

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет  
имени И.Т. Трубилина»

*Факультет прикладной информатики*  
Кафедра компьютерных технологий и систем

А. В. Чемарина

# ИНФОРМАТИКА

Учебное пособие

для бакалавров, обучающихся направлению  
38.03.05 «Бизнес-информатика»

Краснодар  
2017

## Содержание

Понятие информации .....	4
Свойства информации .....	4
Единицы измерения количества информации .....	6
Представление информации в компьютере .....	7
Измерение количества информации .....	8
Математические основы информатики .....	17
Позиционные традиционные системы счисления.....	17
Перевод чисел из десятичных систем счисления в десятичную .....	17
Перевод чисел из десятичной системы счисления в десятичные.....	19
Специальные приемы перевода.....	20
Позиционные нетрадиционные системы счисления.....	25
Арифметические операции над числами в позиционных системах счисления .....	28
Арифметические операции в двоичной системе счисления... ..	29
Арифметические операции в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления .....	30
Арифметические операции в позиционных нетрадиционных системах счисления .....	31
Представление целых чисел в памяти ПК .....	35
Целочисленная арифметика в дополнительных кодах в памяти компьютера.....	37
Представление дробных чисел в памяти ПК .....	40
Представление алфавитно-цифровых и графических данных в памяти ПК .....	44
Логические основы информатики.....	48
Элементы логики высказываний .....	48
Равносильные преобразования формул алгебры логики.....	56
Логические функции. Суперпозиции функций .....	62
Применение логических функций для анализа и синтеза дискретных устройств.....	63
Формы представления логических функций .....	71

Применение алгебры логики .....	79
Применение логических функций для анализа и синтеза релейно-контактных схем.....	79

## Понятие информации

Термин «информация» происходит от латинского *information*, что означает разъяснение, осведомление, изложение.

С позиции материалистической философии информация есть отражение реального мира с помощью сведений (сообщений). В широком смысле информация – это общенаучное понятие, включающее в себя обмен сведениями между людьми, обмен сигналами между живой и неживой природой, людьми и устройствами.

*Информация* – сведения об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые уменьшают имеющуюся о них степень неопределенности, неполноты знаний.

Информация, предназначенная для передачи, называется сообщением. Сообщение может быть представлено в виде знаков и символов, преобразовано и закодировано с помощью электрических сигналов.

Информация, представленная в виде, пригодном для обработки (человеком, компьютером), называется данными. Данные могут быть, например, числовыми, текстовыми, графическими.

Чтобы происходил обмен информацией, должны быть источник информации, передатчик, канал связи, приемник и получатель. Обычно в качестве получателя выступает человек, который оценивает информацию с точки зрения ее применимости для решения поставленной задачи. Процедура оценки информации проходит в три этапа, определяющие ее синтаксический, семантический и прагматический аспекты.

Определенный набор данных вне зависимости от смысловых и потребительских качеств характеризует синтаксический аспект информации. Сопоставление данных с тезаурусом (тезаурус – полный систематизированный набор данных и знаний в какой-либо области) формирует знание о наблюдаемом факте, это является семантическим аспектом информации (отражает смысловое содержание информации). Оценка практической полезности информации отражает ее прагматический аспект.

## Свойства информации

Информация характеризуется определенными свойствами, зависящими как от данных (содержательной части информации), так и от

методов работы с ними. Свойства информации делятся на две группы: атрибутивные и потребительские.

Атрибутивные свойства - это свойства, которые отображают внутреннюю природу информации и особенности ее использования. Наиболее важными из этих свойств являются следующие:

информация представляет новые сведения об окружающем мире, отсутствовавшие до ее получения;

информация не материальна, несмотря на то, что она проявляется в форме знаков и сигналов на материальных носителях;

знаки и сигналы могут предоставить информацию только для получателя, способного их воспринять и распознать;

информация неотрывна от физического носителя, но в то же время не связана ни с конкретным носителем, ни с конкретным языком;

информация дискретна – она состоит из отдельных фактических данных, передающихся в виде сообщений;

информация непрерывна – она накапливается и развивается поступательно.

Качество информации определяется ее свойствами, отвечающими потребностям пользователя.

Рассмотрим наиболее важные потребительские свойства информации:

1. полнота (достаточность);
2. достоверность;
3. адекватность;
4. доступность;
5. актуальность.

*Полнота (достаточность) информации.* Под полнотой информации понимают ее достаточность для принятия решений.

*Достоверность информации.* Под достоверностью информации понимают ее соответствие объективной реальности окружающего мира. Свойство достоверности информации имеет важное значение в тех случаях, когда ее используют для принятия решений.

*Адекватность информации* – это степень соответствия информации, полученной потребителем, тому, что автор вложил в ее содержание. Адекватность информации иногда путают с ее достоверностью. Это разные свойства. Можно привести пример адекватной, но недостоверной информации. Так, если 1 апреля в газете появится заведомо ложное сообщение, то его можно считать адекватным. Адекватно толковать его

не как информационное, а как развлекательное. То же сообщение, опубликованное 2 апреля, будет и недостоверным, и неадекватным.

*Доступность информации* – это мера возможности получить ту или иную информацию.

*Актуальность информации* – это степень соответствия информации текущему моменту времени. Нередко с актуальностью, как и с полнотой, связывают коммерческую ценность информации. Поскольку информационные процессы растянуты во времени, то достоверная и адекватная, но устаревшая информация может приводить к ошибочным решениям.

## Единицы измерения количества информации

За единицу количества информации принимается такое ее количество, которое содержит сообщение, уменьшающее неопределенность в два раза.

Единица измерения информации называется бит (bit) – сокращение от английских слов binary digit, что означает «двоичная цифра». Если положить в мешок два шара разного цвета, то, вытащив вслепую один шар, получим информацию о цвете шара в 1 бит.

В компьютерной технике бит соответствует физическому состоянию носителя информации: намагничено – не намагничено, есть сигнал – нет сигнала. При этом одно состояние принято обозначать цифрой 1, а другое – цифрой 0.

В информатике часто используется величина, называемая байтом (byte) и равная 8 битам. И если бит позволяет выбрать один вариант из двух возможных, то байт, соответственно, 1 из 256 (28).

Наряду с байтами для измерения количества информации используются более крупные единицы:

1 Килобайт (Кбайт) = 1024 байт = 2<sup>10</sup> байт = 2<sup>10</sup> бит;

1 Мегабайт (Мбайт) = 1024 Кбайт = 2<sup>10</sup> Кбайт = 2<sup>20</sup> байт = 2<sup>20</sup> бит;

1 Гигабайт (Гбайт) = 1024 Мбайт = 2<sup>10</sup> Мбайт = 2<sup>30</sup> байт = 2<sup>30</sup> бит;

1 Терабайт (Тбайт) = 1024 Гбайт = 2<sup>10</sup> Гбайт = 2<sup>40</sup> байт = 2<sup>40</sup> бит;

1 Петабайт (Пбайт) = 1024 Тбайт = 2<sup>10</sup> Тбайт = 2<sup>50</sup> байт = 2<sup>50</sup> бит;

1 Эксабайт (Эбайт) = 1024 Пбайт = 2<sup>10</sup> Пбайт = 2<sup>60</sup> байт = 2<sup>60</sup> бит.

## Представление информации в компьютере

Любой компьютер предназначен для обработки, хранения, преобразования данных. Для выполнения этих функций компьютер должен обладать некоторыми свойствами представления этих данных. Пред-

ставление этих данных заключается в их преобразовании в вид, удобный для последующей обработки либо пользователем, либо компьютером. В зависимости от этого данные имеют внешнее и внутреннее представление. Во внешнем представлении (для пользователя) все данные хранятся в виде файлов. Простейшими способами внешнего представления данных являются:

1. числовые данные (вещественные и целые);
2. текст (последовательность символов);
3. изображение (графика, фотографии, рисунки, схемы);
4. звук.

Внутреннее представление данных определяется физическими принципами, по которым происходит обмен сигналами между аппаратными средствами компьютера, принципами организации памяти, логикой работы компьютера.

В информатике часто используется величина, называемая байтом (byte) и равная 8 битам. И если бит позволяет выбрать один вариант из двух возможных, то байт, соответственно, 1 из 256 (28).

Наряду с байтами для измерения количества информации используются более крупные единицы:

1 Килобайт (Кбайт) = 1024 байт = 2<sup>10</sup> байт = 2<sup>13</sup> бит;

1 Мегабайт (Мбайт) = 1024 Кбайт = 2<sup>10</sup> Кбайт = 2<sup>20</sup> байт = 2<sup>23</sup> бит;

1 Гигабайт (Гбайт) = 1024 Мбайт = 2<sup>10</sup> Мбайт = 2<sup>30</sup> байт = 2<sup>33</sup> бит;

1 Терабайт (Тбайт) = 1024 Гбайт = 2<sup>10</sup> Гбайт = 2<sup>40</sup> байт = 2<sup>43</sup> бит;

1 Петабайт (Пбайт) = 1024 Тбайт = 2<sup>10</sup> Тбайт = 2<sup>50</sup> байт = 2<sup>53</sup> бит;

1 Эксабайт (Эбайт) = 1024 Пбайт = 2<sup>10</sup> Пбайт = 2<sup>60</sup> байт = 2<sup>63</sup> бит.

## Представление информации в компьютере

Любой компьютер предназначен для обработки, хранения, преобразования данных. Для выполнения этих функций компьютер должен обладать некоторыми свойствами представления этих данных. Представление этих данных заключается в их преобразовании в вид, удобный для последующей обработки либо пользователем, либо компьютером. В зависимости от этого данные имеют внешнее и внутреннее представле-

ние. Во внешнем представлении (для пользователя) все данные хранятся в виде файлов. Простейшими способами внешнего представления данных являются:

1. числовые данные (вещественные и целые);
2. текст (последовательность символов);
3. изображение (графика, фотографии, рисунки, схемы);
4. звук.

Внутреннее представление данных определяется физическими принципами, по которым происходит обмен сигналами между аппаратными средствами компьютера, принципами организации памяти, логикой работы компьютера.

## Измерение количества информации

Рассмотрим два подхода к измерению информации – содержательный (вероятностный) и символьный (алфавитный).

В содержательном подходе возможна качественная оценка информации: новая, срочная, важная и т. д. Согласно К. Шеннону, информативность сообщения характеризуется содержащейся в нем полезной информацией – той частью сообщения, которая снимает полностью или уменьшает неопределенность какой-либо ситуации. Неопределенность некоторого события – это количество возможных исходов данного события. Например, неопределенность погоды на завтра обычно заключается в диапазоне температуры воздуха и возможности выпадения осадков.

Содержательный подход часто называют субъективным, так как разные люди (субъекты) информацию об одном и том же предмете оценивают по-разному. Но если число исходов не зависит от суждений людей (например, случай бросания кубика или монеты), то информация о наступлении одного из возможных исходов является объективной.

Формулу для вычисления количества информации, учитывающую неодинаковую вероятность событий, предложил К. Шеннон в 1948 г. Количественная зависимость между вероятностью события  $p$  и количеством информации  $I$  в сообщении о нем выражается формулой Шеннона

$$I = -\log_2 p. \quad (1)$$

Качественную связь между вероятностью события и количеством информации в сообщении об этом событии можно выразить сле-



дующим образом: чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сообщение об этом событии.

Количество информации для событий с различными вероятностями определяется по формуле (эту формулу также называют формулой Шеннона)

$$I = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (2)$$

Рассмотрим пример. В коробке имеется 100 шаров. Из них 80 белых и 20 черных. Очевидно, вероятность того, что при вытаскивании случайным образом попадет белый шар, больше, чем вероятность попадания черного. Проведем количественную оценку вероятности для каждой ситуации. Обозначим  $p_{\text{ч}}$  – вероятность, что вытащили черный шар,  $p_{\text{б}}$  – вероятность, что вытащили белый шар. Тогда:  $p_{\text{ч}} = 20/100 = 0,2$ ,  $p_{\text{б}} = 80/100 = 0,8$ . Заметим, что вероятность попадания белого шара в 4 раза больше, чем черного.

Количество информации в сообщении, что вынутый случайным образом шар является черным, вычисляется по формуле

$$I_{\text{ч}} = -\log_2(0,2) = 2,321928 \text{ бит.}$$

Количество информации в сообщении, что вынутый случайным образом шар является белым, вычисляется по формуле

$$I_{\text{б}} = -\log_2(0,8) = 0,321928 \text{ бит.}$$

Количество информации в сообщении о цвете вынутого случайным образом шара вычисляется по формуле

$$-0,2 \log_2(0,2) - 0,8 \log_2(0,8) = 0,2 \cdot 2,321928 + 0,8 \cdot 0,321928 = 0,721928 \text{ бит.}$$

Если события равновероятны ( $p_i = 1/N$ , где  $N$  – число возможных событий), то величина количества информации  $I$  вычисляется по формуле Р. Хартли:

$$I = \log_2 N. \quad (3)$$

Используя формулу (3), можно записать и формулу, которая связывает количество возможных событий  $N$  и количество информации  $I$

$$N = 2^I. \quad (4)$$

Алфавитный подход основан на том, что всякое сообщение можно закодировать с помощью конечной последовательности символов некоторого алфавита. С позиций информатики носителями информации являются любые последовательности символов, которые хранятся, передаются и обрабатываются с помощью компьютера. Информативность последовательности символов зависит не от содержания сообщения, а определяется минимально необходимым количеством символов для ко-

дирования этой последовательности символов. Алфавитный подход является объективным, т. е. он не зависит от субъекта, воспринимающего сообщение. Смысл сообщения либо учитывается на этапе выбора алфавита кодирования, либо не учитывается вообще.

