МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет
имени И. Т. Трубилина»

Пасниченко П.Г., Долобешкин Е.В.

«ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ»

Методические указания

Краснодар 2018

УДК 631.6
ББК 40.6
Г 94

Рецензент
доктор технических наук, профессор Кузнецов Е.В.

Пасниченко П.Г., Долобешкин Е.В.

Предназначено для бакалавров, обучающихся по направлению «Строительство»

Публикуется в соответствии с решением методической комиссии архитектурно-строительного факультета. Протокол №5 от 21.12.2017г.

© Пасниченко П.Г., Долобешкин Е.В. 2018г.
© ФГБОУ ВПО КубГАУ 2018г.

Содержание работы.

Для короткого стержня с поперечным сечением по заданной схеме и размерами согласно заданной строке, нагруженного расчетной сжимающей силой Р, приложенной внецентренно в точке 3, требуется:

1. Найти центр тяжести сечения, определить величину главных моментов инерции и положение главных осей.
2. Построить ядро сечения, определив его координаты аналитически и графически. Провести силовую линию, определить положение нулевой линии и координаты наиболее напряженных сжатых и растянутых точек сечения.
3. Определить величину расчетной сжимающей силы Р, из условия, чтобы наибольшее сжимающее напряжение не превосходило расчетного сопротивления $R_{\text{сж}} = 50\,\text{кг}/\text{см}^2$, а наибольшее растягивающее напряжение не превышало $R_{\text{Р}} = 10\,\text{кг}/\text{см}^2$. Построить эпюру нормальных напряжений от силы Р.
4. Проверить напряжения в основании столба (в месте сопряжения его с фундаментом) с учетом собственного веса, построить эпюру напряжений от собственного веса и суммарную эпюру напряжений. При определении расчетной нагрузки от собственного веса коэффициент перегрузки принять равным m =1,1.

Пояснения к работе.

Координаты центра тяжести сечения, величина главных моментов инерции сечения и положение главных осей инерции определяется по методике второго задания.

Ядром сечения называется область вокруг центра тяжести поперечного сечения бруса, внутри которой следует приложить продольную силу, чтобы по всему сечению вызвать напряжения одного знака.

Координаты вершин ядра сечения определяются аналитически и графически.

Для построения ядра сечения при первом способе, касательную к контуру сечения, принимаемую за нейтральную линию, «обкатывают» по контуру, вычисляя соответственно каждому положению её координаты вершин ядра сечения. В тех случаях, когда контур сечения имеет внутренние углы, число сторон у ядра сечения не совпадает с числом сторон самого сечения, вычисление координат вершин ядра сечения $У_Р$ и $Z_Р$, т.е. точки приложения силы, при которых имеет место указанное положение нулевой линии, производят по формулам:

$$у_{\text{Р}} = -\frac{i_Z^2}{a_y}\,; \quad z_{\text{Р}} = -\frac{i_y^2}{a_Z};$$

Где i_Z и $i_{\text{у}}$ - радиусы инерции сечения,

a_y и a_Z - отрезки, отсекаемые касательной к контуру сечения на главных осях У и Z и берутся по чертежу. По координатам вершин ядра сечения $У_Р$ и $Z_Р$ строится ядро сечения.

При использовании графического способа, необходимо вычислить отрезки, отсекаемые на главных центральных осях сторонами контурами ядра по формулам:

$$y_{\text{PA}} = -\frac{i_Y^2}{Z_{\text{A}}}; \quad z_{\text{PA}} = -\frac{i_Z^2}{Y_A};$$

Где Z_{A} и Y_A - координаты точки контура сечения, около которой поворачивается нейтральная ось при переходе из одного положения в другое.

Рассматривая последовательно все точки контура сечения, около которых необходимо повернуть нейтральные линии, касательные к контуру, находят значения отрезков. Отметив отрезки на осях У и Z и соединив полученные точки в пересечениях линий, графически получают вершины ядра сечения и его очертание.

Силовой линией называется прямая, проходящая через центр тяжести сечения, по которой может перемещаться заданная сила Р, нулевая линия при этом перемещается параллельно самой себе. Положение силовой линии определяется координатами точки приложения продольной силы (Z_{P} и Y_{P}) и центра тяжести сечения.

Нейтральной (нулевой) называется линия, в точках которой напряжения от внецентреннего сжатия равны нулю.

В случае внецентреннего сжатия уравнение нейтральной линии имеет вид:

$$\frac{y_{\text{P}} \cdot y_0}{i_Z^2} + \frac{z_{\text{P}} \cdot z_0}{i_Y^2} + 1 = 0$$

Для построения нейтральной линии вычисляются отрезки, отсекаемые на главных осях:

$$a_Z = \frac{i_Y^2}{z_{\text{P}}}; \quad a_y = \frac{i_Z^2}{y_{\text{P}}}$$

Эти отрезки определяют положение нейтральной линии. Касательные к контуру сечения, параллельные нейтральной линии, дают на контуре две точки, в которых возникают наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения.

Зная координаты этих точек нетрудно определить величину расчетной сжимающей силы Р, из условия, чтобы наибольшее сжимающее напряжение не превосходило расчетного сопротивления на сжатие и растяжение.

Применительно к данному расчету удобно использовать условие прочности в следующем виде:

$$\sigma_{\frac{max}{min}} = -\frac{\text{P}}{\text{A}} \cdot \left(1 + \frac{y_{\text{P}} \cdot y}{i_Z^2} + \frac{z_{\text{P}} \cdot z}{i_Y^2}\right) \le mR_{\text{сж}}$$

Откуда

$$\text{P} = -m \cdot R_{\text{сж}} \cdot \text{A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{y_{\text{P}} \cdot y_{\text{сж}}}{i_Z^2} + \frac{z_{\text{P}} \cdot z_{\text{сж}}}{i_Y^2}}$$

Где $y_{\text{сж}}$ и $z_{\text{сж}}$ - координаты точки, где суммируются сжимающие напряжения.

$$\text{P} = -m \cdot R_{\text{рас}} \cdot \text{A} \cdot \frac{1}{1 - \frac{y_{\text{P}} \cdot y_{\text{рас}}}{i_Z^2} - \frac{z_{\text{P}} \cdot z_{\text{рас}}}{i_Y^2}}$$

Где $y_{\text{рас}}$ и $z_{\text{рас}}$ - координаты точки, где суммируются сжимающие напряжения от продольной силы и растягивающие напряжения от изгибающих моментов.

