bar{p} = (2; 1; 0), \bar{q} = (1; -1; 0), \bar{r} = (-3; 2; 5), \bar{x} = (23; -14; -30)$
24. $\bar{p} = (2; 1; 0), \bar{q} = (1; 0; 1), \bar{r} = (4; 2; 1), \bar{x} = (3; 1; 3)$
25. $\bar{p} = (0; 3; 1), \bar{q} = (1; -1; 2), \bar{r} = (2; -1; 2), \bar{x} = (-1; 7; 0)$
26. $\bar{p} = (-2; 3; 1), \bar{q} = (0; 1; 1), \bar{r} = (1; -2; -1), \bar{x} = (-5; 9; 4)$

Задача 5. Даны векторы $a = \alpha m + \beta n$ и $b = \gamma m + \delta n$, где $|m| = k$, $|n| = l$, $\angle(m, n) = \varphi$. Найти: а) $(\lambda a + \mu b)(\nu a + \tau b)$, б) $\text{пр}_B(\nu a + \tau b)$, в) $\cos \angle(a, \tau b)$:

1. $\alpha = -5, \beta = -4, \gamma = 3, \delta = 6, k = 3, l = 5, \varphi = 5\pi/3, \lambda = -4, \mu = 1/3, \nu = 1, \tau = 2.$
2. $\alpha = -2, \beta = 3, \gamma = 4, \delta = 1, k = 1, l = 3, \varphi = \pi, \lambda = 3, \mu = 2, \nu = -2, \tau = 4.$
3. $\alpha = 5, \beta = -2, \gamma = -3, \delta = -1, k = 4, l = 5, \varphi = 4\pi/3, \lambda = 2, \mu = 3, \nu = -1, \tau = 5.$
4. $\alpha = 3, \beta = -2, \gamma = -4, \delta = -1, k = 5, l = 2, \varphi = 2\pi/3, \lambda = 3, \mu = -4, \nu = 2, \tau = 1.$
5. $\alpha = 2, \beta = -5, \gamma = -3, \delta = 4, k = 2, l = 4, \varphi = 2\pi/3, \lambda = 2, \mu = -3, \nu = 5, \tau = 3.$
6. $\alpha = 3, \beta = 2, \gamma = -4, \delta = -2, k = 2, l = 5, \varphi = 4\pi/3, \lambda = 1, \mu = -3, \nu = 0, \tau = -0,5.$
7. $\alpha = 4, \beta = 2, \gamma = -4, \delta = -4, k = 2, l = 5, \varphi = 4\pi/3, \lambda = 1, \mu = -3, \nu = 3, \tau = -1.$
8. $\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 1, \delta = -4, k = 3, l = 2, \varphi = \pi, \lambda = 1, \mu = -2, \nu = 3, \tau = -4.$
9. $\alpha = -3, \beta = -2, \gamma = 1, \delta = 5, k = 3, l = 6, \varphi = 4\pi/3, \lambda = -1, \mu = 2, \nu = 1, \tau = 1.$
10. $\alpha = 5, \beta = -3, \gamma = 4, \delta = 2, k = 4, l = 1, \varphi = 2\pi/3, \lambda = 2, \mu = 0,5, \nu = 3, \tau = 0.$

11. $\alpha = -2, \beta = 3, \gamma = 3, \delta = -6, k = 6, l = 3, \varphi = 5\pi/3, \lambda = 3, \mu = 3, \nu = 1, \tau = 3.$
12. $\alpha = -2, \beta = 4, \gamma = 3, \delta = -1, k = 3, l = 2, \varphi = 7\pi/3, \lambda = 3, \mu = 3, \nu = 1, \tau = 2.$
13. $\alpha = 4, \beta = 3, \gamma = 1, \delta = 2, k = 4, l = 5, \varphi = 3\pi/2, \lambda = 2, \mu = 3, \nu = 1, \tau = 3.$
14. $\alpha = -2, \beta = 3, \gamma = 5, \delta = 6, k = 1, l = 3, \varphi = 5\pi/3, \lambda = -3, \mu = -3, \nu = 2, \tau = 2.$
15. $\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 5, \delta = 2, k = 4, l = 7, \varphi = 4\pi/3, \lambda = -3, \mu = 2, \nu = 2, \tau = -1.$
16. $\alpha = 5, \beta = -3, \gamma = 2, \delta = 1, k = 5, l = 4, \varphi = \pi, \lambda = -3, \mu = 2, \nu = 2, \tau = 1.$
17. $\alpha = 5, \beta = -2, \gamma = 3, \delta = 4, k = 2, l = 5, \varphi = \pi, \lambda = -3, \mu = 0,5, \nu = 1, \tau = -1.$
18. $\alpha = 7, \beta = -3, \gamma = 2, \delta = 2, k = 4, l = 7, \varphi = 5\pi/3, \lambda = -3, \mu = 0,5, \nu = 2, \tau = -2.$
19. $\alpha = 4, \beta = -5, \gamma = 1, \delta = 3, k = 6, l = 3, \varphi = 2\pi/3, \lambda = 2, \mu = 5, \nu = 2, \tau = 2.$
20. $\alpha = 3, \beta = -5, \gamma = 2, \delta = -2, k = 4, l = 7, \varphi = 4\pi/3, \lambda = -3, \mu = 2, \nu = 2, \tau = -1.$
21. $\alpha = 3, \beta = -5, \gamma = 2, \delta = 3, k = 1, l = 6, \varphi = 3\pi/2, \lambda = 4, \mu = 5, \nu = 1, \tau = -2.$
22. $\alpha = -5, \beta = -6, \gamma = 2, \delta = 7, k = 2, l = 7, \varphi = \pi, \lambda = -2, \mu = 2, \nu = 2, \tau = 3.$
23. $\alpha = 5, \beta = 4, \gamma = -6, \delta = 2, k = 2, l = 9, \varphi = \pi, \lambda = 3, \mu = 2, \nu = 1, \tau = 0,5.$
24. $\alpha = -3, \beta = 5, \gamma = 1, \delta = 7, k = 4, l = 6, \varphi = 5\pi/3, \lambda = 3, \mu = 3, \nu = 3, \tau = 2.$
25. $\alpha = -3, \beta = 4, \gamma = 5, \delta = -7, k = 2, l = 6, \varphi = 4\pi/3, \lambda = 3, \mu = -2, \nu = 3, \tau = 4.$
26. $\alpha = -6, \beta = 4, \gamma = 8, \delta = -2, k = 2, l = 3, \varphi = 4\pi/3, \lambda = 4, \mu = -2, \nu = 3, \tau = 2.$