При алфавитном подходе, если допустить, что все символы алфавита встречаются в тексте с одинаковой частотой (равновероятно), то количество информации, которое несет каждый символ (информационный вес одного символа), вычисляется по формуле

$$I = \log_2 N, \quad (5)$$

где  $N$  – мощность алфавита (полное количество символов, составляющих алфавит выбранного кодирования). Тогда мощность алфавита можно вычислить по формуле

$$N = 2^I \quad (6)$$

В алфавите, который состоит из двух символов (двоичное кодирование), каждый символ несет 1 бит ( $\log_2 2 = 1$ ) информации; из четырех символов – каждый символ несет 2 бита информации ( $\log_2 4 = 2$ ); из восьми символов – 3 бита ( $\log_2 8 = 3$ ) и т. д. Один символ из алфавита мощностью 256 несет в тексте 8 битов ( $\log_2 256 = 8$ ) информации.

Если весь текст состоит из  $k$  символов, то при алфавитном подходе размер содержащейся в нем информации  $H$  определяется по формуле

$$H = k \cdot I, \quad (7)$$

где  $I$  – информационный вес одного символа в используемом алфавите.

Максимальное количество слов  $L$  из  $m$  букв, которое можно составить из алфавита мощностью  $N$ , определяется по формуле

$$L = N^m. \quad (8)$$

### **Примеры решения задач**

*Задача 1.* Два игрока играют в «крестики нолики» на поле размером  $4 \times 4$ . Определить, какое количество информации  $I$  получит второй игрок после первого хода первого игрока.

Решение. Первый игрок может для первого хода выбрать любое поле из 16 возможных ( $N = 4 \cdot 4 = 16$ ). Тогда по формуле (1)

$$I = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \text{ бита.}$$

Количество информации  $I$  можно также найти из соотношения

$$16 = 2^I \quad 2^4 = 2^I \quad I = 4 \text{ бита.}$$

Ответ:  $I = 4$  бита.

*Задача 2.* В группе 24 студента. За экзамен были получены следующие оценки: 3 пятерки, 12 четверок, 6 троек, 3 двойки.

1) Определить, какое количество информации I содержит сообщение, что студент Романов получил оценку «четыре».

2) Определить, какое количество информации I содержит сообщение об оценке любого студента группы.

Решение.1) Вероятность события, что случайным образом выбранный студент получил оценку «четыре», равна  $p = 12/24 = 1/2$  Используя формулу (1), получим

$$I = -\log_2 p = -\log_2 1/2 = -\log_2 2^{-1} = \log_2 2 = 1 \text{ бит.}$$

Ответ:  $I = 1$  бит.

2) Для решения задачи воспользуемся формулой Шеннона (2). Вероятности событий, что случайным образом выбранный студент получил оценку «пять», «четыре», «три», «два», соответственно равны:  $p_1 = 3/24 = 1/8$ ,  $p_2 = 12/24 = 1/2$ ,  $p_3 = 6/24 = 1/4$ ,  $p_4 = 3/24 = 1/8$ .

$$I = -(p_1 \cdot \log_2 p_1 + p_2 \cdot \log_2 p_2 + p_3 \cdot \log_2 p_3 + p_4 \cdot \log_2 p_4) =$$

$$-(1/8 \log_2 1/8 + 1/2 \log_2 1/2 + 1/4 \log_2 1/4 + 1/8 \log_2 1/8) = 1,75.$$

Ответ:  $I = 1,75$  бита.

*Задача 3.* В коробке лежат красные и синие карандаши, всего в коробке 24 карандаша. Информация о том, что из коробки случайным образом достали синий карандаш, равна 2 битам. Определить, сколько в коробке красных и синих карандашей.

Решение. Обозначим за  $x$  число синих карандашей в коробке. Для решения задачи воспользуемся формулой (1):  $2 = -\log_2 p$ .

Из этого соотношения найдем  $p$  – вероятность того, что случайным образом вынутый шар является синим:  $p = 1/4$ . Теперь определим  $x$  из соотношения

$$x/24 = 1/4 \quad x = 6.$$

Ответ: В коробке 6 синих и 18 красных карандашей.

*Задача 4* Сообщение из 30 символов было записано в 8-битной кодировке Windows-1251. После вставки в текстовый редактор сообщение было перекодировано в 16-битный код Unicode. На сколько байт увеличилось при этом количество памяти?

Решение. При перекодировке из Windows-1251 в Unicode объем памяти увеличивается в два раза, т. е. если в кодировке Windows-1251 сообщение занимало  $30 \cdot 8 = 240$  бит, то в кодировке Unicode сообщение займет  $30 \cdot 16 = 480$  бит, т. е. количество памяти увеличилось на  $480 - 240 = 240$  бит, или  $240/8 = 30$  байт.

Ответ: Сообщение увеличилось на 30 байт.

*Задача 5.* Отправлено SMS-сообщение:

А не могу без тебя жить!

Мне и в дожди без тебя – сушь,

Мне и в жару без тебя – стыть,

Мне без тебя и Москва – глушь.

В мобильном телефоне адресата установлено ограничение размера входящего SMS-сообщения 64 байтами (при превышении этого размера сообщение автоматически делится на части). Каждый символ кодируется 16 битами. На сколько частей будет разбито сообщение?

Решение. Всего символов в сообщении 114. Так как каждый символ кодируется 16 битами (2 байтами), то сообщение занимает  $114 \cdot 2 = 228$  байт. Теперь вычислим, на сколько частей будет разбито сообщение:  $228/64 = 3,56$ .

Ответ: Сообщение будет разбито на 4 части.

*Задача 6* Сообщение содержит 4096 символов. Объем сообщения при использовании равномерного кода составил 1/512 Мбайт. Какова мощность алфавита, с помощью которого записано сообщение?

Решение. Определим, какой объем памяти (в битах) занимает один символ. Для этого переведем 1/512 Мбайт в биты и полученный результат разделим на число символов, содержащееся в сообщении:

$$(1024 \cdot 1024 \cdot 8)/(512 \cdot 4096) = (2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^3)/(2^9 \cdot 2^{12}) = 2^{23}/2^{21}$$

· 2 Для определения мощности алфавита используем формулу (4).

$$N = 24 = 16 \text{ символов.}$$

Ответ: Мощность алфавита 16 символов.

*Задача 7.* Скорость передачи данных через ADSL соединения равна 256 000 бит/сек. Передача файла заняла 4 минуты. Определить размер файла в Кбайтах.

Решение. Определим размер файла как произведение скорости передачи на время:

$$256\,000 \cdot 4 \cdot 60 \text{ бит} = 256\,000 \cdot 4 \cdot 60/8/1024 \text{ Кбайт} = 7500 \text{ Кбайт.}$$

Ответ. Размер файла составляет 7500 Кбайт.

*Задача 8.* Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено», «мигает»).

Какое наименьшее количество лампочек должно быть на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов.

Решение. Воспользуемся формулой (8). Мощность алфавита  $N = 3$ . Требуется найти  $m$  (наименьшее количество лампочек). Так как в формуле (8) определяется максимальное количество слов, а необходимо

передать только 18 сигналов (слов), то  $m$  будем находить из соотношения  $18 \leq 3m$ . Следовательно,  $m = 3, 4, 5, \dots$ . Поскольку нужно найти наименьшее количество лампочек, то  $m = 3$ .

Ответ: На табло должно быть 3 лампочки.

**Задача 9.** В велокроссе участвуют 720 спортсменов. Устройство регистрирует прохождение промежуточного финиша каждым из участников, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для всех номеров. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством после того, как промежуточный финиш прошли 100 велосипедистов?

Решение. Для регистрации одного любого номера необходимо 10 бит, поскольку с помощью 10 бит можно закодировать  $2^{10} = 1024$  различных номеров (9 бит будет недостаточно). Для регистрации 100 номеров потребуется  $100 \cdot 10 = 1000$  бит =  $1000/8$  байт = 125 байт.

Ответ: Информационный объем сообщения равен 125 байт.

### **Задачи для самостоятельного решения**

1. В корзине лежат 16 шаров. Все шары разного цвета. Сколько информации несет сообщение о том, что из корзины выкатился красный шар?

2. Сколько бит информации несет сообщение о том, что из колоды в 32 карты достали даму пик?

3. Какое сообщение содержит большее количество информации?

1) Монета упала «решкой» вверх.

2) В библиотеке книга нашлась в 5-м шкафу из 8.

3) Роман получил за экзамен 3 балла (единицы не ставятся) по 5-балльной системе.

4) Из колоды карт (32 шт.) выпала семерка пик.

4. В корзине лежат шары. Все разного цвета. Сообщение о том, что достали синий шар, несет 5 бит информации. Сколько всего шаров в корзине?

5. В соревновании участвуют 4 команды. Сколько информации в сообщении, что выиграла 3-я команда?

6. В коробке 5 синих и 15 красных шариков. Какое количество информации несет сообщение, что из коробки достали синий шарик?

7. В коробке находятся кубики трех цветов: красного, желтого и зеленого, причем желтых в два раза больше красных, а зеленых на 6 больше, чем желтых. Сообщение о том, что из коробки случайно выта-

щили желтый кубик, содержало 2 бита информации. Сколько было зеленых кубиков?

8. Студенты группы изучают один из трех языков: английский, немецкий или французский, причем 12 студентов не учат английский. Сообщение, что случайно выбранный студент Петров изучает английский, несет  $\log_2 3$  бит информации, а что Иванов изучает французский – 1 бит. Сколько студентов изучают немецкий язык?

9. В составе 16 вагонов, среди которых К – купейные, П – плацкартные и СВ – спальные. Сообщение о том, что ваш друг приезжает в СВ, несет 3 бита информации. Сколько в поезде вагонов СВ?

10. Студенческая группа состоит из 21 человека, которые изучают немецкий или французский языки. Сообщение о том, что студент А изучает немецкий язык, несет  $\log_2 3$  бит информации. Сколько человек изучают французский язык?

11. Сколько информации несет сообщение о том, что было угадано число в диапазоне целых чисел от 684 до 811?

12. При угадывании целого числа в некотором диапазоне было получено 8 бит информации. Сколько чисел содержал этот диапазон?

13. Сообщение о том, что ваш друг живет на 10-м этаже, несет 4 бита информации. Сколько этажей в доме?

14. На железнодорожном вокзале 8 путей отправления поездов. Вам сообщили, что ваш поезд прибывает на четвертый путь. Сколько информации вы получили?

15. Какое количество информации содержит сообщение, уменьшающее неопределенность знаний в 8 раз?

16. Сколько бит информации содержит сообщение объемом 4 мегабайта?

17. Сколько мегабайт информации содержит сообщение объемом 223 бит?

18. Сколько Гбайт содержится в 219 Кбайтах информации?

19. Книга состоит из 64 страниц. На каждой странице 256 символов. Какой объем информации содержится в книге, если используемый алфавит состоит из 32 символов?

20. Световое табло состоит из лампочек, каждая из которых может находиться в двух состояниях («включено» или «выключено»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 50 различных сигналов?

21. Метеорологическая станция ведет наблюдение за влажностью воздуха. Результатом одного измерения является целое число от 0

до 100 %, которое записывается при помощи минимально возможного количества бит. Станция сделала 80 измерений. Каков информационный объем результатов наблюдений?

22. Для передачи секретного сообщения используется код, состоящий из десятичных цифр. При этом все цифры кодируются одним и тем же (минимально возможным) количеством бит. Определите информационный объем сообщения длиной в 150 символов.

23. Два текста содержат одинаковое количество символов. Первый текст составлен в алфавите мощностью 16 символов. Второй текст в алфавите мощностью 256 символов. Во сколько раз количество информации во втором тексте больше, чем в первом?

24. В некоторой кодировке слово из 15 букв занимает информационный объем на 39 байт больше, чем слово из двух букв. Каким количеством бит кодируется одна буква, если учесть, что под все символы этой кодировки выделяется равный объем памяти?

25. Одна ячейка памяти «троичной ЭВМ» может принимать одно из трех возможных состояний. Для хранения некоторой величины отвели 5 ячеек памяти. Сколько значений может принимать эта величина?

26. Какое наименьшее количество символов должно быть в алфавите, чтобы при помощи всевозможных слов, состоящих из четырех символов данного алфавита, можно было передать не менее 100 различных сообщений?

27. Для передачи сигналов на флоте используется «флажковая азбука». Какое количество различных сигналов можно передать при помощи двух сигнальных флажков, если всего имеются флаги шести различных видов?