За расчетную принимают меньшую силу Р. Эпюру нормальных напряжений от составляющих силовых факторов и суммарную эпюру для наглядности строят в пространстве, но на практике их чаще строят на плоскости.

Применительно к общему случаю внецентреннего сжатия, эпюру напряжения от осевой сжимающей силы целесообразно строить параллельно одной из главных центральных осей инерции сечения.

$$\sigma_N = -\frac{N}{A}$$

Эпюру напряжений от изгибающего момента $\sigma_{\text{МХ}} = \mp\frac{\text{М}_Z}{J_Z} \cdot y$ целесообразно строить на линии, параллельной оси У.

Эпюру напряжений от изгибающего момента $\sigma_{\text{МУ}} = \mp\frac{\text{М}_\text{У}}{J_\text{У}} \cdot Z$ целесообразно строить на линии, параллельной оси Z.

Эпюру суммарных напряжений строят на прямой, перпендикулярной к нейтральной линии. Построение выполняют по максимальным и минимальным значениям нормальных напряжений с учетом положения нейтральной линии.

При проверке напряжений в основании столба с учетом собственного веса его, ввиду симметричности сечения и одной высоты, будем считать вес приложенным центрально.

Если бы столб был бы несимметричным или часть столба внутри имела другую высоту, то нужно учитывать изгибающий момент от веса несимметричной части столба.

Напряжения от собственного веса

$$\sigma_{\text{с.в.}} = \gamma \cdot L \cdot n_1 ,$$

Ординаты суммарной эпюры напряжений в подошве столба могут быть вычислены по формуле:

$$\sigma_{\frac{MAX}{MIN}} = -\frac{P}{\text{А}} \cdot \left(1 + \frac{\text{А} \cdot \gamma \cdot L \cdot n_1}{P} \mp \frac{y_F \cdot y}{i_Z^2} \mp \frac{z_F \cdot z}{i_Y^2}\right)$$

Поскольку нормальные напряжения в подошве столба от продольной силы:

$$\sigma_N = \frac{P}{\text{А}} + \gamma \cdot L \cdot n_1 = \frac{P}{\text{А}} \cdot \left(1 + \frac{\text{А} \cdot \gamma \cdot L \cdot n_1}{P}\right)$$

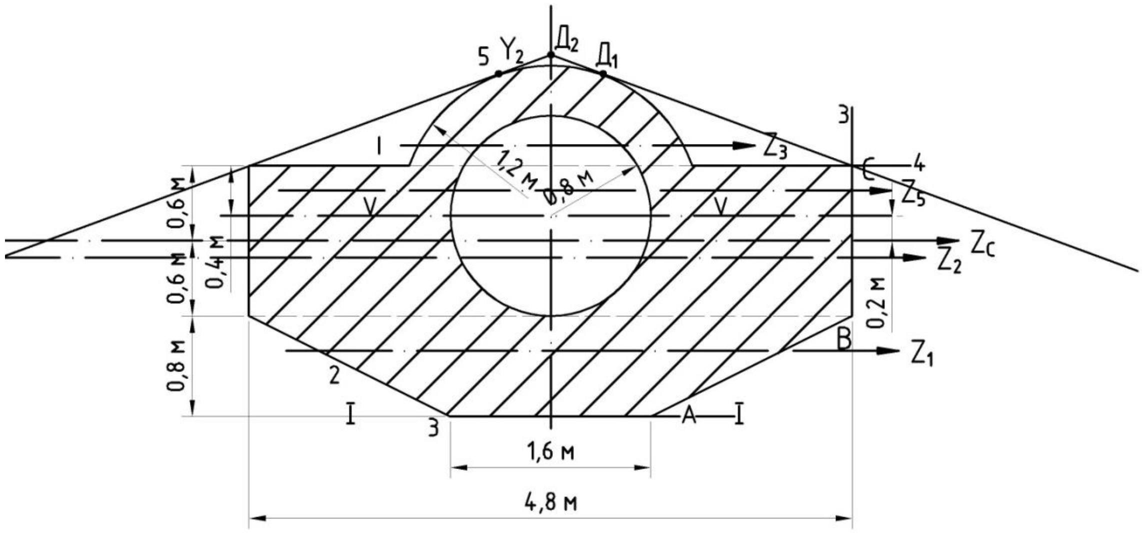
Пример расчета.

Рассчитать бык моста на внецентренное сжатие. Схема 21, строка 6.

1. Выписываем исходные данные по строке 6.

№ строки	а, м	Высота столба h, м	Объемный вес γ, т/м^3
6	1,6	7,5	2,1

2. Изображаем сечение столба.

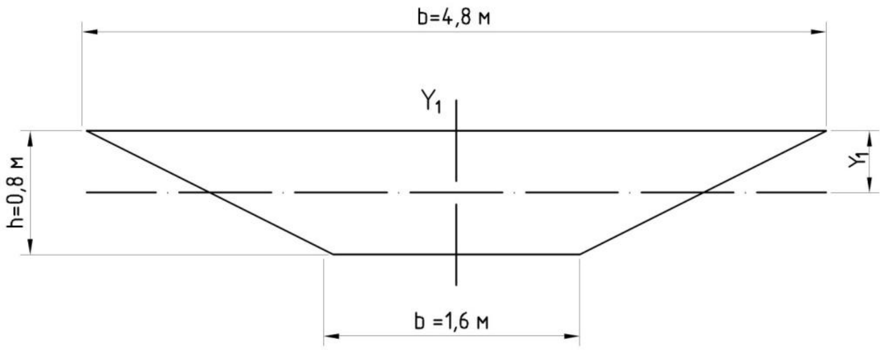


Определяем положение центра тяжести сечения и находим главные моменты инерции сечения и радиусы инерции сечения. Заданное сечение симметрично относительно оси У, поэтому для определения положения центра тяжести достаточно найти только координату y_c.

Разбиваем сечение на трапецию I, прямоугольник II, полукруг III, круг IV, два прямоугольника V оставшейся части сечения.

Выбираем в качестве вспомогательных осей, оси, проходящие через центр тяжести круга.