27. $\alpha = -5, \beta = 7, \gamma = 5, \delta = -6, k = 4, l = 6, \varphi = \pi/3, \lambda = 3,$
 $\mu = -2, \nu = 3, \tau = 4.$
28. $\alpha = 6, \beta = 4, \gamma = 1, \delta = -3, k = 2, l = 6, \varphi = 4\pi/3, \lambda = 3,$
 $\mu = -2, \nu = 1, \tau = 4.$

Задача 6. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1), A_2(x_2, y_2, z_2), A_3(x_3, y_3, z_3), A_4(x_4, y_4, z_4).$ Составить уравнения:

а) плоскости $A_1A_2A_3;$

б) прямой $A_1A_2;$

в) прямой $A_4M;$

г) прямой $A_3K,$ параллельной прямой $A_1A_2;$

д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой $A_1A_2.$

Вычислить:

е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3;$

ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3.$

1. $A_1(3, 1, 4), A_2(-1, 6, 1), A_3(-1, 1, 6), A_4(0, 4, -1).$
2. $A_1(3, -1, 2), A_2(-1, 0, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8).$
3. $A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 2, -2), A_4(-1, 0, 2).$
4. $A_1(2, 5, 3), A_2(1, 1, 3), A_3(1, 9, -3), A_4(3, 6, 7).$
5. $A_1(9, 5, 5), A_2(-3, 7, 3), A_3(5, 7, 8), A_4(6, 9, 2).$
6. $A_1(0, 7, 1), A_2(2, -1, 5), A_3(1, 6, 3), A_4(3, -9, 8).$
7. $A_1(6, 1, 1), A_2(4, 6, 6), A_3(4, 6, 0), A_4(1, 2, 6)$
8. $A_1(7, 5, 3), A_2(9, 4, 4), A_3(4, 5, 7), A_4(7, 9, 6)$
9. $A_1(6, 8, 2), A_2(4, 5, 7), A_3(2, 6, 7), A_4(7, 3, 7)$
10. $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 1), A_3(0, 2, 0), A_4(1, 5, 0)$
11. $A_1(4, 4, 10), A_2(7, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 9)$
12. $A_1(4, 1, 5), A_2(6, 9, 4), A_3(2, 10, 10), A_4(7, 5, 9)$

13. $A_1(4, 6, 5), A_2(4, 6, 6), A_3(5, 10, 4), A_4(4, 7, 8)$
14. $A_1(3, 5, 4), A_2(8, 7, 4), A_3(5, 10, 4), A_4(1, 2, 6)$
15. $A_1(10, 9, 6), A_2(2, 8, 2), A_3(9, 8, 9), A_4(7, 10, 3)$
16. $A_1(1, 1, 1), A_2(4, 8, 6), A_3(5, 6, 0), A_4(1, 9, 10)$
17. $A_1(1, 8, 2), A_2(5, 2, 6), A_3(5, 7, 6), A_4(4, 2, 3)$
18. $A_1(6, 6, 5), A_2(4, 9, 5), A_3(4, 6, 11), A_4(6, 9, 3)$
19. $A_1(7, 2, 2), A_2(-5, 7, -6), A_3(5, -3, 1), A_4(2, 2, 7)$
20. $A_1(8, -6, 4), A_2(10, 5, -5), A_3(5, 6, -8), A_4(8, 10, 7)$
21. $A_1(1, -1, 3), A_2(6, 5, -8), A_3(3, 5, 8), A_4(8, 1, 4)$
22. $A_1(1, -2, 7), A_2(4, 2, 10), A_3(3, 2, 5), A_4(5, 3, 8)$
23. $A_1(4, -3, 3), A_2(1, 5, -6), A_3(2, 5, 8), A_4(3, 1, 9)$
24. $A_1(1, -1, 3), A_2(6, 5, -8), A_3(3, 5, 8), A_4(8, 1, 4)$
25. $A_1(4, 1, 2), A_2(1, 2, 0), A_3(3, 5, 7), A_4(2, 3, 5)$
26. $A_1(6, -2, 3), A_2(5, 5, -3), A_3(2, 1, 6), A_4(1, 1, 2)$
27. $A_1(2, -2, 5), A_2(3, 7, -4), A_3(2, 6, 8), A_4(4, 1, 4)$

Задача 7. Найти пределы функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2x^2 - 1}}{x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x - 7)^2}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 21}{2x^2 - 5x + 21}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2 + \sqrt{3x - 2}}{x - 2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x + 1}{2x^2 - 5x + 9}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x - 2}}{x^2 - 4}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 8x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 21}{2x^2 - 5x + 21}.$$

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2 + \sqrt{3x-2}}{x-2}.$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}.$$

$$17. \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x-7)^2}.$$

$$18. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{2x^2 - x}.$$

$$19. \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}.$$

$$20. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$21. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}.$$

$$22. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+4}{2x^2-6x}.$$

$$23. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{1-\sqrt{x}}.$$

$$24. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 11x}.$$

$$25. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{1-x}.$$

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2+4x-8}{x-2x^2-9}.$$

$$27. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2-\sqrt{x+4}}.$$

$$28. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 3x}.$$

$$29. \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x^2-9}.$$

$$30. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-7}{x-2x^2-9}.$$

Задача 7. Найти производные данных функций:

$$1. y = 15x^2 + 9x - 10.$$

$$2. y = \frac{1}{x^2} + 7\operatorname{ctg} x + 8.$$

$$3. y = 3\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$4. y = 2\sqrt{4x+1} + 4.$$

$$5. y = 4\sin 5x + 6\operatorname{tg} x.$$

$$6. y = 8x^2 - 9\sin x.$$

$$7. y = 3\operatorname{tg} 2x + 2.$$

$$8. y = 5\sqrt{x} + 34.$$

$$9. y = -3\cos(8x + 13).$$

$$10. y = \frac{2}{x} + 7\sin 5x.$$

$$11. y = 12x^2 - 2x^{0,5} + 10.$$

$$12. y = \frac{3}{x^3} + \ln 2x + 7.$$

$$13. y = 3\sqrt[3]{x} + 4x^2.$$

$$14. y = 5x^{0,2} - 6x^8.$$

$$15. y = -2\sin(7x + 2) + x^6.$$

$$16. y = 2\sqrt{8x-2} + \cos 4x.$$

$$17. y = 0,4x^5 + 2x.$$

$$18. y = 9 + \frac{5}{\sqrt{x-1}}.$$

$$19. y = 7\cos 5x + x^3.$$

$$20. y = 4x^3 + 8x^{1/8} + 9.$$

$$21. y = x^3 + 15x^2 - 7x^{0,6} - 6.$$

$$22. y = -2\operatorname{ctg} 7x - 6x.$$

$$23. y = 5\sin 4x + 3\cos 8x + 7.$$

$$24. y = e^{3x} - 6x^5 + 9\sqrt[3]{x^2}.$$

$$25. y = 3(\operatorname{tg} 2x - 2x^4).$$

$$26. y = \frac{3}{e^{5x} + 18}.$$

$$27. y = 3x^3 + 2^x - 49x^{1/7}.$$

$$28. y = 3x^2 - 5x^4 + 2.$$

$$29. y = \operatorname{ctg} 3x + 4x^5.$$

$$30. y = 4x^7 + \operatorname{tg} 4x + 13.$$

Задача 8. Провести полное исследование указанных функций и построить их графики:

$$1. \quad Y = \frac{2x + 3}{x^2 + 4}$$

$$2. \quad Y = \frac{x^2 + 6}{x^2 + 1}$$

$$3. \quad Y = \frac{3x + 4}{x^2 + 1}$$

$$4. \quad Y = \frac{1}{x^2 + 9}$$

$$5. \quad Y = \frac{x + 1}{x^2 + 3}$$

$$6. \quad Y = \frac{3 - x^2}{x^2 + 3}$$

$$7. \quad Y = \frac{2x + 1}{x + 2}$$

$$8. \quad Y = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$9. \quad Y = \frac{4x - 1}{x^2 + 3}$$

$$10. \quad Y = \frac{x^2}{x^2 + 5}$$

$$11. \quad Y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

$$12. \quad Y = \frac{6}{x^2 + 3}$$

$$13. \quad Y = \frac{5x}{x^2 + 25}$$

$$14. \quad Y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$15. \quad Y = \frac{x}{x^2 + 5}$$

$$16. \quad Y = \frac{2}{x^2 + 4}$$

$$17. \quad Y = \frac{x}{x^2 + 2}$$

$$18. Y = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$$

$$19. Y = \frac{-x}{x^2 + 1}$$

$$20. Y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$$

$$21. Y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

$$22. Y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

$$23. Y = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$$

$$24. Y = \frac{2x^2 + 4x + 2}{x - 2}$$

$$25. Y = \frac{x^2 + 9}{x + 4}$$

$$26. Y = \frac{4x - x^2 - 4}{x}$$

$$27. Y = \frac{x^2 + 27}{x + 3}$$

$$28. Y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

$$29. Y = \frac{x^2 + 8}{x + 1}$$

$$30. Y = \frac{x^2 + 21}{x - 2}$$

Задача 9. Найти: а) области определения и значений функции, б) частные производные второго порядка функции, в) частные дифференциалы функции:

$$1. u = \frac{x^2}{y - 2z}$$

$$2. u = xe^{yz}$$

$$3. u = x^2 \sin \sqrt{y + z}$$

$$4. u = \ln(x^2 + y - 2z)$$

5. $u = \frac{x+y^2}{2z}$
6. $u = xye^z$
7. $u = xz \operatorname{tg} \sqrt{y}$
8. $u = x^{yz}$
9. $u = \frac{2x^2+y}{z+x}$
10. $u = yze^{x^2}$
11. $u = xy \cos \sqrt{z}$
12. $u = x \ln(y+z)$
13. $u = \frac{y^2}{x+z}$
14. $u = x^2 ze^y$
15. $u = x \operatorname{arctg} yz$
16. $u = y^{zx^2}$
17. $u = \frac{x}{y^2-2z}$
18. $u = y^2 xe^z$
19. $u = z \sin x \cos y$
20. $u = \frac{x+y}{\ln(z-x)}$
21. $u = \frac{x^2+z}{y^2}$
22. $u = ze^{x^2y}$
23. $u = \frac{x}{\sin \sqrt{yz}}$
24. $u = xy^z$
25. $u = \frac{x^2+2y}{z^2}$
26. $u = zye^x$
27. $u = xy \operatorname{ctg} \sqrt{z}$

Задача 10. Исследовать на экстремум следующие функции:

1. $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$
2. $z = x^3 - y^3$
3. $z = 6x^2y + 2y^3 - 24x - 30y$
4. $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$
5. $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$
6. $z = x^2y - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + 3y^2$
7. $z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 18x - 18y$
8. $z = x^2y - y^3 - x^2 - 3y^2 + 3$

9. $z = 3x^2 - 6xy - y^3 + 3$
10. $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$
11. $z = x^2y - 2y^3 - x^2 - 5y^2$
12. $z = 2x^3 + y^2 + 6xy + 12x$
13. $z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$
14. $z = 2x^3 - 12x^2y + 16y^3 - 9x^2$
15. $z = -8x^3 + 6xy^3 + y^3 + 9y^2$
16. $z = e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + y^2)$
17. $z = e^{-2x^2}(x - y^2)$
18. $z = e^{-\frac{y}{2}}(x^2 - y)$
19. $z = e^{-2y^2}(x^2 + y)$
20. $z = -\frac{1}{2}x^2 + 8xy - y^3 - 13x - 12y$
21. $z = 2y\sqrt{x} - y^2 - 3x + 8y$
22. $z = x^2 - 4x\sqrt{y} - 2x + 5y$
23. $z = e^{-\frac{x}{4}}(5x^2 - y^2)$
24. $z = 2x^2 + 3xy + 2y^3 + 5x$
25. $z = x^3 - 5xy + 5y^2 + 7x - 15y$
26. $z = 2x^2 - 5xy + 2y^3 - 3x + 4y$
27. $z = 3x^2 + 10xy + 6y^3 + 2x + 2y - 1$
28. $z = 3x^3 + 7xy - \frac{7}{2}y^2 - 60x$

Типовой расчет № 2

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

1. 1) $\int \frac{x^5 - 3x^3}{x^4} dx$

4) $\int \frac{\operatorname{tg}^{0,5}x dx}{\cos^2x}$

2) $\int \frac{dx}{8 - 5x}$

5) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x - 1}$

3) $\int \frac{2x+1}{3x^2-3} dx$

6) $\int \frac{x-2}{x^2-2x+2} dx$

7) $\int (x-5) \sin x dx$

$$2. \quad 1) \int x^3(2x^2+4x)dx$$

$$2) \int \frac{dx}{3x^2+4}$$

$$3) \int \frac{dx}{2x^2-6}$$

$$4) \int \frac{dx}{x \ln^7 x}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2-4x-5}$$

$$6) \int \frac{2x+1}{x^2+2x+2} dx$$

$$7) \int (4x+3) \cos x dx$$

$$3. \quad 1) \int \frac{2x^{10}+x^6}{x^7} dx$$

$$2) \int e^{9x-2} dx$$

$$3) \int \frac{x+4}{3x^2+6} dx$$

$$4) \int \frac{\arcsin^8 x dx}{(1-x^2)^{0,5}}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2-2x+5}$$