28. Азбука Морзе позволяет кодировать символы для радиосвязи, задавая комбинацию из точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т.д.) можно закодировать, используя код Морзе длиной не менее пяти и не более шести сигналов (точек и тире)?

29. За 45 секунд был распечатан текст. Подсчитать количество страниц в тексте, если известно, что в среднем на странице 50 строк по 75 символов в каждой, скорость печати лазерного принтера 8 Кбит/с, 1 символ – 1 байт. Ответ округлить до целой части.

30. Лазерный принтер печатает со скоростью в среднем 7 Кбит в секунду. Сколько времени понадобится для распечатки 12-страничного документа, если известно, что на одной странице в среднем по 45 строк,

в строке 60 символов (1 символ – 1 байт). Результат округлить до целой части.

31. Можно ли уместить на одну дискету (1,44 Мбайт) книгу, имеющую 432 страницы, причем на каждой странице этой книги 46 строк, а в каждой строке 62 символа?

32. Имеется 2 текста на разных языках. Первый текст использует 32-символьный алфавит и содержит 200 символов, второй – 16-символьный алфавит и содержит 250 символов. Какой из текстов содержит большее количество информации и на сколько бит?

33. Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 16-битном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 480 бит. Какова длина сообщения в символах?

34. Сообщение занимает 3 страницы по 25 строк. В каждой строке записано по 60 символов. Сколько символов в использованном алфавите, если все сообщение содержит 1125 байт?

35. Сколько символов в тексте, если мощность алфавита – 64 символа, а объем информации, содержащейся в нем, 1,5 Кбайт?

36. Для записи сообщения использовался 64-символьный алфавит. Каждая страница содержит 30 строк. Все сообщение содержит 8775 байтов информации и занимает 6 страниц. Сколько символов в строке?

37. Скорость передачи данных через модемное соединение 28 Кбит/с. Передача текстового файла заняла 10 с. Сколько символов сохранил переданный текст, если известно, что он был представлен в кодировке Unicode?

38. Для хранения растрового изображения размером 128x128 пикселей отвели 4 Кбайта памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

39. Укажите минимальный объем памяти (в килобайтах), достаточный для хранения любого растрового изображения размером 64 пикселя, если известно, что в изображении используется палитра из 256 цветов. Саму палитру хранить не нужно. □64

40. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 128 000 бит/с. Через данное соединение передают файл размером 625 Кбайт. Определите время передачи файла в секундах.

41. Системный администратор ограничил длительность непрерывного подключения компьютеров сотрудников организации к сети Интернет 10 минутами. Сотруднику требуется переслать файл размером



100 Мбайт. Скорость передачи информации с рабочего места (компьютера) сотрудника в среднем составляет 512 Кбит/с. На сколько частей необходимо разделить файл для пересылки?

42. Два шифровальщика обменялись сообщениями по 200 закодированных символов. Кодовая таблица первого содержит  $N$  символов, второго – в 4 раза больше. На сколько больше бит информации передал второй шифровальщик?

43. На магнитном диске объемом 30 Мбайт записана книга. В книге 1552 страницы. Из них страниц с текстом на 752 больше, чем страниц с рисунками. Страница с текстом содержит 640 символов. Все рисунки восьми цветные и имеют единый формат. Каков размер рисунков?

44. Для регистрации на сайте пользователю необходимо придумать пароль длиной ровно 11 символов. В пароле можно использовать десятичные цифры и 32 различных символа местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях – строчные и прописные. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый пароль – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Каков объем памяти, необходимый для хранения 50 паролей?

45. Каков объем памяти для хранения цифрового аудиофайла, время звучания которого составляет две минуты при частоте дискретизации 44,1 кГц и разрешении 16 бит.

## Математические основы информатики

### *Позиционные традиционные системы счисления*

#### Перевод чисел из недесятичных систем счисления в десятичную

Система счисления называется *позиционной*, если значение каждого знака определяется ее местом (позицией) в числе. Позиционную систему счисления называют *традиционной*, если ее базис<sup>1</sup> образуют члены геометрической прогрессии, а значения знаков есть целые неотрицательные числа. Например, базисы двоичной ( $D_2$ ), восьмеричной ( $D_8$ ), шестнадцатеричной ( $D_{16}$ ) и десятичной ( $D_{10}$ ) систем счисления образуют

---

<sup>1</sup>*Базис* – это набор самих знаков для записи числовых величин.

геометрические прогрессии со знаменателями ( $P$ ): 2, 8, 16 и 10 соответственно.

Знаменатель  $P$  геометрической прогрессии, члены которой образуют базис традиционной системы счисления, называется *основанием* этой системы счисления.

Традиционные системы счисления с основанием  $P$  называют  $P$ -ичными. Базис  $P$ -ичных систем совпадает с *алфавитом*<sup>2</sup>, а *размерность* алфавита равна основанию системы счисления.

Существуют две формы записи чисел в  $P$ -ичных системах:

- в *свернутой форме* в виде последовательности знаков

$D = x_{n-1}x_{n-2} \dots x_2x_1x_0x_{-1}x_{-2} \dots x_{-m}$  из базиса системы счисления:

- в *развернутой форме* (полиномиальное представление):

$D = x_{n-1} \cdot P^{n-1} + x_{n-2} \cdot P^{n-2} + \dots + x_1 \cdot P^1 + x_0 \cdot P^0 + x_{-1} \cdot P^{-1} + \dots + x_{-m} \cdot P^{-m}$

где  $P$  – основание системы счисления,

$x_i$  – символ базиса данной системы счисления,

$n$  – число разрядов целой части числа,

$m$  – число разрядов дробной части числа.

**Правило:** для перевода чисел из десятичных систем счисления в десятичную, необходимо представить число в развернутой форме, заметить во всех слагаемых символы базиса системы и само основание их десятичными эквивалентами и вычислить сумму значений всех слагаемых. Все вычисления выполняются по правилам умножения, сложения и деления в десятичной системе счисления.

### Примеры выполнения заданий

1. Переведите числа в десятичную систему счисления:

$$101,11_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 5 + 0,5 + 0,25 = 5,75_{10}$$

$$A,C4_{16} = 10 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} + 4 \cdot 16^{-2} = 10 + 0,75 + 0,0156 = 10,7656_{10}$$

$$0,342_6 = 0 \cdot 6^0 + 3 \cdot 6^{-1} + 4 \cdot 6^{-2} + 2 \cdot 6^{-3} = 0,5 + 0,1 + 0,009 = 0,609_{10}$$

2. Определите систему счисления, в которой произведены следующие вычисления:  $98 + 89 = 121$

**Решение:** пусть  $x$  – основание искомой системы счисления, тогда:

$$98_x = 8 \cdot x^0 + 9 \cdot x^1 = 8 + 9x, \quad 89_x = 9 \cdot x^0 + 8 \cdot x^1 = 9 + 8x$$

$$121_x = 1 \cdot x^0 + 2 \cdot x^1 + 1 \cdot x^2 = 1 + 2x + x^2$$

подставим полученные полиномы в равенство и упростим:

$$x^2 - 15x - 16 = 0 \quad x_1 = 16, \quad x_2 = -1 \quad \text{т.к. } x_2 < 0, \text{ то } x = 16$$

<sup>2</sup>Алфавит – это совокупность символов для записи чисел. Количество знаков алфавита называют его *размерностью*.

Ответ: 16-ричная система счисления.

Перевод чисел из десятичной системы счисления в недесятичные

**Правило:** для перевода целого числа из десятичной системы счисления в недесятичную систему счисления *методом последовательного деления углом* необходимо последовательно делить заданное число и целые его части на новое основание системы счисления до тех пор, пока результат не станет меньше основания новой системы счисления. Полученные остатки от деления, представленные цифрами из новой системы счисления, запишите в виде числа, начиная с последнего частного числа.

**Правило:** для перевода целого числа из десятичной системы счисления в недесятичную систему счисления *методом разложения по степени* необходимо каждый раз вычитать из остатка (первый раз из числа) число, равное ближайшей степени нового основания. Выписать новое число путем записи коэффициентов при степенях, заменяя их эквивалентами по таблице 1. У пропущенных степеней коэффициенты равны нулю.

Для перевода дробного числа из десятичной системы счисления в недесятичную систему счисления необходимо отдельно перевести его целую часть, затем дробную и объединить полученные результаты.

**Правило:** чтобы перевести дробную часть числа следует последовательно умножать дробную часть числа (или произведений в дальнейшем) на основание новой системы счисления до тех пор, пока не выполнится одно из условий, когда дробная часть произведения:

1) станет равной нулю; 2) будет обнаружен период дроби. Период дроби выписывается в круглых скобках; 3) будет получено требуемое по условию количество разрядов. Запись результата через знак приближения  $\approx$ .

Число записать как целые части произведений сверху вниз, не учитывая ноль целых.

**Примеры выполнения заданий**

1. Переведите  $D_{10} \rightarrow D_2, D_8, D_{16}$  целое число  $24_{10}$  методом последовательного деления углом:

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 2} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 24 \overline{) 12} \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 24 \overline{) 6} \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 24 \overline{) 3} \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 24 \overline{) 2} \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 24 \overline{) 1} \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$24_{10} = 11000_2$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 8} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$24_{10} = 30_8$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 16} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 8 \phantom{0} \end{array}$$

$$24_{10} = 18_{16}$$

2. Переведите  $D_{10} \rightarrow D_2, D_8, D_{16}$  целое число  $27_{10}$  методом разложения по степеням:

$$27_{10} = 16 + 8 + 2 + 1 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11011_2$$

$$27_{10} = 24 + 3 = 3 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 33_8$$

$$27_{10} = 16 + 11 = 1 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 1B_{16}$$

Числа, большие 9, в шестнадцатеричной системе счисления заменяют буквами в следующем порядке: 10– А, 11– В, 12– С, 13– D, 14– Е, 15– F.

3. Переведите  $D_{10} \rightarrow D_2, D_8, D_{16}$  дробное число  $19,2_{10}$

Для перевода целой части воспользуемся методом разложения по степеням:  $19_{10} = 16 + 2 + 1 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 10011_2$

$$19_{10} = 16 + 3 = 2 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 23_8$$

$$19_{10} = 16 + 3 = 1 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 13_{16}$$

Дробную часть будем последовательно умножать на новое основание:

$$\begin{array}{l} 0, \\ 0, \\ 0, \\ 1, \\ 1, \\ 0, \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \times 2 = \\ \leftarrow \\ 4 \times 2 = \\ \leftarrow \\ 8 \times 2 = \\ \leftarrow \\ 6 \times 2 = \\ \leftarrow \\ 2 \times 2 = \\ \leftarrow \\ 4 \times 2 = \\ \leftarrow \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} 0, \\ 1, \\ 4, \\ 6, \\ 3, \\ 1, \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \times 8 = \\ \leftarrow \\ 6 \times 8 = \\ \leftarrow \\ 8 \times 8 = \\ \leftarrow \\ 4 \times 8 = \\ \leftarrow \\ 2 \times 8 = \\ \leftarrow \\ 6 \times 8 = \\ \leftarrow \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} 0, \\ 3, \\ 3, \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \times 16 = \\ \leftarrow \\ 2 \times 16 = \\ \leftarrow \\ 2 \times 16 = \\ \leftarrow \end{array} \right.$$

$$19,2_{10} = 10011,(0011)_2$$

$$19,2_{10} = 23,(1463)_8$$

$$19,2_{10} = 13,(3)_{16}$$

### Специальные приемы перевода

**Правило:** при переводе  $D_2 \rightarrow D_8$  двоичную запись числа разделяют по три двоичных разряда (триада) вправо и влево от запятой (в случае необходимости триады можно дополнить незначащими нулями) и заменяют каждую триаду соответствующей восьмеричной цифрой (см. табл.1).

Обратный переход осуществляется также просто: каждую цифру восьмеричной записи заменяют ее двоичным представлением.

**Правило:** переход  $D_2 \rightarrow D_{16}$ , (и обратно) также прост, как  $D_2 \rightarrow D_8$ , только двоичную запись числа разделяют теперь по четыре двоичных разряда (тетрада) вправо и влево от запятой. Тетрады двоичных цифр заменяют на шестнадцатеричную запись.