Трапеция I



$$У_1 = \frac{h_1}{3} \cdot \frac{b+2b_1}{b+b_1} = \frac{0,8}{3} \cdot \frac{4,8+2\cdot1,6}{4,8+1,6} = 0,33м$$

Положение центра площади фигуры к выбранным осям:

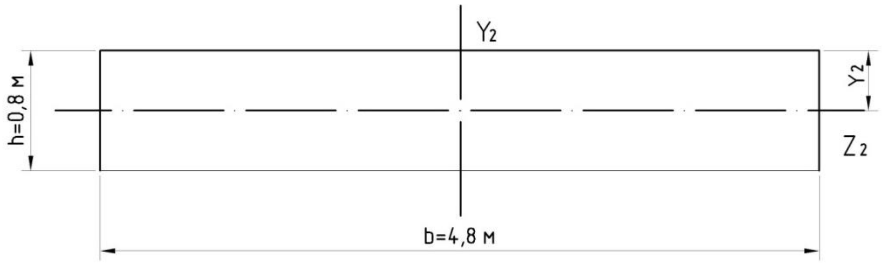
$$у_{c_1} = -0,8 - 0,33 = -1,13м$$

$$z_{c_1} = 0$$

$$J_{z_1} = \frac{h^3\cdot(b^2+4b\cdot b_1+b_1^2)}{36\cdot(b+b_1)} = \frac{0,8^3\cdot(4,8^2+4\cdot4,8\cdot1,6+1,6^2)}{36\cdot(4,8+1,6)} = 0,125м^4$$

$$J_{у_1} = \frac{h}{48} \cdot \frac{b^4-b_1^4}{b-b_1} = \frac{0,8}{48} \cdot \frac{4,8^4-1,6^4}{4,8-1,6} = 2,73м^4$$

Прямоугольник II



$y_{c_2} = 0{,}4$м

Положение центра площади к выбранным осям:

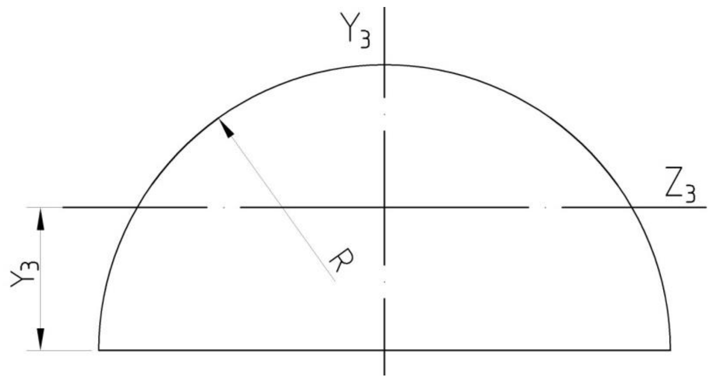
$y_{c_2} = -0{,}4$м

$A_2 = b \cdot h = 4{,}8 \cdot 0{,}8 = 3{,}84\text{м}^2$

$J_{z_2} = \frac{h^3 \cdot b}{12} = \frac{0{,}8^3 \cdot 4{,}8}{12} = 0{,}205\text{м}^4$

$J_{y_2} = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{0{,}8 \cdot 4{,}8^3}{12} = 7{,}34\text{м}^4$

Полукруг III



$y_{c_3} = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 1{,}2}{3 \cdot 3{,}14} = 0{,}51$м

$A_3 = \frac{\pi \cdot D^2}{8} = 2{,}26\text{м}^2$

$J_{z_3} = 0{,}11 \cdot R^4 = 0{,}11 \cdot 1{,}2^4 = 0{,}23\text{м}^4$

$J_{y_3} = \frac{\pi \cdot D^4}{128} = \frac{3{,}14 \cdot 2{,}4^4}{128} = 0{,}81\text{м}^4$

Круг IV

$y_{c_4} = 0$

$A_4 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}8^2}{4} = 0{,}5\text{м}^2$

$J_{y_4} = J_{z_4} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}6^4}{64} = 0{,}332\text{м}^4$

Прямоугольник V

$z \approx 1{,}0$м, $y_{c_5} = 0{,}2$м

$A_4 = 0{,}48\text{м}^2$

$J_{z_5} = \frac{h^3 \cdot b \cdot 2}{12} = \frac{0{,}4^3 \cdot 1{,}2 \cdot 2}{12} = 0{,}0128\text{м}^4$

$J_{y_5} = 2 \cdot \left(\frac{h \cdot b^3}{12} + b_5^2 \cdot F_5\right) = 2 \cdot (0{,}058 + 1{,}55) = 3{,}22м^4$

Ординаты центра тяжести всей фигуры:

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + 2A_5 \cdot y_5 - A_4 \cdot y_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4 + A_5} =$$

$$= \frac{2{,}56 \cdot (-1{,}13) + 3{,}84 \cdot (-0{,}4) + 2{,}26 \cdot 0{,}551 - 0{,}5 \cdot 0 + 2 \cdot 0{,}48 \cdot 0{,}2}{2{,}56 + 3{,}84 + 2{,}26 - 0{,}5 + 0{,}96} = \frac{-4{,}42 + 1{,}34}{9{,}12} = -0{,}34м$$

Координаты центров тяжести элементов сечения в системе центральных осей:

$a_1 = y_{c_1} - y_c = -1{,}13 - (-0{,}34) = -0{,}79м$

$a_2 = y_{c_2} - y_c = -0{,}4 - (-0{,}34) = -0{,}06м$

$a_3 = y_{c_3} - y_c = 0{,}51 - (-0{,}34) = 0{,}85м$

$a_4 = y_{c_4} - y_c = 0 - (-0{,}34) = 0{,}34м$

$a_5 = y_{c_5} - y_c = 0{,}2 - (-0{,}34) = 0{,}54м$

Проверка правильности положения центра тяжести сечения $\sum X_{Z_C} = 0$:

$a_3 \cdot A_3 - a_4 \cdot A_4 + a_5 \cdot A_5 + a_1 \cdot A_1 + a_2 \cdot A_2 = 0$

$0{,}85 \cdot 2{,}26 - 0{,}34 \cdot 0{,}5 + 0{,}54 \cdot 0{,}96 - 0{,}79 \cdot 2{,}56 - 0{,}06 \cdot 3{,}84 =$

$= 1{,}92 - 0{,}17 + 0{,}52 - 2{,}02 - 0{,}23 = 2{,}44 - 2{,}42 \approx 0$

Положение ординаты центра тяжести найдено верно.

Определяем моменты инерции относительно центральных осей. Поскольку ось У является осью симметрии фигуры, то она одновременно является и главной осью инерции сечения. Центральная ось Z, перпендикулярная к оси У, также становится, в итоге, главной осью инерции.