$$6) \int \frac{2x-1}{x^2+2x-24} dx$$

$$7) \int (1-4x) e^x dx$$

$$4. \quad 1) \int x^5(6x^2-x) dx$$

$$2) \int \cos(5-8x) dx$$

$$3) \int \frac{3x-2}{x^2-6} dx$$

$$4) \int e^{x-4} x^2 dx$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2+2x-3}$$

$$6) \int \frac{4x+1}{x^2-4x+20} dx$$

$$7) \int x^5 \ln x dx$$

$$5. \quad 1) \int \frac{9x^5-x^3}{x^4} dx$$

$$2) \int \frac{dx}{\sin^2 x \operatorname{ctg}^{0,5} x}$$

- 3) $\int \frac{4x + 2}{2x^2 + 4} dx$
- 4) $\int \frac{dx}{8x + 11}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 1}$
- 6) $\int \frac{2x - 1}{x^2 + 2x + 5} dx$
- 7) $\int \arctg 2x dx$
6. 1) $\int x^4(3x^5 + 2x) dx$
- 2) $\int (4x - 1)^{0.5} dx$
- 3) $\int \frac{5x - 2}{x^2 + 3} dx$
- 4) $\int 9^x x^4 dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 + 8x - 20}$
- 6) $\int \frac{2x + 5}{x^2 - 2x + 2} dx$
- 7) $\int \arcsin 3x dx$
7. 1) $\int \frac{12x^9 + x^5}{x^6} dx$
- 2) $\int \frac{dx}{4 + 15x}$
- 3) $\int \frac{3x - 5}{x^2 + 2} dx$
- 4) $\int e^x x^6 dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x - 12}$
- 6) $\int \frac{x + 2}{x^2 - 2x + 10} dx$
- 7) $\int (4x + 1) \sin x dx$
8. 1) $\int x^3(3x^5 - 2x) dx$
- 2) $\int \cos(9x + 4) dx$
- 3) $\int \frac{x + 6}{2x^2 - 4} dx$
- 4) $\int \frac{dx}{\arctg x (x^2 + 1)}$

- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 6}$
- 6) $\int \frac{2x - 3}{x^2 - 2x - 3} dx$
- 7) $\int (4 - 5x) e^x dx$
9. 1) $\int \frac{x^{12} + 4x^7}{x^8} dx$
- 2) $\int 5^{1-4x} dx$
- 3) $\int \frac{2x - 1}{x^2 + 7} dx$
- 4) $\int \frac{\arcsin^6 x dx}{(1 - x^2)^{0.5}}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x - 15}$
- 6) $\int \frac{x + 9}{x^2 + 4x + 20} dx$
- 7) $\int \arctg 3x dx$
10. 1) $\int x^5 (3x^2 + x) dx$
- 2) $\int e^{1-x} dx$
- 3) $\int \frac{2x + 5}{3x^2 - 6} dx$
- 4) $\int \frac{dx}{x \ln^8 x}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 1}$
- 6) $\int \frac{4x + 1}{x^2 - 2x + 26} dx$
- 7) $\int \arcsin 4x dx$
11. 1) $\int \frac{x^{14} + 2x^{10}}{x^{11}} dx$
- 2) $\int e^{3x+1} x dx$
- 3) $\int \frac{5x - 2}{x^2 + 7} dx$
- 4) $\int (2x - 9)^{\frac{1}{3}} dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 4x - 12}$
- 6) $\int \frac{2x - 3}{x^2 + 2x + 10} dx$

- 7) $\int x^8 \ln x \, dx$
12. 1) $\int 3x^2(5 + x^6) \, dx$
- 2) $\int e^{4-5x} \, dx$
- 3) $\int \frac{6x - 1}{x^2 - 5} \, dx$
- 4) $\int \frac{(\arccos x)^{0,5}}{(1 - x^2)^{0,5}} \, dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 + 8x - 9}$
- 6) $\int \frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 17} \, dx$
- 7) $\int (2 + 5x)e^x \, dx$
13. 1) $\int \frac{x^{12} + 3x^7}{x^8} \, dx$
- 2) $\int \frac{dx}{\sin^2(4x+2)}$
- 3) $\int \frac{5x + 4}{x^2 + 8} \, dx$
- 4) $\int 9^{\cos x} \sin x \, dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 4x - 1}$
- 6) $\int \frac{x - 4}{x^2 + 10x + 26} \, dx$
- 7) $\int (3 - 2x^2)\cos x \, dx$
14. 1) $\int 5x^4(3x + x^2) \, dx$
- 2) $\int \frac{dx}{8 - 13x}$
- 3) $\int \frac{7x - 2}{x^2 - 5} \, dx$
- 4) $\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 4}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 13}$
- 6) $\int \frac{4x + 1}{x^2 + 8x + 17} \, dx$
- 7) $\int (5x - 4)\sin x \, dx$
15. 1) $\int \frac{x^8 - 5x^4}{x^5} \, dx$

$$2) \int \frac{dx}{4x^2 - 1}$$

$$3) \int \frac{3x+5}{x^2-2} dx$$

$$4) \int x^2 \cos x^3 dx$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2+6x-1}$$

$$6) \int \frac{x+7}{x^2-2x+37} dx$$

$$7) \int \arctg 4x dx$$

$$16. 1) \int 4x^3(x^5-2x^3)dx$$

$$2) \int 6^{3-2x} dx$$

$$3) \int \frac{4x-7}{x^2+3} dx$$

$$4) \int \frac{x dx}{x^4+4}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2-10x+13}$$

$$6) \int \frac{2x-1}{x^2+4x+29} dx$$

$$7) \int \arcsin 2x dx$$

$$17. 1) \int \frac{9x^{17}+x^{12}}{x^{13}} dx$$

$$2) \int \frac{dx}{(4x+1)^{0,5}}$$

$$3) \int \frac{6x+1}{x^2-5} dx$$

$$4) \int \frac{\cos x dx}{\sin^{0,25} x}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2+2x-11}$$

$$6) \int \frac{x+3}{x^2-4x+40} dx$$

$$7) \int (9x-4)e^x dx$$

$$18. 1) \int 7x^4(3x+x^3) dx$$

$$2) \int \cos(10-15x) dx$$

$$3) \int \frac{5x-2}{x^2+6} dx$$

$$4) \int x^4 e^x dx$$

- 5) $\int \frac{dx}{x^2-12x+37}$
- 6) $\int \frac{4x-3}{x^2+8x+25} dx$
- 7) $\int (2-5x) \cos x dx$
19. 1) $\int \frac{8x^{11}-x^6}{x^7} dx$
- 2) $\int \frac{dx}{9-14x}$
- 3) $\int \frac{3x-10}{x^2-1} dx$
- 4) $\int \frac{\operatorname{ctg}^{12} x dx}{\sin^2 x}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2+6x-3}$
- 6) $\int \frac{x-2}{x^2-4x+8} dx$
- 7) $\int \frac{\ln x dx}{x^4}$
20. 1) $\int x^9(5x^3-4x) dx$
- 2) $\int \sin(8x-3) dx$
- 3) $\int \frac{4x-5}{x^2+3} dx$
- 4) $\int \frac{5^{\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2-10x+27}$
- 6) $\int \frac{3x-4}{x^2+14x+50} dx$
- 7) $\int (4x+11)\sin x dx$
21. 1) $\int \frac{3x^{10}+x^7}{x^8} dx$
- 2) $\int (2-9x)^{0,2} dx$
- 3) $\int \frac{8x+3}{x^2-3} dx$
- 4) $\int \frac{dx}{\arcsin^3 x (1-x^2)^{0,5}}$