Таблица 1. Десятичные и двоичные эквиваленты

Десятичный эквивалент	Двоичные эквиваленты	
	$D_8 - D_2$	$D_{16} - D_2$
0	0 - 000	0 - 0000
1	1 - 001	1 - 0001
2	2 - 010	2 - 0010
3	3 - 011	3 - 0011
4	4 - 100	4 - 0100
5	5 - 101	5 - 0101
6	6 - 110	6 - 0110
7	7 - 111	7 - 0111
8		8 - 1000
9		9 - 1001
10		A - 1010
11		B - 1011
12		C - 1100
13		D - 1101
14		E - 1110
15		F - 1111

**Примеры выполнения заданий**

1. Переведите  $D_2 \rightarrow D_8, D_{16}$  число:

$$\underbrace{10101001001}_{2 \ 5 \ 1 \ 1}, \underbrace{100100001}_{4 \ 4 \ 1}_8 \quad \underbrace{10101001001}_{5 \ 4 \ 9}, \underbrace{100100001}_{9 \ 0 \ 8}_{16}$$

2. Переведите  $D_8 \rightarrow D_2, D_{16}$  числа:

$$\underbrace{6 \ 2 \ 1 \ 5}_{110010001101}, \underbrace{1 \ 4 \ 1}_{001100001}_2 \quad \underbrace{1 \ 6 \ 7}_{00111011}, \underbrace{5 \ 4}_{101100}_2$$

$$\underbrace{\quad\quad\quad}_7 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_7, \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_B_{16}$$

3. Переведите  $D_{16} \rightarrow D_2$  число:

$$\underbrace{A}_{101001101111}, \underbrace{6 \ F \ D \ 4}_{11010100}_2$$

Более длительные цепочки преобразований следует выполнить при переводах  $D_8 \rightarrow D_{16}$  и  $D_{16} \rightarrow D_8$ . Для этого необходимо выполнить ряд переводов: в первом случае  $D_8 \rightarrow D_2$ , затем  $D_2 \rightarrow D_{16}$ ; во втором случае  $D_{16} \rightarrow D_2$ , затем  $D_2 \rightarrow D_8$ . Возможны переводы и через десятичную систему счисления, но это осуществить гораздо сложнее.

### **Задания для самостоятельного выполнения**

#### **1. Переведите целые числа в десятичную систему счисления:**

- |    |                            |                       |                        |                        |                           |
|----|----------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|
| 0) | a) 11100101 <sub>2</sub> ; | b) 543 <sub>8</sub> ; | c) 1AB <sub>16</sub> ; | d) 1060 <sub>7</sub> ; | e) 201,132 <sub>4</sub> ; |
| 1) | a) 11001010 <sub>2</sub> ; | b) 612 <sub>8</sub> ; | c) 6EA <sub>16</sub> ; | d) 1452 <sub>7</sub> ; | e) 314,204 <sub>5</sub> ; |
| 2) | a) 10111101 <sub>2</sub> ; | b) 437 <sub>8</sub> ; | c) 2BF <sub>16</sub> ; | d) 3206 <sub>7</sub> ; | e) 120,212 <sub>3</sub> ; |
| 3) | a) 10111110 <sub>2</sub> ; | b) 235 <sub>8</sub> ; | c) 4FD <sub>16</sub> ; | d) 6004 <sub>7</sub> ; | e) 513,402 <sub>6</sub> ; |
| 4) | a) 10011101 <sub>2</sub> ; | b) 177 <sub>8</sub> ; | c) 7DC <sub>16</sub> ; | d) 4103 <sub>7</sub> ; | e) 718,012 <sub>9</sub> ; |
| 5) | a) 10101100 <sub>2</sub> ; | b) 562 <sub>8</sub> ; | c) 9AD <sub>16</sub> ; | d) 1025 <sub>7</sub> ; | e) 313,201 <sub>4</sub> ; |
| 6) | a) 10110111 <sub>2</sub> ; | b) 273 <sub>8</sub> ; | c) 3CF <sub>16</sub> ; | d) 5143 <sub>7</sub> ; | e) 432,012 <sub>5</sub> ; |
| 7) | a) 11101001 <sub>2</sub> ; | b) 544 <sub>8</sub> ; | c) 1CD <sub>16</sub> ; | d) 5102 <sub>7</sub> ; | e) 315,104 <sub>6</sub> ; |
| 8) | a) 10101001 <sub>2</sub> ; | b) 332 <sub>8</sub> ; | c) 5AF <sub>16</sub> ; | d) 4506 <sub>7</sub> ; | e) 180,524 <sub>9</sub> ; |
| 9) | a) 10011001 <sub>2</sub> ; | b) 465 <sub>8</sub> ; | c) 8CB <sub>16</sub> ; | d) 3041 <sub>7</sub> ; | e) 211,021 <sub>3</sub> . |

#### **2. Переведите дробные числа в десятичную систему счисления:**

- |    |                             |                          |                           |                          |
|----|-----------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 0) | a) 1110,0101 <sub>2</sub> ; | b) 503,25 <sub>8</sub> ; | c) 2B0,5D <sub>16</sub> ; | d) 24,327 <sub>9</sub> ; |
| 1) | a) 1100,1010 <sub>2</sub> ; | b) 106,34 <sub>8</sub> ; | c) 1E7,8E <sub>16</sub> ; | d) 67,012 <sub>9</sub> ; |
| 2) | a) 1011,1111 <sub>2</sub> ; | b) 407,45 <sub>8</sub> ; | c) 4A3,4F <sub>16</sub> ; | d) 81,501 <sub>9</sub> ; |
| 3) | a) 1010,1110 <sub>2</sub> ; | b) 205,12 <sub>8</sub> ; | c) 1F3,7D <sub>16</sub> ; | d) 45,865 <sub>9</sub> ; |
| 4) | a) 1001,1101 <sub>2</sub> ; | b) 107,72 <sub>8</sub> ; | c) 7D8,1A <sub>16</sub> ; | d) 26,812 <sub>9</sub> ; |
| 5) | a) 1011,1001 <sub>2</sub> ; | b) 502,24 <sub>8</sub> ; | c) 8B9,3C <sub>16</sub> ; | d) 17,324 <sub>9</sub> ; |
| 6) | a) 1111,0111 <sub>2</sub> ; | b) 407,36 <sub>8</sub> ; | c) 3C1,1F <sub>16</sub> ; | d) 25,136 <sub>9</sub> ; |
| 7) | a) 1110,1001 <sub>2</sub> ; | b) 504,75 <sub>8</sub> ; | c) 3F0,4B <sub>16</sub> ; | d) 54,623 <sub>9</sub> ; |
| 8) | a) 1010,1101 <sub>2</sub> ; | b) 603,32 <sub>8</sub> ; | c) 5F4,0D <sub>16</sub> ; | d) 67,168 <sub>9</sub> ; |
| 9) | a) 1000,0101 <sub>2</sub> ; | b) 705,24 <sub>8</sub> ; | c) 6B9,2E <sub>16</sub> ; | d) 14,703 <sub>9</sub> . |

#### **3. Переведите целые десятичные числа в $D_2, D_8, D_{16}$ методом последовательного деления углом:**

- |    |        |        |         |         |         |         |
|----|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
| 0) | a) 71; | b) 53; | c) 209; | d) 110; | e) 340; | f) 543; |
| 1) | a) 90; | b) 62; | c) 411; | d) 101; | e) 198; | f) 612; |
| 2) | a) 56; | b) 43; | c) 204; | d) 111; | e) 405; | f) 537; |
| 3) | a) 67; | b) 52; | c) 401; | d) 120; | e) 351; | f) 235; |
| 4) | a) 84; | b) 77; | c) 307; | d) 105; | e) 700; | f) 377; |
| 5) | a) 69; | b) 56; | c) 209; | d) 113; | e) 221; | f) 562; |

- 6) a) 80; b) 73; c) 331; d) 108; e) 742; f) 273;  
 7) a) 76; b) 54; c) 306; d) 112; e) 409; f) 544;  
 8) a) 73; b) 32; c) 502; d) 107; e) 287; f) 332;  
 9) a) 62; b) 46; c) 308; d) 114; e) 535; f) 465.

**4. Переведите целые десятичные числа в  $D_2, D_8, D_{16}$  методом разложения по степеням:**

- 0) a) 23; b) 60; c) 81; d) 415; e) 216; f) 307;  
 1) a) 28; b) 35; c) 79; d) 327; e) 204; f) 419;  
 2) a) 25; b) 50; c) 62; d) 508; e) 351; f) 413;  
 3) a) 54; b) 40; c) 59; d) 546; e) 295; f) 310;  
 4) a) 27; b) 75; c) 66; d) 421; e) 302; f) 469;  
 5) a) 64; b) 45; c) 39; d) 402; e) 261; f) 324;  
 6) a) 38; b) 70; c) 46; d) 476; e) 249; f) 307;  
 7) a) 41; b) 55; c) 82; d) 457; e) 273; f) 304;  
 8) a) 29; b) 90; c) 48; d) 548; e) 262; f) 401;  
 9) a) 37; b) 80; c) 74; d) 503; e) 319; f) 467.

**5. Переведите дробные десятичные числа в  $D_2, D_8, D_{16}$ :**

- 0) a) 60,4; b) 14,15; c) 27,26; d) 201,51; e) 207,02;  
 1) a) 29,1; b) 15,14; c) 28,39; d) 310,42; e) 801,04;  
 2) a) 56,8; b) 13,12; c) 32,26; d) 410,23; e) 403,03;  
 3) a) 70,2; b) 12,13; c) 51,34; d) 504,46; e) 305,05;  
 4) a) 35,1; b) 16,14; c) 28,45; d) 602,24; e) 602,09;  
 5) a) 45,4; b) 13,11; c) 90,27; d) 803,32; e) 304,01;  
 6) a) 57,8; b) 11,16; c) 80,25; d) 710,29; e) 605,07;  
 7) a) 36,9; b) 17,19; c) 42,38; d) 901,35; e) 704,08;  
 8) a) 81,2; b) 18,17; c) 37,31; d) 240,41; e) 608,06;  
 9) a) 45,6; b) 19,18; c) 64,22; d) 580,28; e) 506,01.

**6. Десятичное число  $A$  эквивалентно числу  $B$  в недесятичной системе счисления. Найдите основание этой системы счисления:**

- 0) a)  $A = 37; B = 101$ ; b)  $A = 270; B = 534$ ;  
 1) a)  $A = 61; B = 115$ ; b)  $A = 254; B = 312$ ;  
 2) a)  $A = 51; B = 201$ ; b)  $A = 301; B = 610$ ;  
 3) a)  $A = 71; B = 155$ ; b)  $A = 175; B = 214$ ;  
 4) a)  $A = 37; B = 211$ ; b)  $A = 253; B = 375$ ;  
 5) a)  $A = 94; B = 234$ ; b)  $A = 401; B = 485$ ;

- 6) a)  $A = 45; B = 140;$       b)  $A = 488; B = 602;$   
 7) a)  $A = 29; B = 131;$       b)  $A = 272; B = 536;$   
 8) a)  $A = 65; B = 341;$       b)  $A = 199; B = 531;$   
 9) a)  $A = 25; B = 221;$       b)  $A = 325; B = 505.$

**7. Определите основание системы счисления, в которой произведены следующие вычисления:**

- 0)  $64 + 56 = 153$       4)  $41 + 53 = 1345$       6)  $43 + 34 = 132$   
 1)  $35 + 42 = 121$       65 + 34 = 132      7)  $62 + 74 = 156$   
 2)  $44 + 22 = 110$       8)  $72 + 48 = 131$       9)  $32 + 23 = 121$   
 3)  $24 + 23 = 102$

**8. Переведите восьмеричные числа в  $D_2$ :**

- 0) a) 151;    b) 5461;    c) 105,12;    d) 546,721;    e) 2072,056;  
 1) a) 275;    b) 2346;    c) 207,61;    d) 230,461;    e) 1073,423;  
 2) a) 321;    b) 3401;    c) 350,21;    d) 345,404;    e) 2406,504;  
 3) a) 410;    b) 5147;    c) 410,73;    d) 516,457;    e) 5041,206;  
 4) a) 235;    b) 4643;    c) 602,35;    d) 467,423;    e) 4610,173;  
 5) a) 462;    b) 2412;    c) 406,22;    d) 240,125;    e) 7250,642;  
 6) a) 341;    b) 7410;    c) 450,34;    d) 745,167;    e) 2405,703;  
 7) a) 620;    b) 1546;    c) 506,62;    d) 156,406;    e) 4150,467;  
 8) a) 354;    b) 5435;    c) 610,54;    d) 754,305;    e) 7204,125;  
 9) a) 412;    b) 3024;    c) 404,17;    d) 347,224;    e) 2350,761.

**9. Переведите шестнадцатеричные числа в  $D_2$ :**

- 0) a) B0D;    b) 1A2B;    c) 5C6,FA;    d) 1EA0,A16;  
 1) a) E8C;    b) 6EA8;    c) 7F0,4F;    d) A05F,C1E;  
 2) a) A3F;    b) 2B6F;    c) A35,4D;    d) 3B23,EA7;  
 3) a) F3D;    b) 4F5D;    c) 54F,5D;    d) 40AD,C36;  
 4) a) D1A;    b) 7D0C;    c) D67,5A;    d) 10F2,B3B;  
 5) a) B9C;    b) 9A1D;    c) FD0,2C;    d) C30A,D58;  
 6) a) C1F;    b) 3C5F;    c) B25,7E;    d) 2A5C,C9F;  
 7) a) F0B;    b) 1C4D;    c) 15E,B7;    d) 6BE1,3E2;  
 8) a) E4D;    b) 5AF2;    c) A5F,A4;    d) 6D31,4BD;  
 9) a) B9E;    b) 8C6B;    c) C45,2F;    d) 3E0A,F63.