Главные моменты инерции сечения относительно главных осей определяются по известным формулам, с применением зависимости моментов инерции при параллельном переносе осей и вычета моментов инерции отверстий.

$$J_{z_c} = \left(J_{z_1} + a_1^2 \cdot F_1\right) + \left(J_{z_2} + a_2^2 \cdot F_2\right) + \left(J_{z_3} + a_3^2 \cdot F_3\right) - \left(J_{z_4} + a_4^2 \cdot F_4\right) +$$
$$+2\left(J_{z_5} + a_5^2 \cdot F_5\right) = 0{,}125 + 0{,}79^2 \cdot 2{,}56 + 0{,}205 + 0{,}06^2 \cdot 2{,}56 + 0{,}23 + 0{,}85^2 \cdot$$
$$2{,}26 - 0{,}322 - 0{,}34^2 \cdot 0{,}5 + 0{,}0128 + 2 \cdot 0{,}54^2 \cdot 0{,}48 = 3{,}34м^4$$

$J_{z_c} = 3{,}34м^4 = 3{,}34 \cdot 10^8 см^4$

$J_{y_c} = J_{y_1} + J_{y_2} + J_{y_3} - J_{y_4} + J_{y_5} =$

$= 2{,}73 + 7{,}34 + 0{,}81 - 0{,}322 + 3{,}215 = 13{,}77м^4$

$J_{y_c} = 13{,}77м^4 = 13{,}77 \cdot 10^8 см^4$

Таким образом, $J_{y_c} = J_{MAX} = 13{,}77 \cdot 10^8 см^4$

$J_{z_c} = J_{MIN} = 3{,}34 \cdot 10^8 см^4$

Радиусы инерции:

$i_y^2 = \frac{J_{yc}}{F} = \frac{13{,}77 \cdot 10^8 см^4}{9{,}12 \cdot 10^4 см^2} = 1{,}51 \cdot 10^4 см^2$

$i_z^2 = \frac{J_{zc}}{F} = \frac{3{,}34 \cdot 10^8 \text{см}^4}{9{,}12 \cdot 10^4 \text{см}^2} = 0{,}336 \cdot 10^4 \text{см}^2$

$i_\text{у} = 123\text{см},\ i_z = 60{,}5\text{см}.$

Построение ядра сечения.

Определение координат ядра графическим способом.

Находим величину отрезков, отсекаемых сторонами контура ядра сечения на главных центральных осях для половины сечения, т.к. фигура симметричная. При переходе оси из положения 1-1 в положение 2-2, она поворачивается вокруг точки А, с координатами

$z_A = 0{,}8\text{м}\,;\ \text{у}_A = -1{,}26\text{м}$

Отрезки, отсекаемые на главных осях стороной 1-2:

$\text{у}_\text{РА} = -\frac{i_z^2}{\text{у}_A} = -\frac{3{,}66 \cdot 10^3}{-126} = 29\text{см}$

$z_\text{РА} = -\frac{i_\text{у}^2}{z_A} = -\frac{1{,}51 \cdot 10^4}{80} = -189\text{см}$

При повороте нейтральной оси вокруг точки В ($z_\text{В} = 2{,}4\text{м}\,;\ \text{у}_\text{В} = -0{,}46\text{м}$)

$\text{у}_\text{РВ} = -\frac{i_z^2}{\text{у}_\text{В}} = -\frac{3{,}66 \cdot 10^3}{-46} = 80\text{см}$

$z_\text{РВ} = -\frac{i_\text{у}^2}{z_\text{В}} = -\frac{1{,}51 \cdot 10^4}{240} = -63\text{см}$

При повороте нейтральной оси вокруг точки С ($z_\text{С} = 2{,}4\text{м}\,;\ \text{у}_\text{С} = -0{,}74\text{м}$)

$\text{у}_\text{РС} = -\frac{i_z^2}{\text{у}_\text{С}} = -\frac{3{,}66 \cdot 10^3}{-74} = -49{,}5\text{см}$

$z_\text{РС} = -\frac{i_\text{у}^2}{z_\text{С}} = -\frac{1{,}51 \cdot 10^4}{240} = -63\text{см}$

При повороте нейтральной оси вокруг точки Д1 ($z_{\text{Д}_1} = 0{,}5\text{м};\ \text{у}_{\text{Д}_1} = 1{,}44\text{м}$)

$\text{у}_{\text{РД}_1} = -\frac{i_z^2}{\text{у}_{\text{Д}_1}} = -\frac{3{,}66 \cdot 10^3}{144} = -25{,}2\text{см}$

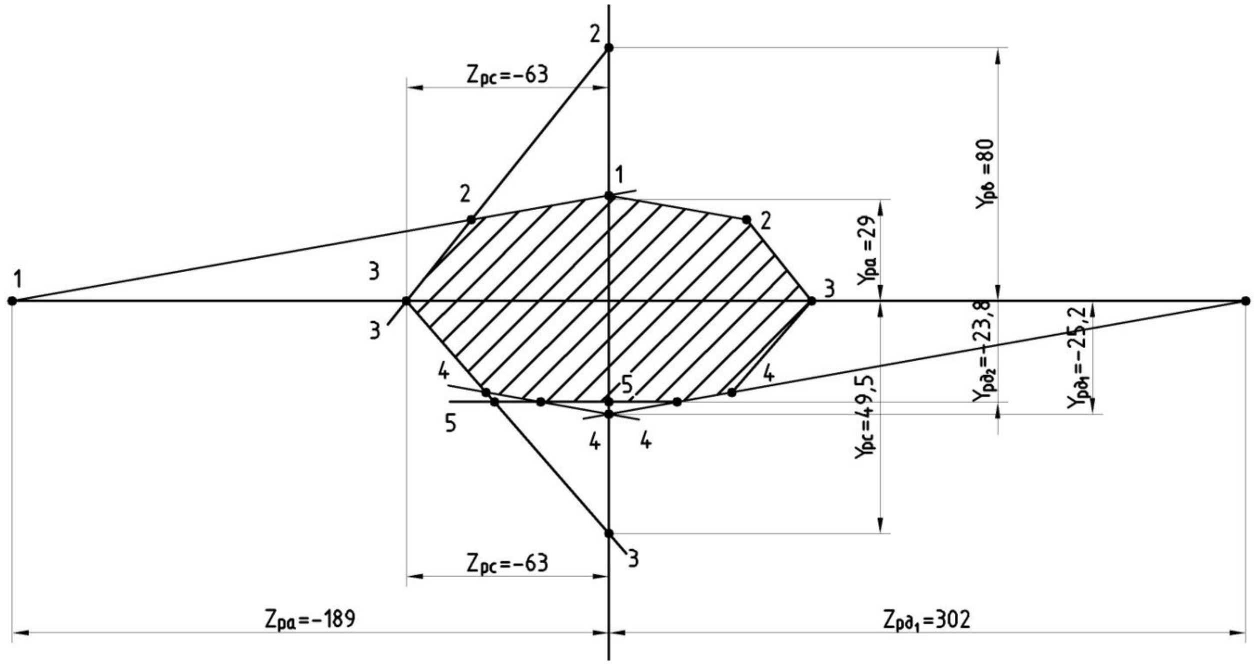
$z_{\text{РД}_1} = -\frac{i_\text{у}^2}{z_{\text{Д}_1}} = -\frac{1{,}51 \cdot 10^4}{50} = -302\text{см}$