$$5) \int \frac{dx}{x^2 - 8x - 4}$$

$$6) \int \frac{2x + 1}{x^2 + 12x + 40} dx$$

$$7) \int \arctg 5x dx$$

$$22. 1) \int 2x^5 (x^3 - 4x) dx$$

$$2) \int \frac{dx}{\cos^2(6-3x)}$$

$$3) \int \frac{5x + 1}{x^2 - 4} dx$$

$$4) \int \frac{\ln^{14} x dx}{x}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2 - 6x - 1}$$

$$6) \int \frac{x - 3}{x^2 + 10x + 29} dx$$

$$7) \int (6x - 1) e^x dx$$

$$23. 1) \int \frac{11x^8 - x^4}{x^5} dx$$

$$2) \int 3^{10-2x} dx$$

$$3) \int \frac{4x + 9}{x^2 + 2} dx$$

$$4) \int \frac{e^{\operatorname{ctg} x} dx}{\sin^2 x}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2 - 4x - 14}$$

$$6) \int \frac{x - 5}{x^2 + 2x + 17} dx$$

$$7) \int (8x - 1) \cos x dx$$

$$24. 1) \int 3x^6 (x^5 - x) dx$$

$$2) \int \frac{dx}{\sin^2(4-11x)}$$

$$3) \int \frac{5x - 1}{x^2 - 6} dx$$

$$4) \int \frac{x^2 dx}{x^6 + 5}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2 - 12x + 11}$$

- 6) $\int \frac{3x + 1}{x^2 - 2x + 50} dx$
- 7) $\int \frac{\arcsin 5x}{15x^7 - x^2} dx$
25. 1) $\int \frac{1}{x^3} dx$
- 2) $\int \frac{dx}{4x + 11}$
- 3) $\int \frac{8x - 7}{x^2 - 5} dx$
- 4) $\int \frac{\arctg^{10} x}{1 + x^2} dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 2}$
- 6) $\int \frac{x + 4}{x^2 + 4x + 8} dx$
- 7) $\int x^6 \ln x dx$
27. 1) $\int 6x^5 (2x^2 + x) dx$
- 2) $\int \frac{dx}{(6x + 1)^3}$
- 3) $\int \frac{18x + 3}{x^2 + 10} dx$
- 4) $\int \frac{\arccos^8 x}{(1 - x^2)^{0.5}} dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 14x + 40}$
- 6) $\int \frac{2x - 4}{x^2 + 6x + 10} dx$
- 7) $\int (2 - 9x) \sin x dx$
27. 1) $\int \frac{12x^9 - x^3}{x^4} dx$
- 2) $\int 2^{5x + 4} dx$
- 3) $\int \frac{3x - 8}{x^2 - 11} dx$
- 4) $\int \frac{\sin x}{\cos^8 x} dx$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 10x + 20}$

$$6) \int \frac{x-2}{x^2+4x+5} dx$$

$$7) \int (6-5x)e^x dx$$

$$28. 1) \int 2x^4(x-x^{11}) dx$$

$$2) \int \sin(8x+13) dx$$

$$3) \int \frac{7x+4}{x^2-3} dx$$

$$4) \int \frac{\operatorname{ctg}^{0,2} x dx}{\sin^2 x}$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2-2x-10}$$

$$6) \int \frac{2x+5}{x^2+12x+45} dx$$

$$7) \int (4-x)\cos x dx$$

$$29. 1) \int \frac{10x^{11-x^2}}{x^3} dx$$

$$2) \int e^{16x-9} dx$$

$$3) \int \frac{x+8}{x^2-13} dx$$

$$4) \int x^3 \sin x^4 dx$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2-6x+4}$$

$$6) \int \frac{3x-5}{x^2+8x+20} dx$$

$$7) \int \frac{\ln x dx}{x^6}$$

$$30. 1) \int 5x^8(x^2-4x) dx$$

$$2) \int \frac{dx}{3-14x}$$

$$3) \int \frac{4x+1}{2x^2-2} dx$$

$$4) \int \sin x 2^{\cos x} dx$$

$$5) \int \frac{dx}{x^2-16x+60}$$

$$6) \int \frac{x+4}{x^2-4x+3} dx$$

$$7) \int (3x-2) \sin x dx$$

Задача 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями:

1. $y_1 = x^2 - 4x + 3, y_2 = x - 1.$

2. $y_1 = \frac{x^2}{3} - \frac{10}{3}x + \frac{25}{3}, y_2 = 2x - 10.$

3. $y_1 = \frac{x^2}{3} - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}, y_2 = x + 4.$

4. $y_1 = x^2 + 4x + 3, y_2 = x + 3.$

5. $y_1 = \frac{x^2}{3} - 2x + 3, y_2 = 2x - 6.$

6. $y_1 = \frac{x^2}{3} - \frac{10}{3}x + \frac{25}{3}, y_2 = x + 1.$

7. $y_1 = x^2 - 2x - 1, y_2 = x - 1.$

8. $y_1 = \frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, y_2 = 2x - 2.$

9. $y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}, y_2 = x + 8.$

10. $y_1 = x^2 - 6x + 13, y_2 = x + 3.$

11. $y_1 = \frac{x^2}{3} + 2x + 3, y_2 = x + 9.$

12. $y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, y_2 = x + 5.$

13. $y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}, y_2 = x + 8.$

14. $y_1 = x^2 - 4x + 4, y_2 = x.$

15. $y_1 = \frac{x^2}{3} - \frac{8}{3}x + \frac{16}{3}, y_2 = 2x - 8.$

16. $y_1 = \frac{x^2}{3} - 2x + 3, y_2 = x + 3.$

17. $y_1 = x^2 - 6x + 10, y_2 = x.$

18. $y_1 = \frac{x^2}{3} - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}, y_2 = 2x - 4.$