**10. Переведите дробные числа в  $D_8$ :**

- 0) a) 10101010100,110001<sub>(2)</sub>;    b) 1010110100,10001<sub>(2)</sub>;    c) E7C,D19<sub>(16)</sub>;  
 1) a) 10100011111,101110<sub>(2)</sub>;    b) 1010001111,10110<sub>(2)</sub>;    c) FD1,C23<sub>(16)</sub>;  
 2) a) 11110101010,101101<sub>(2)</sub>;    b) 1110011010,10101<sub>(2)</sub>;    c) 3B4,FA8<sub>(16)</sub>;



- 3) a)  $11111001001, 100011_{(2)}$ ; b)  $1111011001, 10111_{(2)}$ ; c)  $14E, C5A_{(16)}$ ;  
 4) a)  $11100010011, 100010_{(2)}$ ; b)  $1100010011, 10110_{(2)}$ ; c)  $B0C, 17C_{(16)}$ ;  
 5) a)  $11001010101, 100101_{(2)}$ ; b)  $1100000101, 10001_{(2)}$ ; c)  $CDA, 2B7_{(16)}$ ;  
 6) a)  $10100010010, 000111_{(2)}$ ; b)  $1010100010, 00111_{(2)}$ ; ;  
 7) a)  $10001001011, 101010_{(2)}$ ; b)  $1011101011, 10110_{(2)}$ ; c)  $E40, D14_{(16)}$ ;  
 8) a)  $11101010101, 101001_{(2)}$ ; b)  $1101000101, 10101_{(2)}$ ; c)  $CB0, 46A_{(16)}$ ;  
 9) a)  $10100110111, 101000_{(2)}$ ; b)  $1000110111, 10100_{(2)}$ ; c)  $4C2, 71E_{(16)}$ ;  
 c)  $7DB, C42_{(16)}$ .

### 11. Переведите дробные числа в $D_{16}$ :

- 0) a)  $10010101101, 101011_{(2)}$ ; b)  $1101101100, 10001_{(2)}$ ; c)  $272, 056_{(8)}$ ;  
 1) a)  $10101001111, 111010_{(2)}$ ; b)  $1100011011, 10110_{(2)}$ ; c)  $170, 423_{(8)}$ ;  
 2) a)  $10101010101, 101101_{(2)}$ ; b)  $1100110100, 10101_{(2)}$ ; c)  $246, 504_{(8)}$ ;  
 3) a)  $11100001101, 001011_{(2)}$ ; b)  $1110110010, 10111_{(2)}$ ; c)  $541, 206_{(8)}$ ;  
 4) a)  $11001010111, 100010_{(2)}$ ; b)  $1000100101, 10110_{(2)}$ ; c)  $460, 173_{(8)}$ ;  
 5) a)  $10011010101, 101101_{(2)}$ ; b)  $1000001001, 10001_{(2)}$ ; c)  $720, 642_{(8)}$ ;  
 6) a)  $10100101000, 001011_{(2)}$ ; b)  $1101000110, 00111_{(2)}$ ; c)  $245, 703_{(8)}$ ;  
 7) a)  $10010011111, 101110_{(2)}$ ; b)  $1111010101, 10110_{(2)}$ ; c)  $150, 467_{(8)}$ ;  
 8) a)  $10110000101, 101001_{(2)}$ ; b)  $1010001001, 10101_{(2)}$ ; c)  $704, 125_{(8)}$ ;  
 9) a)  $11000101000, 011101_{(2)}$ ; b)  $1001101011, 10100_{(2)}$ ; c)  $230, 761_{(8)}$ .

### 12. Сравните пары чисел и поставьте знак: $<$ , $>$ или $=$

- 0) a)  $275_8$   $B20_{16}$ ; b)  $212_3$   $10A_{16}$ ; c)  $430_5$   $304_6$ ;  
 1) a)  $2A2_{16}$  a)  $610_8$   $100011_2$ ; b)  $640_7$   $610_8$ ; c)  $510_7$   $185_9$ ;  
 2) a)  $1F6_{16}$   $110011_2$ ; b)  $10B_{16}$   $222_3$ ; c)  $104_5$   $122_3$ ;  
 3) a)  $117_8$   $657_8$ ; b)  $810_9$   $3A0_{16}$ ; c)  $162_7$   $322_6$ ;  
 4) a)  $523_8$   $A05_{16}$ ; b)  $376_8$   $12D_{16}$ ; c)  $320_4$   $231_5$ ;  
 5) a)  $433_8$   $110110_2$ ; b)  $31C_{16}$   $405_6$ ; c)  $135_6$   $304_5$ ;  
 6) a)  $563_8$  b)  $100101_2$ ; b)  $461_7$   $275_9$ ; c)  $241_5$   $323_4$ ;  
 7) a)  $25F_{16}$  b)  $B1A_{16}$ ; b)  $10C_{16}$   $541_6$ ; c)  $350_7$   $430_5$ ;  
 8) a)  $464_8$  b)  $506_8$ ; b)  $250_8$   $332_4$ ; c)  $501_6$   $276_9$ ;  
 9)  $101110_2$ ; b)  $1A0_{16}$   $600_9$ ; c)  $221_3$   $200_4$ .

### Позиционные нетрадиционные системы счисления

К нетрадиционным системам счисления относятся системы, в которых либо базис не является геометрической прогрессией, а символы алфавита есть целые неотрицательные числа (*фибоначчиева и факториальная системы счисления*), либо базис является геометрической про-

грессией, но его символы не являются целыми неотрицательными числами (*уравновешенные системы счисления*).

Базисом фибоначчиевой системы ( $D_{fib}$ ) является последовательность 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ..., т.е. подряд идущие числа Фибоначчи. В качестве алфавита используются только цифры 0 и 1.

**Правило:** для перевода десятичного числа в фибоначчиеву систему счисления необходимо разложить его на сумму неповторяющихся чисел Фибоначчи по убыванию. В результат заносится 1, если это число Фибоначчи присутствует в разложении, иначе заносится 0.

Результат обратного перевода представляется в виде полинома, расписанного по числам Фибоначчи с коэффициентами 0 и 1.

Базисом факториальной системы счисления ( $D_f$ ) является последовательность:  $1!, 2!, 3!, 4!, \dots, (n-1)!, n!, \dots$ . Количество цифр алфавита, используемых в разряде, увеличивается с ростом номера разряда. Общее представление числа:  $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 = a_n n! + a_{n-1} (n-1)! + \dots + a_2 2! + a_1 1!$

**Правило:** для перевода десятичного числа в факториальную систему счисления необходимо в первый раз делить его на 2, затем первое частное на 3, второе частное на 4 и т.д, пока можно делить. Результат выписывается как остатки от деления, начиная с последнего частного в обратном порядке.

Результат обратного перевода представляется в виде полинома, расписанного как факториалы чисел  $1!, 2!, 3!, 4!, \dots, n!, \dots$ , а коэффициентами являются цифры исходного числа.

Простейшей из уравновешенных систем счисления является *троичная симметричная система счисления* ( $D_3$ ). В этой системе счисления в качестве основания используется число 3, а в качестве алфавита – троичные цифры 1, 0 и -1.

**Правило:** для перевода десятичного числа в уравновешенную троичную систему счисления необходимо перевести его в обычную троичную систему счисления. Прибавляем к нему число, состоящее из единиц (количество разрядов должно совпадать). Затем вычтем это число, причем при вычитании 1 из 2, получаем в результате 1, при вычитании 1 из 1 получаем 0, а при вычитании 1 из 0 получаем в результате -1.

### **Примеры выполнения заданий**

1. Переведите числа из  $D_{10}$  в фибоначчиеву, факториальную и троичную симметричную системы счисления:

$$10_{10} = 8 + 2 = 10010_{fib}$$

$$10_{10} = 120_{\Phi} \quad 10_{10} = 101_3$$

$$25_{10} = 21 + 3 + 1 = 1000101_{fib}$$

$$25_{10} = 1001_{\Phi} \quad 25_{10} = 10-11_3$$

2. Переведите числа из фибоначчевой, факториальной и троичной симметричной систем счисления в  $D_{10}$ :

$$100_{\text{fib}} = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 = 5_{10}$$

$$3221_{\phi} = 3 \cdot 4! + 2 \cdot 3! + 2 \cdot 2! + 1 \cdot 1! = 89_{10}$$

$$11-10_3 = 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 - 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 33_{10}$$

### Задания для самостоятельного выполнения

1. Переведите числа из  $D_{10}$  в фибоначчевую, факториальную и троичную симметричную системы счисления:

- |    |        |        |        |        |        |        |        |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0) | a) 15; | b) 23; | c) 57; | d) 42; | e) 22; | f) 47; | g) 70; |
| 1) | a) 14; | b) 27; | c) 49; | d) 38; | e) 45; | f) 53; | g) 55; |
| 2) | a) 13; | b) 34; | c) 46; | d) 43; | e) 33; | f) 76; | g) 60; |
| 3) | a) 12; | b) 20; | c) 54; | d) 36; | e) 52; | f) 62; | g) 85; |
| 4) | a) 16; | b) 30; | c) 58; | d) 64; | e) 29; | f) 58; | g) 90; |
| 5) | a) 11; | b) 25; | c) 47; | d) 32; | e) 42; | f) 49; | g) 40; |
| 6) | a) 17; | b) 28; | c) 65; | d) 46; | e) 57; | f) 58; | g) 80; |
| 7) | a) 19; | b) 21; | c) 63; | d) 35; | e) 44; | f) 61; | g) 65; |
| 8) | a) 18; | b) 33; | c) 52; | d) 41; | e) 37; | f) 54; | g) 77; |
| 9) | a) 10; | b) 26; | c) 61; | d) 48; | e) 24; | f) 67; | g) 45. |

2. Переведите числа из фибоначчевой системы счисления в  $D_{10}$ :

- |    |                        |                         |                         |                         |                         |
|----|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 0) | a) 1100 <sub>fib</sub> | b) 10101 <sub>fib</sub> | c) 10010 <sub>fib</sub> | d) 10100 <sub>fib</sub> | e) 11100 <sub>fib</sub> |
| 1) | a) 1010 <sub>fib</sub> | b) 10101 <sub>fib</sub> | c) 11101 <sub>fib</sub> | d) 11011 <sub>fib</sub> | e) 10010 <sub>fib</sub> |
| 2) | a) 1001 <sub>fib</sub> | b) 11100 <sub>fib</sub> | c) 11011 <sub>fib</sub> | d) 11010 <sub>fib</sub> | e) 11101 <sub>fib</sub> |
| 3) | a) 1101 <sub>fib</sub> | b) 10111 <sub>fib</sub> | c) 11010 <sub>fib</sub> | d) 10110 <sub>fib</sub> | e) 11001 <sub>fib</sub> |
| 4) | a) 1111 <sub>fib</sub> | b) 11001 <sub>fib</sub> | c) 10111 <sub>fib</sub> | d) 10001 <sub>fib</sub> | e) 10100 <sub>fib</sub> |
| 5) | a) 1000 <sub>fib</sub> | b) 11001 <sub>fib</sub> | c) 11101 <sub>fib</sub> | d) 11010 <sub>fib</sub> | e) 10000 <sub>fib</sub> |
| 6) | a) 1100 <sub>fib</sub> | b) 10011 <sub>fib</sub> | c) 10101 <sub>fib</sub> | d) 10010 <sub>fib</sub> | e) 11001 <sub>fib</sub> |
| 7) | a) 1000 <sub>fib</sub> | b) 10011 <sub>fib</sub> | c) 11001 <sub>fib</sub> | d) 10101 <sub>fib</sub> | e) 11100 <sub>fib</sub> |
| 8) | a) 1110 <sub>fib</sub> | b) 11001 <sub>fib</sub> | c) 11110 <sub>fib</sub> | d) 11111 <sub>fib</sub> | e) 11000 <sub>fib</sub> |
| 9) | a) 1011 <sub>fib</sub> | b) 10100 <sub>fib</sub> | c) 10001 <sub>fib</sub> | d) 10101 <sub>fib</sub> | e) 11100 <sub>fib</sub> |

3. Переведите числа из факториальной системы счисления в  $D_{10}$ :

- |    |                    |                    |                    |                     |                     |                     |
|----|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 0) | a) 25 <sub>φ</sub> | b) 32 <sub>φ</sub> | c) 52 <sub>φ</sub> | d) 150 <sub>φ</sub> | e) 405 <sub>φ</sub> | f) 307 <sub>φ</sub> |
| 1) | a) 30 <sub>φ</sub> | b) 45 <sub>φ</sub> | c) 43 <sub>φ</sub> | d) 165 <sub>φ</sub> | e) 351 <sub>φ</sub> | f) 450 <sub>φ</sub> |
| 2) | a) 22 <sub>φ</sub> | b) 42 <sub>φ</sub> | c) 27 <sub>φ</sub> | d) 102 <sub>φ</sub> | e) 277 <sub>φ</sub> | f) 402 <sub>φ</sub> |
| 3) | a) 45 <sub>φ</sub> | b) 50 <sub>φ</sub> | c) 67 <sub>φ</sub> | d) 255 <sub>φ</sub> | e) 298 <sub>φ</sub> | f) 550 <sub>φ</sub> |
| 4) | a) 26 <sub>φ</sub> | b) 61 <sub>φ</sub> | c) 44 <sub>φ</sub> | d) 280 <sub>φ</sub> | e) 259 <sub>φ</sub> | f) 601 <sub>φ</sub> |