При повороте нейтральной оси вокруг точки Д2 ($z_{\text{Д}_2} = 0\text{м}\,;\ \text{у}_{\text{Д}_2} = 1{,}54\text{м}$)

$\text{у}_{\text{РД}_2} = -\frac{i_z^2}{\text{у}_{\text{Д}_2}} = -\frac{3{,}66 \cdot 10^3}{154} = -23{,}8\text{см}$

$z_{\text{РД}_2} = -\frac{i_\text{у}^2}{z_{\text{Д}_2}} = -\frac{1{,}51 \cdot 10^4}{0} = \infty$

т.е. сторона ядра параллельна Z.



Для построения откладываем полученные отрезки, соединяем линиями 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, в пересечениях графически получаем вершины ядра 1, 2, 3, 4, 5 и контур самого ядра.

Построение ядра сечения аналитическим способом.

В этом случае задаются положением нейтральной оси как касательной к контуру сечения и находят координаты вершин ядра сечения по следующим формулам:

$y_P = -\frac{i_z^2}{a_y}$ и $z_P = -\frac{i_y^2}{a_z}$

Нейтральная линия 1-1 отсекает на главных осях отрезки $a_z = \infty$ и $a_y = -1{,}26$м.

Координаты вершин ядра сечения (точка 1)

$$y_1 = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{3{,}66\cdot10^3}{126} = 29\text{см}$$

$$z_1 = -\frac{i_y^2}{a_z} = 0$$

Нейтральная линия 2-2 отсекает на главных осях отрезки $a_z = 3{,}28$см и $a_y = -1{,}69$м.

Координаты вершин ядра сечения (точка 2)

$$y_2 = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{3{,}66\cdot10^3}{-164} = 22{,}3\text{см}$$

$$z_2 = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{1{,}51\cdot10^4}{328} = -46\text{см}$$

Нейтральная линия 3-3 отсекает на главных осях отрезки $a_z = 2{,}4$см и $a_y = \infty$.

Координаты вершин ядра сечения (точка 3)

$$y_3 = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{3{,}66\cdot10^3}{\infty} = 0$$

$$z_3 = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{1{,}51\cdot10^4}{240} = -63\text{см}$$

Нейтральная линия 4-4 отсекает на главных осях отрезки $a_z = 4{,}76$см и $a_y = 1{,}64$м.

Координаты вершин ядра сечения (точка 4)

$$y_2 = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{3{,}66\cdot10^3}{164} = -22{,}3\text{см}$$

$$z_2 = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{1{,}51\cdot10^4}{476} = -36{,}5\text{см}$$

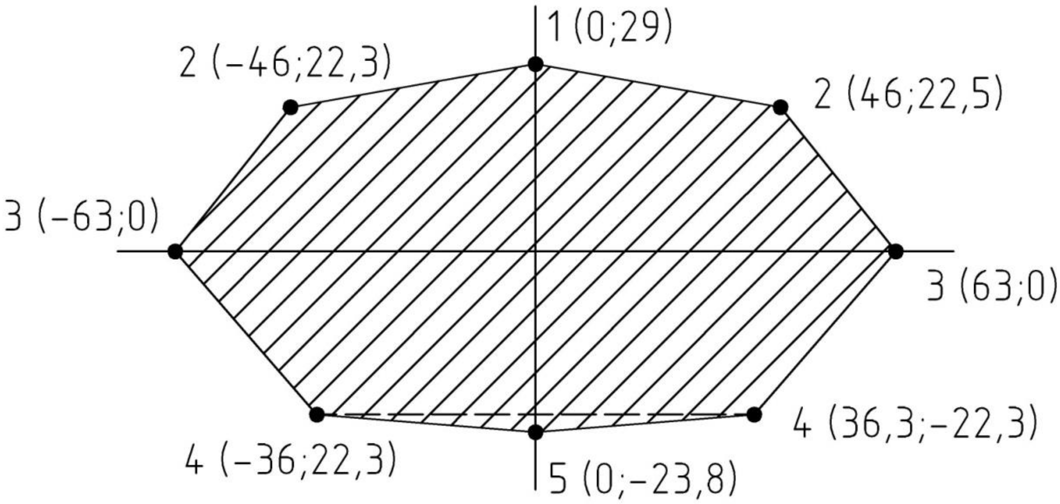
Нейтральная линия 5-5 отсекает на главных осях отрезки $a_z = \infty$и $a_y = 1{,}54$м.

Координаты вершин ядра сечения (точка 5)

$$y_2 = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{3{,}66\cdot10^3}{154} = -23{,}8\text{см}$$

$$z_2 = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{1{,}51\cdot10^4}{\infty} = 0$$

Построение ядра сечения.



Построение силовой линии.

Так как сжимающая сила Р приложена в точке 3, то координаты её будут $z_P = -0{,}8$м и $y_P = -1{,}26$м.

Силовая линия пройдет через точку приложения силы Р и центр тяжести сечения.

Определения положения нулевой линии.

Для построения нулевой линии находим отсекаемые ею на главных осях отрезки.

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_P} = \frac{1{,}51\cdot10^4}{-80} = 189\text{см}$$

$a_z = -\frac{i_y^2}{z_P} = \frac{3{,}66 \cdot 10^3}{-126} = 29\text{см}$

В случае, если сила Р будет приложена в точке 2 с координатами:

$z_P = -1{,}6$м и $y_P = -0{,}86$м.