19. $y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, y_2 = x + 7.$

20. $y_1 = \frac{x^2}{3} + 2x + 3, y_2 = x + 9.$

21. $y_1 = x^2 + 6x + 8, y_2 = x + 4.$

$$22. y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, y_2 = 2x + \frac{22}{3}.$$

$$23. y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}, y_2 = x + \frac{16}{3}.$$

$$24. y_1 = x^2 + 8x + 15, y_2 = x + 5.$$

$$25. y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{8}{3}x + \frac{16}{3}, y_2 = x + 10.$$

$$26. y_1 = x^2 - 1, y_2 = x + 1.$$

$$27. y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{10}{3}x + \frac{25}{3}, y_2 = \frac{5}{3}x + 5.$$

$$28. y_1 = x^2 + 2x - 1, y_2 = -x - 1.$$

$$29. y_1 = \frac{x^2}{3} + \frac{10}{3}x + \frac{25}{3}, y_2 = x + 11.$$

$$30. y_1 = \frac{x^2}{3} + 4x + 12, y_2 = 2x + 12.$$

Задача 3. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

$$1. (xy^2 + x)dx + (y - yx^2)dy = 0.$$

$$2. yy' = \frac{1-2x}{y}.$$

$$3. xy' + y = y^2.$$

$$4. y'tgx - y = 1.$$

$$5. y' + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0.$$

$$6. \sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0.$$

$$7. yy' = \frac{(1+y^2)x}{1+x^2}.$$

$$8. \sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx.$$

$$9. y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 0.$$

$$10. y' = \frac{2y^2}{x^2 - 1}.$$

$$11. x \sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0.$$

$$12. \frac{x}{\sqrt{1-y^2}}dy + \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}dx = 0.$$

$$13. yy' = -\frac{2x}{\cos y}.$$

$$14. \frac{y'}{y} = \frac{1}{\ln y}.$$

$$15. y' = -\frac{y \ln^3 y}{x+1}.$$

$$16. y' = y^2 \operatorname{ctg} x.$$

$$17. 2yy' = 1 - 3x^2.$$

$$18. y' = \frac{2xy^2}{1+x^2}.$$

$$19. e^x(1+e^y)dx + e^y(1+e^x)dy = 0.$$

$$20. y' = \frac{y \cos x}{2 + \sin x}.$$

$$21. y' = \frac{e^x}{y(1+e^x)}.$$

$$22. xyy' = 2 + y^2.$$

$$23. y' = \frac{y}{x(x-1)}.$$

$$24. y' = \frac{y^2 + 4}{y(x+1)}.$$

$$25. y' = \frac{y \sin x}{2 + \cos x}.$$

$$26. (e^x + 8)dy = ye^x dx.$$

$$27. (x^2 + x^2 y^3)dx = (y^2 + y^2 x^3)dy.$$

$$28. y' = \frac{x - xy^2}{yx^2 + y}.$$

$$29. y' - \frac{x^2 y}{1 + x^3} = 0.$$

$$30. y' - \frac{y}{x + x^2} = 0.$$

Задача 4. Решить однородные дифференциальные уравнения:

$$1. y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}.$$

$$2. y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\cos \frac{y}{x}}.$$

$$3. y' = \frac{y^2 + 3xy + x^2}{x^2}.$$

$$4. y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}.$$

$$5. y' = \frac{y}{x} + \sin^2 \frac{y}{x}.$$

$$6. y' = \frac{y}{x} - \operatorname{ctg} \frac{y}{x}.$$

$$7. y' = \frac{y^2 + xy + x^2}{x^2}.$$

$$8. y' = \frac{y^2 - xy + x^2}{x^2}.$$

$$9. y' = \frac{y^2 + xy}{x^2}.$$

$$10. y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}.$$

$$11. y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}.$$

$$12. y' = \frac{y^2 + 3xy + x^2}{x^2}.$$

$$13. y' = \frac{y^2 + 2x^2}{xy}.$$

$$14. y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}.$$

$$15. xy' = 4(x^2 - y^2)^{1/2} + y.$$

$$16. y'(2x - y) = x + 2y.$$

$$17. xy' = y - \sqrt{xy}.$$

$$18. y' = 2\sqrt{1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2} + \frac{y}{x}.$$

$$19. y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 4\frac{y}{x} + 2.$$

$$20. y' = \frac{-5y^2 + xy + x^2}{x^2 - 6xy}.$$

$$21. y' = \frac{-2x - 3y}{3x + 2y}.$$

$$22. y' = \frac{y^2 + 5xy + 4x^2}{x^2}.$$

$$23. y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin \frac{y}{x}}.$$

$$24. y' = \frac{y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}.$$

$$25. y' = 2\frac{y}{x} + 2\frac{x}{y}.$$

$$26. y' = \frac{x + y}{x - y}.$$

$$27. y' = \frac{-y^2 + xy + x^2}{x^2 - 2xy}.$$

$$28. y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 6\frac{y}{x} + 6.$$

$$29. y' = \frac{-y^2 + 2xy + x^2}{2x^2 - 2xy}.$$

$$30. y' = \frac{-y^2 + 3xy + x^2}{3x^2 - 2xy}.$$

Задача 5. Найти решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений:

1. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(1) = \frac{3}{2}.$

2. $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y(\frac{\pi}{2}) = 0.$

3. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}.$

4. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y(\frac{\pi}{2}) = 1.$

5. $y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5, y(2) = 4.$

6. $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, y(1) = 1.$

7. $y' + 2 \frac{y}{x} = x^3, y(1) = -\frac{5}{6}.$

8. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x, y(1) = e.$

9. $y' + \frac{-2x+1}{x^2} y = 1, y(1) = 1.$

10. $y' + \frac{2y}{x+1} = (x+1)^2 e^x, y(0) = 1.$

11. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0) = \frac{2}{3}.$

12. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1) = 4.$

13. $xy' + y - e^x = 0, y(a) = b.$

14. $y' - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0, y(0) = 0.$

15. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 0.$

16. $y' - 4y = e^{2x}, y(0) = 1.$

17. $y' + \frac{y}{1-x^2} x = 1, y(0) = 0.$

18. $y' - \frac{yx}{1+x^2} = x, y(1) = 1.$

19. $y' - 2 \frac{yx}{1+x^2} = 1 + x^2, y(0) = 1.$

20. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x} 2x, y(0) = 1.$

21. $y'x - y - x^2 = 0, y(1) = 0.$

22. $y' - 2 \frac{yx}{1+x^2} = 2x(1+x^2), y(0) = 1.$

$$23. y' \cos x + y \sin x = 1, y(0) = 1.$$

$$24. y' + 3 \frac{y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1.$$

$$25. y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = \frac{1}{\pi}.$$

$$26. y' + 2xy = -2x^3, y(1) = \frac{1}{e}.$$

$$27. y' + xy = -x^3, y(0) = 3.$$

$$28. y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, y(0) = \frac{1}{2}.$$