- 5) a)  $33_{\phi}$     b)  $76_{\phi}$     c)  $39_{\phi}$     d)  $170_{\phi}$     e)  $364_{\phi}$     f)  $600_{\phi}$   
 6) a)  $35_{\phi}$     b)  $62_{\phi}$     c)  $41_{\phi}$     d)  $135_{\phi}$     e)  $305_{\phi}$     f)  $530_{\phi}$   
 7) a)  $23_{\phi}$     b)  $54_{\phi}$     c)  $38_{\phi}$     d)  $157_{\phi}$     e)  $507_{\phi}$     f)  $505_{\phi}$   
 8) a)  $21_{\phi}$     b)  $56_{\phi}$     c)  $49_{\phi}$     d)  $210_{\phi}$     e)  $419_{\phi}$     f)  $560_{\phi}$   
 9) a)  $44_{\phi}$     b)  $31_{\phi}$     c)  $27_{\phi}$     d)  $146_{\phi}$     e)  $247_{\phi}$     f)  $380_{\phi}$

**4. Переведите числа изтроичной симметричной системы счисления в  $D_{10}$ :**

- 0) a)  $1-100_3$     b)  $10-11_3$     c)  $10-101_3$     d)  $1000-1_3$   
 1) a)  $1-1-10_3$     b)  $1-101_3$     c)  $10-1-10_3$     d)  $110-10_3$   
 2) a)  $10-11_3$     b)  $1-101_3$     c)  $101-10_3$     d)  $11-100_3$   
 3) a)  $10-10_3$     b)  $-100-1_3$     c)  $-100-11_3$     d)  $100-10_3$   
 4) a)  $1-1-10_3$     b)  $10-1-1_3$     c)  $10-1-10_3$     d)  $1010-1_3$   
 5) a)  $1-1-10_3$     b)  $10-10_3$     c)  $-11-110_3$     d)  $110-10_3$   
 6) a)  $11-10_3$     b)  $1-100_3$     c)  $-11-100_3$     d)  $10-101_3$   
 7) a)  $-10-10_3$     b)  $-10-11_3$     c)  $10-110_3$     d)  $1-10-11_3$   
 8) a)  $-101-1_3$     b)  $-11-10_3$     c)  $101-10_3$     d)  $1-1010_3$   
 9) a)  $1-100_3$     b)  $11-10_3$     c)  $1-1000_3$     d)  $1100-1_3$

**5. Сравните пары чисел и поставьте знак:  $<$ ,  $>$  или  $=$**

- 0) a)  $18_{\phi}$      $1010-1_3$     b)  $111011_{fib}$      $59_{\phi}$     c)  $10011-1_3$      $110101_{fib}$   
 1) a)  $21_{\phi}$      $1-110-1_3$     b)  $111010_{fib}$      $14_{\phi}$     c)  $-1011-10_3$      $101100_{fib}$   
 2) a)  $36_{\phi}$      $10-10-1_3$     b)  $101110_{fib}$      $22_{\phi}$     c)  $-101100_3$      $101100_{fib}$   
 3) a)  $27_{\phi}$      $-1010-1_3$     b)  $101100_{fib}$      $38_{\phi}$     c)  $10-10-11_3$      $111011_{fib}$   
 4) a)  $33_{\phi}$      $-110-1-1_3$     b)  $110110_{fib}$      $24_{\phi}$     c)  $10-10-10_3$      $101110_{fib}$   
 5) a)  $23_{\phi}$      $-110-10_3$     b)  $111001_{fib}$      $25_{\phi}$     c)  $-101-100_3$      $101001_{fib}$   
 6) a)  $19_{\phi}$      $10-1-10_3$     b)  $100011_{fib}$      $31_{\phi}$     c)  $10-1-100_3$      $110101_{fib}$   
 7) a)  $17_{\phi}$      $-100-10_3$     b)  $101101_{fib}$      $12_{\phi}$     c)  $110-1-10_3$      $110100_{fib}$   
 8) a)  $20_{\phi}$      $-1-1010_3$     b)  $110011_{fib}$      $13_{\phi}$     c)  $-1101-10_3$      $110110_{fib}$   
 9) a)  $29_{\phi}$      $10-110_3$     b)  $100101_{fib}$      $32_{\phi}$     c)  $11100-1_3$      $101100_{fib}$

**Арифметические операции над числами  
в позиционных системах счисления**

Выполнение операций сложения и вычитания в позиционных традиционных системах счисления осуществляется по тем же правилам, что и в десятичной системе счисления.

Для этого необходимо выполнять некоторые правила:

**правило:** в записи результатов сложения и вычитания могут быть использованы только цифры алфавита системы счисления;

**правило:** переполнение разряда наступает, когда результат сложения больше или равен основанию системы. В этом случае для записи результата надо вычесть основание из результата, записать остаток, а к старшему разряду прибавить единицу переполнения;

**правило:** если при вычитании приходится занимать единицу в старшем разряде, то эта цена разряда равна основанию системы счисления.

### Арифметические операции в двоичной системе счисления

В двоичной системе счисления арифметические операции выполняются поразрядно с использованием таблиц:

двоичного сложения	двоичного вычитания	двоичного умножения
$  \begin{array}{r c c}  + & 0 & 1 \\  \hline  0 & 0 & 1 \\  \hline  1 & 1 & 10  \end{array}  $	$  \begin{array}{r c c}  - & 0 & 1 \\  \hline  1 & 1 & 0 \\  \hline  10 & 0 & 1  \end{array}  $	$  \begin{array}{r c c}  \times & 0 & 1 \\  \hline  0 & 0 & 0 \\  \hline  1 & 0 & 1  \end{array}  $

### **Примеры выполнения заданий**

1. Сложите два целых числа      2. Сложите два дробных числа

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} 1\ 10\ 1\ 10 \\
 + \phantom{1} | | | | | \\
 \hline
 1\ 0\ 10\ 10\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} 1\ 101\ 10,1\ 101 \\
 + \phantom{1} | | | | | | | | | \\
 \hline
 1\ 0\ 101\ 01,1\ 01 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1
 \end{array}$$

3. Найдите произведение чисел

4. Найдите частное чисел

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 10011 \\
 \quad \quad 1011 \\
 \hline
 \quad \quad 10011 \\
 + \quad 10011 \\
 \quad 00000 \\
 \hline
 10011 \\
 \hline
 11010001 \\
 \begin{array}{c}
 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11010001 \cdot \overline{1011} \\
 \underline{1011} \quad \quad \quad \underline{10011} \\
 \quad 10000 \\
 \quad \quad \underline{1011} \\
 \quad \quad \quad 1011 \\
 \quad \quad \quad \underline{1011} \\
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

3. Найдите разность чисел

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot}{1}\overset{\cdot}{0}\overset{\cdot}{0}01 \\
 - \quad 1011 \\
 \hline
 \quad 110
 \end{array}$$

Проверка сложением:

$$\begin{array}{r}
 \quad 1011 \\
 + \quad 110 \\
 \hline
 10001 \\
 \begin{array}{c}
 \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \downarrow \downarrow \downarrow
 \end{array}
 \end{array}$$

Арифметические операции в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления

**Примеры выполнения заданий**

1. Сложите два числа:

$$\begin{array}{r}
 502_8ABC_{16} \\
 + 146_8 \quad + 62_{16} \\
 \hline
 650_8B1E_{16}
 \end{array}$$

2. Найдите разность чисел:

$$\begin{array}{r}
 502_8ABC_{16} \\
 - 146_8 - 62_{16} \\
 \hline
 334_8A5A_{16}
 \end{array}$$

3. Найдите произведение двух чисел:

$$\begin{array}{r}
 \times 502_8 \times ABC_{16} \\
 \quad \underline{146_8} \quad \quad \quad \underline{621_{16}} \\
 3614 \quad \quad \quad 1578 \\
 + 1410 \quad \quad + 4068 \\
 \hline
 \underline{502} \quad \quad \quad \underline{ABC} \\
 100114_8 \quad \quad \quad ED7F8_{16}
 \end{array}$$

Арифметические операции в позиционных нетрадиционных  
системах счисления

Десятичную систему счисления используют при выполнении арифметических действий над числами в позиционных нетрадиционных системах счисления ввиду сложности вычислений.

**Задания для самостоятельного выполнения**

**1. Выполните сложение следующих пар двоичных чисел:**

- 0) а) 1011011 и 111011; б) 1010,011 и 1110,011; в) 100,0001 и 101,1011;
- 1) а) 1110011 и 101011; б) 1110,011 и 1010,101; в) 110,1011 и 111,0101;
- 2) а) 1010011 и 100101; б) 1010,011 и 100,101; в) 101,0011 и 101,0111;
- 3) а) 1110011 и 111101; б) 1110,111 и 1111,001; в) 110,0011 и 111,1001;
- 4) а) 1101011 и 111001; б) 1001,011 и 101,001; в) 100,1011 и 111,0001;
- 5) а) 1110001 и 110110; б) 1110,111 и 1101,010; в) 101,0001 и 101,0110;
- 6) а) 100100 и 1111011; б) 1001,100 и 1111,011; в) 110,0100 и 111,1011;
- 7) а) 1111100 и 100101; б) 1101,101 и 1010,001; в) 110,1100 и 100,0101;
- 8) а) 1100100 и 110001; б) 1100,100 и 1110,101; в) 100,0100 и 111,0001;
- 9) а) 1101011 и 101001; б) 1101,111 и 1101,001; в) 110,1011 и 101,0101.

**2. Найдите разность следующих пар двоичных чисел:**

- 0) а) 1011001 и 1110101; б) 1010,11 и 1110,011; в) 1010,001 и 101,111;
- 1) а) 11010011 и 110101; б) 1010,011 и 1010,101; в) 1110,111 и 110,001;
- 2) а) 11011011 и 101010; б) 1010,011 и 1000,101; в) 1010,011 и 101,011;
- 3) а) 1111001 и 1010011; б) 1010,11 и 10011,001; в) 1110,011 и 101,101;
- 4) а) 1010011 и 1101101; б) 1001,01 и 1001,001; в) 1101,111 и 111,001;
- 5) а) 1100011 и 1011001; б) 1100,11 и 10101,010; в) 1111,001 и 101,010;
- 6) а) 1111001 и 110110; б) 1011,01 и 11001,011; в) 1000,001 и 111,111;
- 7) а) 1101100 и 101010; б) 1101,11 и 1010,001; в) 1111,101 и 100,001;
- 8) а) 11000011 и 11010; б) 1000,01 и 1110,111; в) 1101,011 и 101,001;
- 9) а) 111100 и 110010; б) 1101,111 и 1101,011; в) 1110,101 и 101,011.

**3. Вычислите значения выражений в двоичной системе счисления:**

- 0)  $(1000111+11101+101010111)-(11001100+10111+11101)$ ;
- 1)  $(1000111-11101+101010111)+(11001100-10111-11101)$ ;
- 2)  $(1000111-11101+101010111)+(11001100+10111-1110)$ ;
- 3)  $(1110101+10001+10101110)-(1111100+100011-11011)$ ;
- 4)  $(1000111+11101-101010111)-(11001100-10111+10110)$ ;

- 5)  $(1110101-10001-10101110)+(1111100-100011 +11011)$ ;  
 6)  $(11110101+10101-110111)+(11001100 - 10111 +1110)$ ;  
 7)  $(1000111-100101+10101111)-(111000+10011+1101110)$ ;  
 8)  $(1110101+10001+1010111)-(1111100-100011-11011)$ ;  
 9)  $(1000111+100111+110101)+(1000110+110111-101110)$ .

**4. Найдите произведение следующих пар двоичных чисел:**

- 0) a) 10011 и 1101;      b) 11010 и 111;      c) 1010 и 1001;  
 1) a) 11101 и 1010;      b) 11011 и 111;      c) 1110 и 1110;  
 2) a) 10111 и 1011;      b) 10010 и 101;      c) 1011 и 1001;  
 3) a) 11011 и 1101;      b) 11010 и 101;      c) 1110 и 1101;  
 4) a) 10011 и 1001;      b) 11001 и 101;      c) 1101 и 1011;  
 5) a) 11110 и 1011;      b) 11100 и 111;      c) 1101 и 1001;  
 6) a) 10101 и 1010;      b) 11011 и 110;      c) 1001 и 1011;  
 7) a) 11011 и 1110;      b) 11101 и 101;      c) 1110 и 1011;  
 8) a) 10011 и 1010;      b) 11001 и 111;      c) 1100 и 1101;  
 9) a) 11100 и 1001;      b) 11101 и 110;      c) 1010 и 1010.