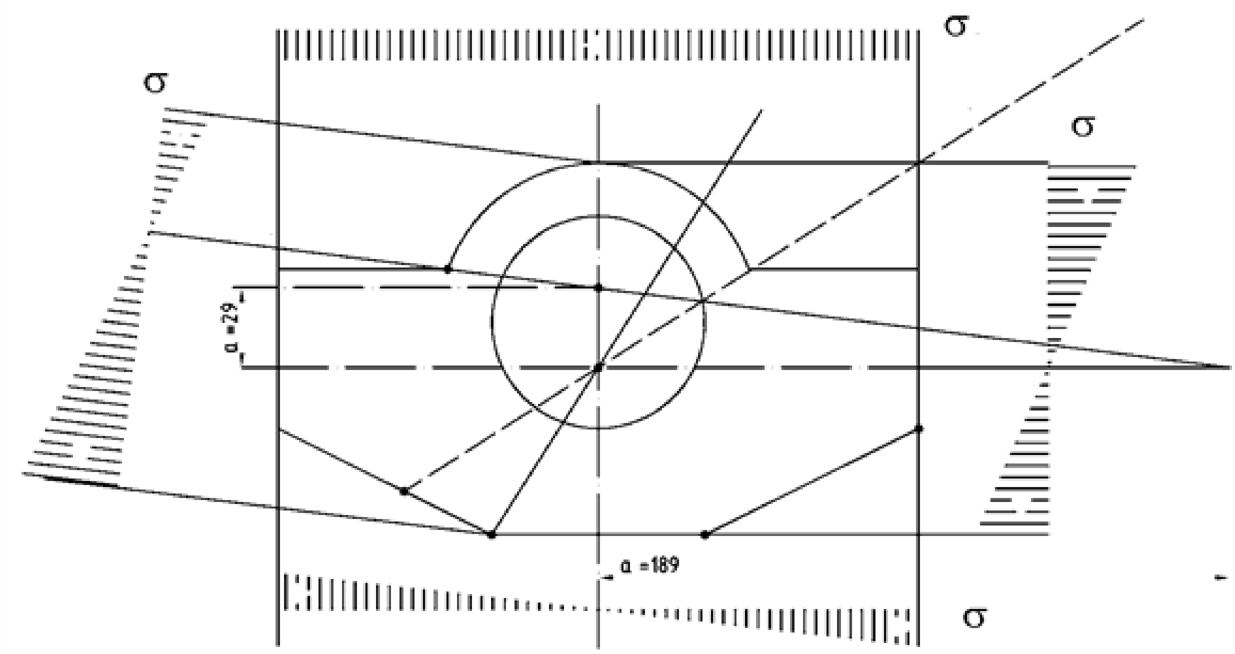
$a_y = -\frac{i_z^2}{y_P} = \frac{1{,}51 \cdot 10^4}{-160} = 94{,}5\text{см}$

$a_z = -\frac{i_y^2}{z_P} = \frac{3{,}66 \cdot 10^3}{-86} = 42{,}5\text{см}$

Отложив отрезки a_y и a_z на соответствующих осях и соединив полученные точки, построим нейтральную линию. Проводя линии, параллельные нулевой, определим наиболее удаленные и, следовательно, более напряженные точки.

Для первого случая – это точки 3 и 4. Точка 3 (-0,8;-0,26) сжата; точка 4 (0,42; 1,5) растянута.

Для второго случая – точки по линии 2-3 сжаты, а точка 4 (2,4;0.74) – растянута.



Определение расчетной сжимающей силы и построение эпюр нормальных напряжений.

В случае, когда сила Р приложена в точке 3:

$$[\text{P}] = -mR_{\text{сж}}\text{A}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{y_{\text{P}}\cdot y_{\text{сж}}}{i_Z^2}+\frac{z_{\text{P}}\cdot z_{\text{сж}}}{i_Y^2}\right)} =$$

$$= \frac{-1\cdot 50\cdot 9{,}12\cdot 10^4}{\left(1+\frac{-126\cdot(-126)}{3{,}66\cdot 10^3}+\frac{(-80)\cdot(-80)}{1{,}51\cdot 10^4}\right)} = \frac{-50\cdot 9{,}12\cdot 10^4}{1+4{,}3+0{,}42} = 8\cdot 10^5\,\text{кг}$$

Расчетная сжимающая сила Р=800 т.

Расчетная сжимающая сила из условия максимальных растягивающих напряжений:

$$[\text{P}] = -mR_{\text{рас}}\text{A}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{y_{\text{P}}\cdot y_{\text{рас}}}{i_Z^2}-\frac{z_{\text{P}}\cdot z_{\text{рас}}}{i_Y^2}\right)} = \frac{-10\cdot 9{,}12\cdot 10^4}{\left(1-\frac{126\cdot 150}{3{,}66\cdot 10^3}-\frac{80\cdot 32}{1{,}51\cdot 10^4}\right)} = 2{,}1\cdot 10^5\text{кг} = 210\text{т}$$

Принимаем за расчетную сжимающую силу меньшую, найденную из условия максимальных растягивающих напряжений $[\text{P}] = 210\text{т}$.

Ординаты эпюры напряжений от осевой сжимающей силы определяются:

$$\sigma_N = -\frac{N}{A} = -\frac{210\cdot 10^3}{9{,}12\cdot 10^4} = -2{,}3\text{кг}\backslash\text{см}^2$$

Эпюру нормальных сил строим параллельно главной оси инерции сечения. Напряжения относительно оси Z от изгибающего момента:

$\sigma_{\text{М}Z} = \frac{\text{М}_Z}{J_Z}\cdot$ у при у=1,54м

$$\sigma_{\text{М}Z} = \frac{\text{Р}\cdot\text{у}\cdot\text{у}_\text{Р}}{J_Z} = \frac{210\cdot 10^3\cdot 12{,}6\cdot 154}{3{,}34\cdot 10^8} = 12{,}2\text{кг}\backslash\text{см}^2$$

При у=-1,26м

$$\sigma_{\text{М}Z} = \frac{\text{Р}\cdot\text{у}\cdot\text{у}_\text{Р}}{J_Z} = -\frac{210\cdot 10^3\cdot 12{,}6\cdot(126)}{3{,}34\cdot 10^8} = -10{,}0\text{кг}\backslash\text{см}^2$$

Эпюру напряжений от изгибающего момента М_Z строим параллельно оси У.