$$29. y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -\frac{1}{2}.$$

$$30. y' - y \cos x = -\sin 2x, y(0) = 3.$$

Задача 6. Решить дифференциальные уравнения высших порядков:

$$1. y'' = xe^x, y(0) = 0, y'(0) = 0.$$

$$2. xy'' = y'.$$

$$3. y''(1+y) = y'^2 + y'.$$

$$4. y''' = 2x \ln x.$$

$$5. 1 + y'^2 = 2yy''.$$

$$6. xy'' + y' = 0.$$

$$7. y'' = xe^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

$$8. a^2(y'')^2 = 1 + y'^2.$$

$$9. y^{IV} = \cos^2 x, y(0) = \frac{1}{32}, y'(0) = 0, y''(0) = \frac{1}{8}, y'''(0) = 0.$$

$$10. xy'' = (1 + 2x^2)y'.$$

$$11. y'' + \frac{2}{1-y}y'^2 = 0.$$

$$12. y''' \sin^4 x = \sin 2x.$$

$$13. y'' = y'(1 + y').$$

$$14. y'' = a^2 y.$$

$$15. y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x.$$

$$16. y'' = (1 - y'^2)^{1/2}.$$

$$17. y'' = y' \ln y', y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$18. y''' = \frac{6}{x^3}, y(1) = 2, y'(1) = 1, y''(1) = 1.$$

$$19. yy'' - y'^2 = y^3, y(0) = -\frac{1}{2}, y'(0) = 0.$$

20. $y'' = 4\cos 2x, y(0) = 0, y'(0) = 0.$
21. $y''' + y'^2 = 0.$
22. $y'' = \frac{1}{1+x^2}.$
23. $y'' = e^{2y}, y(0) = 0, y'(0) = 1.$
24. $xy^{IV} - y'' = 0.$
25. $2y'' = 3y^2, y(-2) = 1, y'(-2) = -1.$
26. $3y'y'' = 2y, y(0) = y'(0) = 1.$
27. $xy'' = y' + x^2.$
28. $2yy'' - 3y'^2 = 4y^2.$
29. $y^3y'' = -1, y(1) = 1, y'(1) = 0.$
30. $y'' = (1 + y'^2)^{1/2}.$

Задача 7. Найти частное и общее решения дифференциальных уравнений второго порядка:

1. 1) $y'' - 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4$
 2) $y'' + y = 0$
 3) $y'' - 6y' + 10y = 51e^{-x}$
2. 1) $y'' - 4y' = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 8$
 2) $y'' - 4y' + 29y = 0$
 3) $y'' + 2y' + 37y = 37x^2 - 33x + 74$
3. 1) $y'' - 16y = 0, \quad y(0) = 8, \quad y'(0) = 0$
 2) $y'' + 2'y + 17y = 0$
 3) $y'' + 2y' - 3y = 6x$
4. 1) $y'' - 6y' + 9y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -4$
 2) $y'' + 4y = 0$
 3) $y'' + 6y' + 10y = 74e^{3x}$
5. 1) $y'' - 6y' + 8y = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 0$
 2) $y'' + 9y = 0$
 3) $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65$
6. 1) $y'' + 7y' = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -7$
 2) $y'' - 2y' + 2y = 0$

- 3) $y'' + 4y = 8x$
7. 1) $y'' - 36y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 6$
 2) $y'' + 2y' + 10y = 0$
 3) $y'' - 9y' + 20y = 126e^{-2x}$
8. 1) $y'' - 4y' + 4y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1$
 2) $y'' + 16y = 0$
 3) $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6$
9. 1) $y'' + 9y' + 20y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4$
 2) $y'' + 25y = 0$
 3) $y'' - 3y' + 2y = x + 1$
10. 1) $y'' - 3y' = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 6$
 2) $2y'' - 14y' + 50y = 0$
 3) $y'' - 8y' + 17y = 10e^{2x}$
11. 1) $y'' - 9y = 0, \quad y(0) = 6, \quad y'(0) = 6$
 2) $y'' + 4y' + 5y = 0$
 3) $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66$
12. 1) $y'' - 10y' + 25 = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$
 2) $y'' + 36y = 0$
 3) $y'' - 4y' + 4y = 2x$
13. 1) $y'' - 7y' + 10y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 9$
 2) $y'' + 49y = 0$
 3) $y'' + 6y' + 9y = 72e^{3x}$
14. 1) $y'' + 11y' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -11$
 2) $y'' - 6y + 25y = 0$
 3) $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12$
15. 1) $y'' - 25y = 0, \quad y(0) = 10, \quad y'(0) = 0$
 2) $y'' - 4y' + 20y = 0$
 3) $y'' + 2y' + 4y = 2x$
16. 1) $y'' + 2y' + y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$
 2) $y'' + 64y = 0$

- 3) $y'' + 16y = 80e^{2x}$
17. 1) $y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 6$
 2) $y'' + 81y = 0$
 3) $y'' - y' - 6y = 12x^2 - 2x + 1$
18. 1) $y'' - 6y' = 0, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 18$
 2) $y'' - 2y' + 5y = 0$
 3) $y'' - y = x$
19. 1) $y'' - 4y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$
 2) $y'' - 2y' + 17y = 0$
 3) $y'' + 9y = 10e^{3x}$
20. 1) $y'' - 8y' + 16y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$
 2) $y'' + 100y = 0$
 3) $y'' + y = 4x^2 + 9$
21. 1) $y'' + 7y' - 8y = 0, \quad y(0) = 18, \quad y'(0) = 0$
 2) $y'' + 121y = 0$
 3) $y'' - 4y = 2 - 8x$
22. 1) $y'' + 5y' = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -10$
 2) $y'' + 2y' + 2y = 0$
 3) $y'' + 4y' + 29y = 52e^{-x}$
23. 1) $y'' - 49y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 14$
 2) $y'' - 2y' + 10y = 0$
 3) $y'' + 3y' + 2y = 2x^2 - 4x - 17$
24. 1) $y'' + 12y' + 36y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 20$
 2) $y'' + 144y = 0$
 3) $y'' - 4y' + 5y = 10x - 3$
25. 1) $y'' + 12y' + 11y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 10$
 2) $y'' + 169y = 0$
 3) $y'' + 10y' + 34y = 27e^{-5x}$
26. 1) $y'' - 14y' = 0, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 28$
 2) $y'' - 4y' + 5y = 0$
 3) $y'' - 3y' + 2y = 2x^2 - 2x$