**5. Найдите частное и остаток при делении двоичных чисел:**

- 0) a) 1101101 : 101;      b) 11011010 : 1010;      c) 11010111 : 1011;  
 1) a) 1001011 : 111;      b) 10010111 : 1001;      c) 10110110 : 1101;  
 2) a) 1110010 : 111;      b) 11100101 : 1011;      c) 11100010 : 1001;  
 3) a) 1111010 : 101;      b) 11110100 : 1011;      c) 11101101 : 1010;  
 4) a) 1010011 : 110;      b) 10100110 : 1001;      c) 11001100 : 1101;  
 5) a) 1001011 : 111;      b) 10010110 : 1101;      c) 10101101 : 1011;  
 6) a) 1110101 : 110;      b) 11101011 : 1111;      c) 11110001 : 1101;  
 7) a) 1010110 : 110;      b) 10101101 : 1110;      c) 10110101 : 1101;  
 8) a) 1101110 : 101;      b) 11011100 : 1001;      c) 11101101 : 1011;  
 9) a) 1011101 : 101.      b) 10111011 : 1010.      c) 10101010 : 1010.

**6. Вычислите сумму следующих пар восьмеричных чисел:**

- 0) a) 175 и 231;      b) 205,6 и 301,4;      c) 72,17 и 14,34;      d) 16,27 и 35,01;  
 1) a) 457 и 137;      b) 157,7 и 307,2;      c) 45,03 и 25,66;      d) 15,03 и 51,66;  
 2) a) 761 и 435;      b) 301,3 и 512,5;      c) 60,24 и 13,56;      d) 23,25 и 34,34;  
 3) a) 345 и 355;      b) 450,4 и 517,4;      c) 57,03 и 17,05;      d) 35,41 и 16,07;  
 4) a) 135 и 155;      b) 351,5 и 503,3;      c) 65,45 и 50,44;      d) 12,61 и 44,06;  
 5) a) 245 и 225;      b) 405,2 и 620,7;      c) 46,34 и 12,26;      d) 40,63 и 22,15;  
 6) a) 261 и 354;      b) 611,4 и 436,5;      c) 15,33 и 65,35;      d) 32,26 и 36,52;



- 7) a) 622 и 115; b) 207,1 и 614,7; c) 71,07 и 24,02; d) 17,53 и 47,16;  
 8) a) 226 и 156; b) 653,2 и 106,6; c) 24,06 и 63,16; d) 26,05 и 56,25;  
 9) a) 422 и 116; b) 225,7 и 706,3; c) 16,05 и 21,07; d) 37,14 и 45,33.

**7. Вычислите сумму следующих пар шестнадцатиричных чисел:**

- 0) a) 8Au3E; b) C4,6 и 1C,4; c) D7F и AB1; d) 6,7E и A,B1;  
 1) a) D7 и 7B; b) 6,7A и 3,D9; c) 457 и 2B7; d) A,57 и B,07;  
 2) a) 6FuC3; b) 1E,3 и 5F,7; c) 765 и BC3; d) E,52 и C,34;  
 3) a) A5 и E5; b) F,D4 и 7,4C; c) 65FuB6A; d) 5,D4 и 6,0A;  
 4) a) 3Eu5C; b) 5A,5 и 3E,9; c) A65 и BD0; d) F,61 и D,05;  
 5) a) D9 и 2D; b) 7,2C и 6,7A; c) F76 и A12; d) 5,B6 и E,12;  
 6) a) 2CuC4; b) 1F,2 и 4B,8; c) 5DC и F76; d) E,89 и 7,C5;  
 7) a) 6Au 5F; b) 7,1D и 6,7E; c) 267 и BCD; d) 7,5F и D,36;  
 8) a) D6 и 6E; b) A5,2 и C4,2; c) 1A5 и 76D; d) 6,0A и E,D5;  
 9) a) B2 и 1C; b) 2B,7 и E6,3; c) A27 и FD3; d) 7,B1 и 5,3F.

**8. Найдите разность следующих пар восьмеричных чисел:**

- 0) a) 540 и 134; b) 41,3 и 34,5; c) 70,14 и 16,32; d) 56,02 и 35,21;  
 1) a) 407 и 332; b) 50,2 и 34,3; c) 43,06 и 25,04; d) 15,14 и 51,65;  
 2) a) 567 и 405; b) 31,1 и 27,5; c) 31,24 и 15,56; d) 23,05 и 34,32;  
 3) a) 435 и 251; b) 44,2 и 40,4; c) 52,03 и 27,05; d) 35,01 и 16,17;  
 4) a) 361 и 142; b) 31,1 и 13,3; c) 63,41 и 50,44; d) 12,03 и 44,16;  
 5) a) 430 и 165; b) 65,5 и 22,6; c) 46,32 и 22,26; d) 40,06 и 22,13;  
 6) a) 612 и 541; b) 37,6 и 16,7; c) 45,33 и 15,35; d) 32,07 и 36,12;  
 7) a) 423 и 125; b) 71,3 и 62,4; c) 71,07 и 24,02; d) 17,05 и 47,26;  
 8) a) 264 и 156; b) 53,4 и 26,5; c) 24,06 и 13,16; d) 26,04 и 56,21;  
 9) a) 402 и 163; b) 54,5 и 27,6; c) 36,05 и 21,07; d) 37,01 и 45,03.

**9. Найдите разность следующих пар шестнадцатиричных чисел:**

- 0) a) 4Au 3E; b) E0F и A16; c) 415,A и 341,E; d) A,B5 и 7,B1;  
 1) a) B7 и 29; b) A57 и 1BB; c) 570,B и 302,D; d) B,C6 и 8,C7;  
 2) a) 6Eu 4D; b) 5FAu 23D; c) 351,D и 127,A; d) C,D7 и 9,D4;  
 3) a) 3Du 2A; b) 2EFu 6A5; c) 454,F и 170,D; d) D,E8 и 1,A7;  
 4) a) A6 и 4E; b) B09 и 2BD; c) 301,E и 113,C; d) E,F9 и 2,B5;  
 5) a) 4Cu 1F; b) D12 и 1EB; c) 650,B и 222,E; d) F,A0 и 3,C2;  
 6) a) 6Bu 5A; b) 4B2 и 1AB; c) 161,E и 136,C; d) A,B1 и 4,C5;  
 7) a) 2Eu 1D; b) FA7 и 20D; c) 701,D и 625,B; d) B,C2 и 5,D6;  
 8) a) F4 и 1C; b) A7E и 6D1; c) 503,A и 216,F; d) C,D2 и 6,E5;  
 9) a) 2Du 1A; b) 7CD и 30F; c) 540,F и 237,E; d) D,E3 и 7,F2.

**10. Найдите произведение следующих пар восьмеричных чисел:**

- 0) a) 32 и 13;      b) 415 и 1,05;      c) 72,1 и 14,3;      d) 16,27 и 35,01;  
 1) a) 46 и 21;      b) 570 и 3,02;      c) 45,5 и 25,6;      d) 15,03 и 51,66;  
 2) a) 67 и 15;      b) 351 и 1,07;      c) 60,2 и 13,5;      d) 23,25 и 34,34;  
 3) a) 35 и 21;      b) 454 и 2,04;      c) 57,3 и 17,1;      d) 35,41 и 16,07;  
 4) a) 61 и 14;      b) 301 и 1,03;      c) 65,4 и 50,4;      d) 12,61 и 44,06;  
 5) a) 35 и 16;      b) 650 и 2,06;      c) 46,3 и 12,2;      d) 40,63 и 22,15;  
 6) a) 24 и 13;      b) 161 и 1,07;      c) 15,3 и 65,3;      d) 32,26 и 36,52;  
 7) a) 37 и 15;      b) 701 и 2,05;      c) 71,7 и 24,4;      d) 17,53 и 47,16;  
 8) a) 64 и 12;      b) 503 и 2,06;      c) 24,6 и 63,6;      d) 26,05 и 56,25;  
 9) a) 42 и 16;      b) 540 и 2,03;      c) 16,5 и 21,7;      d) 37,14 и 45,33.

**11. Найдите произведение следующих пар шестнадцатеричных чисел:**

- 0) a) 8Au3E;      b) 2BuA1,3;      c) C4,6 и 1C,4;      d) A0,15 и 70,B;  
 1) a) D7 и 7B;      b) 3Au 1B,4;      c) 67,A и 3D,9;      d) B1,16 и 80,C;  
 2) a) 6FuC3;      b) 1Fu 2D,6;      c) 1E,3 и 5F,7;      d) C3,17 и 90,D;  
 3) a) A5 и E5;      b) 2EuA5.2;      c) FD,4 и 74,C;      d) D5,18 и 10,A;  
 4) a) 3Eu5C;      b) 9A и 2D,7;      c) 5A,5 и 3E,9;      d) E5,19 и 20,B;  
 5) a) D9 и 2D;      b) 2D и 1B,3;      c) 72,C и 67,A;      d) F1,11 и 30,C;  
 6) a) 2CuC4;      b) 4B и 1B,4;      c) 1F,2 и 4B,8;      d) A6,14 и 40,C;  
 7) a) 6Au 5F;      b) 5A и 2D,5;      c) 71,D и 67,E;      d) 0B,12 и 50,D;  
 8) a) D6 и 6E;      b) 6E и D1.2;      c) A5,2 и C4,2;      d) C9,13 и 60,E;  
 9) a) B2 и 1C;      b) 7C и 3F,3;      c) 2B,7 и E6,3;      d) D2,15 и 10,F.

**12. Решите уравнения:**

- 0)  $53_8 - x = 46_8$ ;      1)  $25_8 + x = 72_8$ ;      2)  $x : 64_{16} = 22_{16}$ ;  
 $x : 3E_{16} = 32_{16}$ ;       $x : 17_8 = 20_8$ ;       $73_8 + x = 116_8$ ;  
 3)  $x - A2_{16} = 27_{16}$ ;      4)  $7B_{16} + x = AF_{16}$ ;      5)  $x : 33_{16} = 65_{16}$ ;  
 $x : 12_8 = 51_8$ ;       $x : 21_8 = 15_8$        $x - 14_8 = 42_8$ ;  
 6)  $x + A1_{16} = B5_{16}$ ;      7)  $62_8 - x = 47_8$ ;      8)  $x : 23_8 = 77_8$ ;  
 $x : 56_8 = 12_8$ ;       $x : 91_{16} = A3_{16}$ ;       $C9_{16} - x = 27_{16}$ ;  
 9)  $x + 14_8 = 42_8$ ;  
 $x : 22_{16} = EE_{16}$ ;

**13. Найдите сумму и разность чисел:**

- 0) a)  $11001_{7b}$  и  $1010_{7b}$       b)  $415_{\phi}$  и  $101_{\phi}$       c)  $1001-1_3$  и  $1010-1_3$

- |                                    |                                |                   |              |
|------------------------------------|--------------------------------|-------------------|--------------|
| 1) a) $11011_{fib}$ и $1110_{fib}$ | b) $920_{\phi}$ и $106_{\phi}$ | c) $-101-10_{3u}$ | $1-110-1_3$  |
| 2) a) $10100_{fib}$ и $1010_{fib}$ | b) $671_{\phi}$ и $405_{\phi}$ | c) $-101-10_{3u}$ | $10-10-1_3$  |
| 3) a) $10010_{fib}$ и $1011_{fib}$ | b) $820_{\phi}$ и $178_{\phi}$ | c) $10-101_{3u}$  | $-1010-1_3$  |
| 4) a) $10101_{fib}$ и $1110_{fib}$ | b) $309_{\phi}$ и $141_{\phi}$ | c) $10-1-10_{3u}$ | $-110-1-1_3$ |
| 5) a) $10111_{fib}$ и $1001_{fib}$ | b) $722_{\phi}$ и $151_{\phi}$ | c) $-101-10_{3u}$ | $-110-10_3$  |
| 6) a) $11110_{fib}$ и $1010_{fib}$ | b) $499_{\phi}$ и $513_{\phi}$ | c) $10-1-10_{3u}$ | $10-1-10_3$  |
| 7) a) $11001_{fib}$ и $1011_{fib}$ | b) $290_{\phi}$ и $118_{\phi}$ | c) $10-1-10_{3u}$ | $-100-10_3$  |
| 8) a) $10111_{fib}$                | b) $801_{\phi}$ и $302_{\phi}$ | c) $-101-10_{3u}$ | $-1-1010_3$  |
| 9) $1110_{fib}$ a) $10101_{fib}$   | b) $732_{\phi}$ и $119_{\phi}$ | c) $1100-1_{3u}$  | $10-110_3$   |

### *Представление целых чисел в памяти ПК*

Элементарная ячейка памяти ЭВМ имеет длину 8 бит (байт). Каждый байт имеет свой номер (*адрес*). Наибольшую последовательность бит, которую ЭВМ может обрабатывать как единое целое, называют *машинным словом*. Длина машинного слова зависит от разрядности процессора и может быть равной 16, 32 битам и т.д.

Целые числа типа *Integer* лежат в диапазоне от  $-32768$  ( $-2^{15}$ ) до  $32767$  ( $2^{15} - 1$ ) и для их хранения отводится 2 байта. Длинное целое типа *Long Int* лежит в диапазоне от  $-2^{31}$  до  $2^{31} - 1$  и размещается в 4 байтах. Короткое целое типа *Short Integer* лежит в диапазоне от  $-2^7$  до  $2^7 - 1$  и размещается в 1 байте и т.д.

Данные могут быть интерпретированы как числа со знаками, так и без знаков. В случае представления величины со знаком самый левый (старший) разряд указывает на положительное число, если содержит нуль, и на отрицательное, если - единицу. Разряды нумеруются справа налево, начиная с 0.