Напряжения относительно оси У от изгибающего момента:

$\sigma_{\text{МУ}} = \frac{\text{М}_\text{У}}{J_\text{У}}\cdot Z$ при Z=1,54м

$$\sigma_{\text{МУ}} = \frac{\text{Р}\cdot Z\cdot Z_\text{Р}}{J_\text{У}} = \frac{210\cdot 10^3\cdot 80\cdot 240}{13{,}77\cdot 10^8} = 2{,}9\text{кг}\backslash\text{см}^2$$

При Z=-2,4м $\sigma_{\text{МУ}} = \frac{\text{Р}\cdot Z\cdot Z_\text{Р}}{J_\text{У}} = \frac{210\cdot 10^3\cdot(-80)\cdot 240}{13{,}77\cdot 10^8} = -2{,}9\text{кг}\backslash\text{см}^2$

Эпюру напряжений от изгибающего момента $\text{М}_\text{У}$ строим параллельно оси Z.

Суммарные нормальные напряжения в любой точке внутреннего сжатого бруса определяются по формулам:

$$\sigma = \frac{N}{\text{A}} + \frac{\text{М}_Z}{J_Z}\cdot\text{у} + \frac{\text{М}_\text{У}}{J_\text{У}}\cdot Z,$$

У и Z берутся со своими знаками, т.е.

$\sigma = -\frac{P}{A} \cdot (1 + \frac{y_P \cdot y}{i_Z^2} + \frac{z_P \cdot z}{i_Y^2})$

Применяя эту формулу, найдем сжимающие напряжения в точке 3 (-80;-126)

$\sigma = -\frac{210 \cdot 10^3}{9{,}12 \cdot 10^4} \cdot \left(1 + \frac{126 \cdot 126}{3{,}66 \cdot 10^3} + \frac{80 \cdot 80}{1{,}51 \cdot 10^4}\right) = -13{,}2\text{кг}\backslash\text{см}^2$

Найдем растягивающие напряжения в точке 4 (32;150)

$\sigma = -\frac{210 \cdot 10^3}{9{,}12 \cdot 10^4} \cdot \left(1 - \frac{126 \cdot 150}{3{,}66 \cdot 10^3} - \frac{80 \cdot 32}{1{,}51 \cdot 10^4}\right) = 10\text{кг}\backslash\text{см}^2$

Эпюру суммарных напряжений строим на линии, перпендикулярной к нейтральной.

Проверка напряжений в основании столба с учетом собственного веса.

Построение эпюры напряжений от собственного веса.

Ординаты эпюры напряжений от собственного веса вычислим по формулам:

$\sigma_{\text{с.в.}} = \gamma \cdot L \cdot n_1 = 2{,}1 \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}1 = 17{,}3 \text{ т/м}^2 = 1{,}73\text{кг/см}^2$,

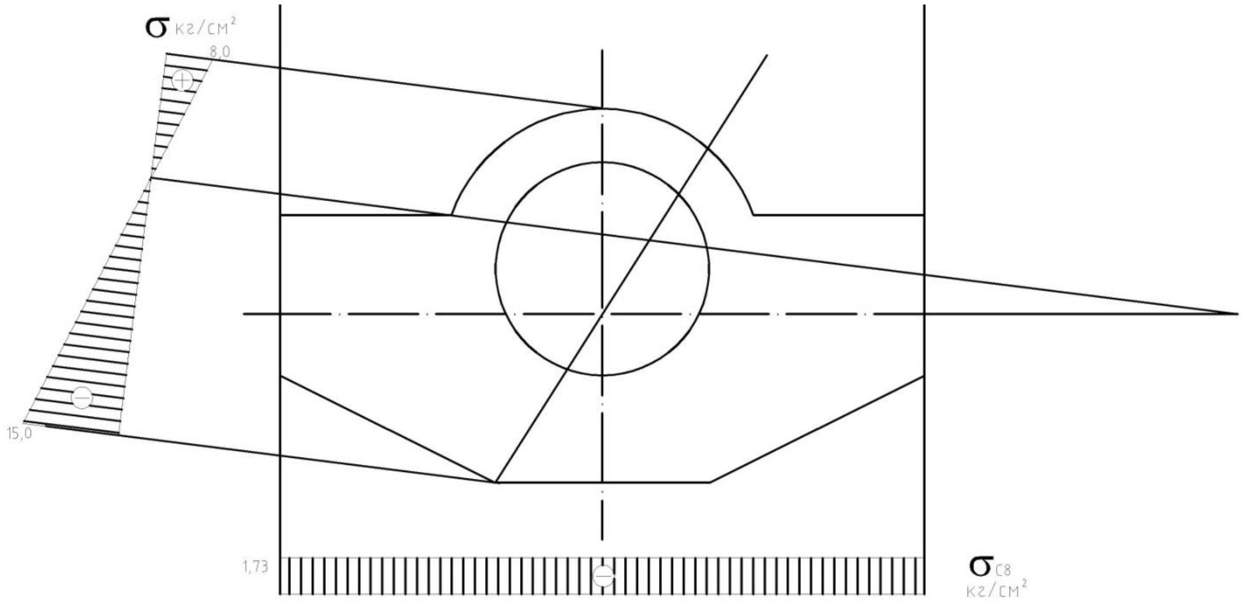
Строим эпюру напряжений от собственного веса

Ординаты суммарной эпюры напряжений в подошве столба определяются по формуле:

$$\sigma_{MIN} = -\frac{P}{A} \cdot \left(1 + \frac{A \cdot \gamma \cdot L \cdot n_1}{P} + \frac{y_F \cdot y}{i_Z^2} + \frac{z_F \cdot z}{i_Y^2}\right) =$$
$$= -\frac{210 \cdot 10^3}{9{,}12 \cdot 10^4} \cdot \left(1 + \frac{9{,}12 \cdot 2{,}1 \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}1}{210} + \frac{126 \cdot 126}{3{,}66 \cdot 10^3} + \frac{80 \cdot 80}{1{,}51 \cdot 10^4}\right) = -15\text{кг/см}^2$$

$$\sigma_{MAX} = -\frac{P}{A} \cdot \left(1 + \frac{A \cdot \gamma \cdot L \cdot n_1}{P} - \frac{y_F \cdot y}{i_Z^2} - \frac{z_F \cdot z}{i_Y^2}\right) =$$
$$= -\frac{210 \cdot 10^3}{9{,}12 \cdot 10^4} \cdot \left(1 + \frac{9{,}12 \cdot 2{,}1 \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}1}{210} - \frac{126 \cdot 126}{3{,}66 \cdot 10^3} - \frac{80 \cdot 80}{1{,}51 \cdot 10^4}\right) = 8{,}25\text{кг/см}^2$$

По полученным значениям ординат строим эпюру суммарных напряжений.