27. 1) $y'' - 64y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 8$
 2) $y'' + 4y' + 20y = 0$
 3) $y'' - 9y = 9 - 18x$
28. 1) $y'' - 16y' + 64y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
 2) $y'' + 196y = 0$
 3) $y'' + 16y = 64e^{4x}$
29. 1) $y'' + 6y' + 5y = 0$, $y(0) = 5$, $y'(0) = -8$
 2) $y'' + 225y = 0$
 3) $y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3$
30. 1) $y'' + 8y' = 0$, $y(0) = 6$, $y'(0) = -16$
 2) $y'' + 2y' + 5y = 0$
 3) $y'' - 6y' + 9y = 27x + 9$

Задача 8. Исследовать на абсолютную (условную) сходимость ряд:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3n+1}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{8n+3}}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{6n-1}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{9n+2}}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4n+1}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n-1}}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5n+1}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{6n-2}}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{6n-2}}$$

$$n=1 \quad 6n+1$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{7n-3}}$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5^{n+(n+1)}}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{7^{n+(n+2)}}$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3^{n+(n+3)}}$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{8^{n+(n+2)}}$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{6^{n+(n+1)}}$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^{n+(n+3)}}$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3^{n+(n+1)}}$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+2}$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4^{n+(n+1)}}$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{5^{n+(n+3)}}$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{6^{n+(n+2)}}$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{7n-2}$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{9^n(n+4)}$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{4n-1}}$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n(n+5)}$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{8^n(n+1)}$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{3n-1}}$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4^n(n+3)}$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{9n-3}$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{7^n(n+1)}$$

Задача 9. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n x^n}{b^n \sqrt[k]{2n-1}}$$

	а	в	к				
				15.	8	5	8
1.	4	3	4	16.	2	7	9
2.	5	2	3	17.	3	8	4
3.	6	7	2	18.	4	5	2
4.	3	2	5	19.	5	6	5
5.	2	5	6	20.	8	7	6
6.	7	4	9	21.	9	2	7
7.	8	3	8	22.	8	9	3

8.	9	4	7	23.	7	6	8
9.	2	3	2	24.	7	9	2
10.	3	4	3	25.	7	8	9
11.	6	5	4	26.	5	8	3
12.	5	4	7	27.	9	5	6
13.	4	7	6	28.	3	7	5
14.	7	2	5	29.	2	9	2
				30.	9	7	4

Задача 10. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001, разложив подынтегральную функцию в ряд:

$$1. \int_0^1 x^2 e^{-x^2/2} dx.$$

$$2. \int_0^{1/4} \cos(10x^2) dx.$$

$$3. \int_0^{1/3} x \ln(1+x^{1/2}) dx.$$

$$4. \int_0^{1/3} \frac{\sin 2x}{x} dx.$$

$$5. \int_0^{1/4} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$6. \int_0^1 x^{1/2} e^{-x^2} dx.$$

$$7. \int_0^{1/4} x^{1/2} \cos(2x) dx.$$

$$8. \int_0^{1/2} \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x} dx.$$

$$9. \int_0^{1/3} x^{1/2} e^{-\sqrt{x}} dx.$$

$$10. \int_0^1 x^2 \cos x^{1/2} dx.$$

$$11. \int_0^{1/4} x^2 \ln(1+x) dx.$$

$$12. \int_0^1 \sin x^2 dx.$$

$$13. \int_0^{1/4} x^2 e^{-\sqrt{x}} dx.$$

$$14. \int_0^1 x^{1/3} \cos x dx.$$

$$15. \int_0^{1/4} x \ln(1+x^2) dx.$$

$$16. \int_0^{1/4} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

$$17. \int_0^{1/3} x^3 e^{-x^3} dx.$$

$$18. \int_0^{1/2} x \cos(2x)^{1/2} dx.$$

$$19. \int_0^{1/3} x^2 \ln(1+x^{1/2}) dx.$$

$$20. \int_0^1 x^{1/2} e^{-x^3} dx.$$

$$21. \int_0^{1/3} x \cos x^{1/3} dx.$$

$$22. \int_0^{1/2} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx.$$

$$23. \int_0^{1/3} x \sin x^{1/2} dx.$$

$$24. \int_0^{1/4} x e^{-x^2/2} dx.$$

$$25. \int_0^{1/3} x \cos x^{1/2} dx.$$

$$26. \int_0^{1/2} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx.$$

$$27. \int_0^{1/2} \frac{\sin x^2}{x} dx.$$

$$28. \int_0^{1/4} x e^{-x^3} dx.$$

$$29. \int_0^{1/3} x^{1/2} \sin x^{1/2} dx.$$

$$30. \int_0^{1/4} \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x^2} dx$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная учебная литература:

1. Ариничева И. В. Математика: базовый курс для экономистов : учеб. пособие / И. В. Ариничева. – Краснодар : КубГАУ, 2017. – 68 с.
https://edu.kubsau.ru/file.php/111/metodgmu_so_stranicami.pdf
2. Ариничева И.В. Дифференциальные уравнения и ряды: экономический бакалавриат: учеб. пособие / Ариничева И.В., Ариничев И.В. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – 114 с.
https://edu.kubsau.ru/file.php/111/metoddifur_23.11.2016.pdf

Дополнительная учебная литература

3. Ариничева И.В. Элементы линейной алгебры: экономический бакалавриат учеб. пособие / Ариничева И.В., Ариничев И.В.– Краснодар: КубГАУ, 2016. – 101 с.
https://edu.kubsau.ru/file.php/111/lineinaja_algebra.pdf
4. Ариничев И. В. Методы оптимальных решений : учеб. пособие / И. В. Ариничев, И. В. Ариничева. – Краснодар : КубГАУ, 2017. – 62 с.
https://edu.kubsau.ru/file.php/111/MOR_v_pechat.pdf

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
ТЕМА 1. Алгебра матриц.....	4
ТЕМА 2. Векторная алгебра	9
ТЕМА 3. Аналитическая геометрия на плоскости	12
ТЕМА 4. Аналитическая геометрия в пространстве.....	19
ТЕМА 5. Математический анализ и теория пределов.....	22
ТЕМА 6. Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной.....	25
ТЕМА 7. Дифференциальное исчисление функции нескольких независимых переменных.....	30
ТЕМА 8. Интегральное исчисление и неопределенный интеграл	32
ТЕМА 9. Определенный интеграл.....	36
ТЕМА 10. Несобственный интеграл.....	38
ТЕМА 11. Дифференциальные уравнения.....	41
ТЕМА 12. Ряды.....	43
Вопросы к зачету, экзамену.....	44
Задания типового расчета	47
Перечень основной и дополнительной литературы	86

МАТЕМАТИКА

Методические указания

Составители: **Ариничева** Ирина Владимировна,
Петунина Ирина Александровна

Подписано в печать 20.06.2021. Формат $60 \times 84^{1/16}$.
Усл. печ. л. – 5,5. Уч.-изд. л. – 4,0.

Кубанский государственный аграрный университет.
350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13