Выводы:

1. В сечениях, имеющих только одну ось симметрии, вторая тоже является главной осью. Положение её определяется одной из координат, вычисляемых в помощью статических моментов.
2. Контур ядра сечения определяется положением его вершин. Причем, в сечениях, имеющих впадины, число сторон ядра не равняется числу сторон сечения. Аналитический способ определения координат несколько проще обычного. При перемещении точки приложения сжимающей силы вдоль силовой линии, нейтральная линия перемещается параллельно самой себе.
3. Расчетная сжимающая сила, приложенная в заданной точке 3, определяется допустимыми сопротивлениями на сжатие и растяжение. принимается меньшая величина силы. В рассматриваемом случае – из условия на растяжение. Поскольку точка приложения силы находится вне контура ядра сечения, то непосредственно в сечении возникают и сжимающие, и растягивающие напряжения.
4. Собственный вес бруса перераспределяет напряжения в сечении от внешней нагрузки: сжимающие напряжения увеличиваются, а растягивающие уменьшаются, что в нашем случае позволит увеличить сжимающую нагрузку почти на 18%, т.к. она ограничивалась допускаемым сопротивлением на растяжение$R_{\text{рас}} = 10\text{кг}/\text{см}^2$.

Приложение 1. «Исходные данные и схемы заданий»

Для короткого стержня с заданным поперечным сечением и размерами, нагруженного расчетной сжимающей силой Р, приложенной в заданной точке, требуется:

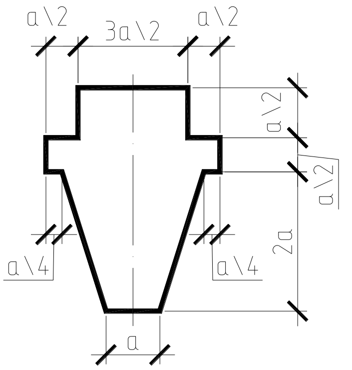
1. Найти центр тяжести поперечного сечения, определить величину главных моментов инерции и положение главных осей инерции.
2. Построить ядро сечения, определив координаты его вершин аналитически и графически. Провести силовую линию, определить положение нулевой линии и координаты наиболее напряженных сжатых и растянутых точек сечения.
3. Определить величину расчетной сжимающей силы Р из условия, что наибольшее сжимающее напряжение не превосходит расчетного сопротивления $R_{сж} = \mathbf{5}$(МПа), а наибольшее растягивающее – не превышает $R_{\text{рас}} = \mathbf{1}$(МПа). Построить эпюру нормальных напряжений от силы Р.
4. Проверить напряжение в основании столба (в месте сопряжения его с фундаментом) с учетом собственного веса, построить эпюру напряжений. При определении расчетной нагрузки от собственного веса коэффициент m перегрузки принять равным 1,1.
5. Задание выполнить на бумаге формата А2. Сечение вычертить в масштабе 1:10-1:5 натуральной величины.

Размеры поперечных сечений

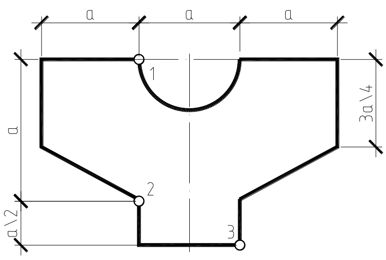
№ строки	а, м	Высота столба h, м	Объемный вес γ, т/м^3
1	0,6	5,0	1,6
2	0,8	4,5	1,7
3	1,0	6,0	1,8
4	1,2	6,5	1,9
5	1,4	7,0	2,0
6	1,6	7,5	2,1
7	1,8	6,5	1,9
8	2,0	7,0	2,0
9	2,2	7,5	2,1

Расчетные схемы 1-9

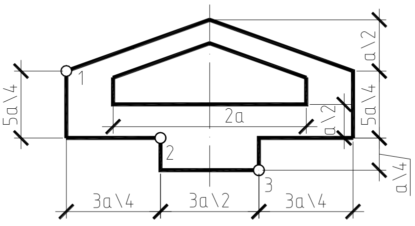
№1



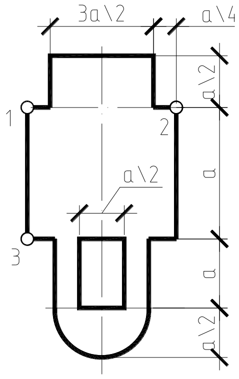
№6



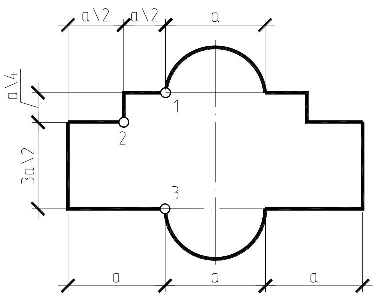
№7



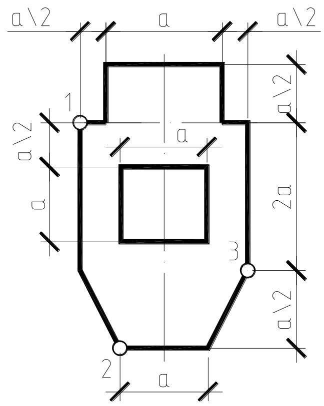
№2



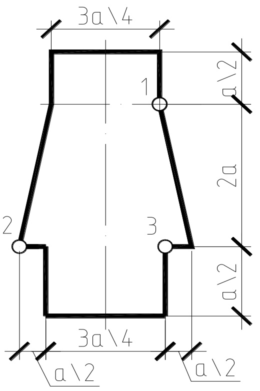
№5



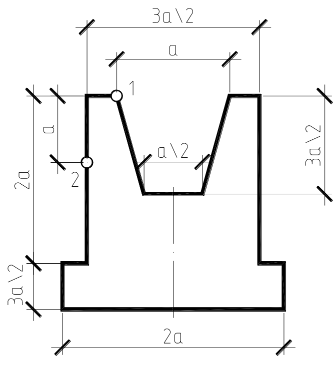
№8



№3



№4



№9