*Прямой код целого числа* может быть получен следующим образом: число переводится в двоичную систему счисления, а затем его двоичную запись слева дополняют таким количеством незначащих нулей, сколько требует тип данных, к которому принадлежит число. Для более компактной записи чаще используют шестнадцатеричный код.

*Дополнительный код* положительного числа совпадает с его прямым кодом, а целого отрицательного числа может быть получен по следующему алгоритму:

- 1) записать прямой код модуля числа;
- 2) инвертировать его (заменить 1- нулями, нули -1);
- 3) прибавить к инверсному коду единицу.

При получении числа по его дополнительному коду, прежде всего, необходимо определить его знак. Если число окажется положительным, то просто перевести его код в десятичную систему счисления, иначе необходимо выполнить следующий алгоритм:

- 1) вычесть из кода числа 1;
- 2) инвертировать код;
- 3) перевести в десятичную систему счисления. Полученное число записать со знаком минус.

### **Примеры выполнения заданий**

1. Представьте числа  $37_{10}$  и  $-37_{10}$  в прямом коде в формате integer, затем запишите в шестнадцатеричном коде.

Переведем число в двоичную систему счисления:

$$37_{10} = 100101_2.$$

Занесем результат в разрядную сетку:

<i>← знак числа</i>								<i>младший разряд →</i>							
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	

$$-37_{10} = -100101_2.$$

Занесем результат в разрядную сетку:

1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Используем специальные приемы перевода  $D_2 \rightarrow D_{16}$ , получаем:  
 $37_{10} = 25_{16}$

2. Постройте дополнительный восьмиразрядный код для чисел  $-128_{10}$ ,  $-127_{10}$  и  $-0_{10}$ , затем запишите в шестнадцатеричном коде.

Число	-128	-127	-0
Прямой код	1000 0000	0111 1111	0000 0000
Инверсный код	0111 1111	1000 0000	1111 1111
Дополнит. Код	1000 0000	1000 0001	0000 0000
$D_{16}$	80	81	0

3. Укажите десятичные числа, имеющие следующее представление в дополнительном коде в формате integer:

- а) 0000000000010111. Поскольку в старшем разряде записан нуль, то результат будет положительным. Это код числа 23.

б) 1111111111000000. Здесь записан код отрицательного числа.

Исполняем алгоритм:

1)  $1111111111000000_2 - 1_2 = 1111111110111111_2$ ;

2)  $0000000001000000_2$ ;

3)  $1000000_2 = 1 \cdot 2^6 = 64_{10}$ . Ответ:  $-64_{10}$

Целочисленная арифметика в дополнительных кодах  
в памяти компьютера

**Примеры выполнения заданий**

1. Вычислите, используя дополнительный код представления  $73 - 27$ :

$$73 - 27 = 73 + (-27) = 46_{10}$$

$$73_{10} = 64 + 8 + 1 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 = 1001001_2$$

$01001001_2$  – в формате *shortinteger*;

$$-27_{10} = -(16 + 8 + 2 + 1) = -(1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = -11011_2$$

Вычисление дополнительного кода числа  $-11011_2$ :

1)  $00011011_2$  – в формате *shortinteger*;

2)  $11100100_2$  – инвертированный код;

3)  $+\underline{\hspace{1cm}}1$  – прибавление 1;

4)  $11100101_2$  – результат.

Вычисление суммы чисел в дополнительном коде:

$$\begin{array}{r} 01001001_2 \\ + 11100101_2 \\ \hline 100101110_2 \end{array}$$

Проверка результата: учитывая формат *shortinteger*, отбрасываем старший разряд (переполнение разрядной сетки) и переводим в десятичное представление:  $101110_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^5 = 46_{10}$

2. Вычислите, используя дополнительный код представления  $-35 - 17$ :

$$-35 - 17 = -35 + (-17) = -52_{10}$$

$$-35_{10} = -(32 + 2 + 1) = -(1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = -100011_2$$

1)  $00100011_2$  – в формате *shortinteger*;

2)  $11011100_2$  – инвертированный код;

3)  $+\underline{\hspace{1cm}}1$  – прибавление 1;

4)  $11011101_2$  – результат.

$$-17_{10} = -(16 + 1) = -(1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0) = -10001_2$$

1)  $00010001_2$  – в формате *shortinteger*;

2)  $11101110_2$  – инвертированный код;

3)  $+\frac{1}{11101111_2}$  – прибавление 1;

4)  $11101111_2$  – результат.

Вычисление суммы чисел в дополнительном коде:

$$\begin{array}{r} 11011101_2 \\ + 11101111_2 \\ \hline 111001100_2 \end{array}$$

Проверка результата сложения, путем выполнения операций в обратном порядке:

1)  $111001100_2$

$$- \frac{1}{111001011_2} \text{– вычитание 1;}$$

2)  $000110100_2$  – инвертированный код;

3) перевод в десятичное представление:

$$- 110100_2 = - (1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5) = - 52_{10}$$

### Задания для самостоятельного выполнения

1. Представьте в прямом коде в формате integer целые десятичные числа:

- |           |        |         |         |           |          |
|-----------|--------|---------|---------|-----------|----------|
| 0) a) 71; | b) 43; | c) 109; | d) 112; | e) -77;   | g) -203; |
| 1) a) 90; | b) 61; | c) 401; | d) 100; | e) -126;  | g) -406; |
| 2) a) 56; | b) 43; | c) 204; | d) 111; | e) - 95;  | g) -801; |
| 3) a) 67; | b) 29; | c) 406; | d) 141; | e) - 107; | g) -704; |
| 4) a) 84; | b) 77; | c) 307; | d) 105; | e) -99;   | g) -602; |
| 5) a) 69; | b) 56; | c) 209; | d) 122; | e) -44;   | g) -409; |
| 6) a) 80; | b) 73; | c) 303; | d) 107; | e) -105;  | g) -207; |
| 7) a) 76; | b) 54; | c) 106; | d) 131; | e) -115;  | g) -109; |
| 8) a) 73; | b) 32; | c) 502; | d) 145; | e) -120;  | g) -402; |
| 9) a) 62; | b) 45; | c) 308; | d) 120; | e) -76.   | g) -308. |

2. Укажите целые десятичные числа, представленные в прямом коде:

- |                 |              |                      |
|-----------------|--------------|----------------------|
| 0) a) 00100101; | b) 10011100; | c) 0010010000111001; |
| 1) a) 01101010; | b) 10110101; | c) 0001101010111000; |
| 2) a) 00001010; | b) 10101010; | c) 0000111010101010; |
| 3) a) 00100111; | b) 10001110; | c) 0000001111010111; |
| 4) a) 00101001; | b) 10010111; | c) 0000010100001001; |
| 5) a) 00001110; | b) 11100011; | c) 0000111000001110; |
| 6) a) 01001011; | b) 11011010; | c) 0000001110111011; |
| 7) a) 00100111; | b) 10101110; | c) 0000100011011000; |

- 8) a) 00011101;      b) 10101010;      c) 0000000111101100.  
 9) a) 00101011;      b) 11101010;      c) 0000010101010101.

**3. Представьте в дополнительном коде целые десятичные числа:**

- 0) a) 45;      b) 103;      c) 309;      d) -101;      e) -127;      g) -206;  
 1) a) 73;      b) 120;      c) 401;      d) -100;      e) -123;      g) -407;  
 2) a) 62;      b) 207;      c) 204;      d) -111;      e) -145;      g) -801;  
 3) a) 75;      b) 350;      c) 406;      d) -110;      e) -117;      g) -704;  
 4) a) 48;      b) 201;      c) 307;      d) -101;      e) -169;      g) -602;  
 5) a) 90;      b) 120;      c) 209;      d) -111;      e) -144;      g) -409;  
 6) a) 70;      b) 230;      c) 302;      d) -101;      e) -135;      g) -511;  
 7) a) 61;      b) 106;      c) 155;      d) -110;      e) -112;      g) -709;  
 8) a) 37;      b) 220;      c) 402;      d) -100;      e) -130;      g) -607;  
 9) a) 29;      b) 150;      c) 301;      d) -110;      e) -176.      g) -509.

**4. Укажите целые десятичные числа, представленные в дополнительном коде:**

- 0) a) 01100101;      b) 10010100;      c) 0010010000011001;  
 1) a) 01101010;      b) 10110001;      c) 0001101010101000;  
 2) a) 01001010;      b) 10101000;      c) 0000111010100010;  
 3) a) 00101111;      b) 10001100;      c) 0000001101010111;  
 4) a) 00111001;      b) 10010101;      c) 0000010000001001;  
 5) a) 00101110;      b) 11100001;      c) 0000110000001110;  
 6) a) 01011010;      b) 11011000;      c) 0000001010111011;  
 7) a) 00100011;      b) 10101100;      c) 0000100001011000;  
 8) a) 00011100;      b) 10101000;      c) 0000000110101100;  
 9) a) 00101010;      b) 11100010;      c) 0000010100010101.

**5. Вычислите, используя дополнительный код представления:**

- 0) a) 31 – 23;      b) 21 – 53;      c) –94 + 39;      d) –38 – 43;  
 1) a) 65 – 38;      b) 34 – 48;      c) –80 + 26;      d) –56 – 62;  
 2) a) 72 – 44;      b) 51 – 82;      c) –60 + 52;      d) –93 – 47;  
 3) a) 48 – 24;      b) 27 – 60;      c) –79 + 37;      d) –86 – 25;  
 4) a) 80 – 43;      b) 33 – 75;      c) –75 + 35;      d) –59 – 24;  
 5) a) 49 – 36;      b) 26 – 61;      c) –60 + 25;      d) –42 – 38;  
 6) a) 35 – 29;      b) 57 – 74;      c) –71 + 24;      d) –99 – 16;  
 7) a) 46 – 21;      b) 50 – 83;      c) –83 + 58;      d) –51 – 32;  
 8) a) 57 – 35;      b) 45 – 76;      c) –45 + 62;      d) –68 – 40;

- 9) a)  $66 - 30$ ; b)  $51 - 67$ ; c)  $-95 + 15$ ; d)  $-77 - 54$ .

**6. Вычислите, используя дополнительный код представления**

- 0) a)  $35 + (74 - 25)$ ; b)  $70 - (41 + 15)$ ; c)  $61 - (54 - 16)$ ; d)  $-15 + (11 - 23)$ ;  
 1) a)  $46 - (85 + 22)$ ; b)  $64 + (51 - 17)$ ; c)  $46 - (31 - 12)$ ; d)  $-16 + (15 - 42)$ ;  
 2) a)  $24 - (15 + 43)$ ; b)  $45 + (82 - 54)$ ; c)  $64 - (27 - 21)$ ; d)  $-14 + (16 - 27)$ ;  
 3) a)  $64 + (43 - 35)$ ; b)  $78 - (37 + 26)$ ; c)  $70 - (82 - 15)$ ; d)  $-17 + (20 - 36)$ ;  
 4) a)  $32 - (77 + 44)$ ; b)  $32 - (77 + 44)$ ; c)  $42 - (51 - 14)$ ; d)  $-12 + (17 - 41)$ ;  
 5) a)  $50 - (35 + 23)$ ; b)  $27 + (46 - 35)$ ; c)  $82 - (25 - 13)$ ; d)  $-20 + (18 - 23)$ ;  
 6) a)  $35 - (12 + 45)$ ; b)  $53 + (49 - 45)$ ; c)  $76 - (62 - 17)$ ; d)  $-13 + (12 - 45)$ ;  
 7) a)  $45 + (25 - 44)$ ; b)  $45 - (51 + 34)$ ; c)  $90 - (32 - 11)$ ; d)  $-21 + (13 - 24)$ ;  
 8) a)  $75 - (66 + 21)$ ; b)  $39 + (62 - 18)$ ; c)  $87 - (26 - 19)$ ; d)  $-18 + (19 - 51)$ ;  
 9) a)  $74 - (29 + 27)$ ; b)  $47 + (60 - 32)$ ; c)  $50 - (33 - 18)$ ; d)  $-19 + (14 - 25)$ .

**Представление дробных чисел в памяти ПК**

Любое действительное число может быть представлено в *формате с плавающей запятой* (точкой) как  $A = \pm m \cdot E^{\pm p}$ , опираясь на *нормализованную форму* записи числа:

где  $\pm m$  – мантисса числа,

$E$  – основание системы счисления,

$\pm p$  – порядок.

Числа могут иметь много форм записи. Например,  
 $3,14_{10} = 31,4 \cdot 10^{-1} = 314 \cdot 10^{-2} = 3140 \cdot 10^{-3} = \dots = 0,314 \cdot 10^1 = \dots$

Для однозначного представления чисел мантиссу нормализуют, т.е. накладывают ограничение:  $1/E < m < 1$ , таким образом получают *нормальную дробь*. Таким образом, нормализованная мантисса содержит хотя бы одну значащую цифру после запятой, отличную от нуля. В этом случае нет смысла хранить 0 целых, поэтому 0 «скрывают».

В целях экономии разряда, содержащего знак порядка числа  $x$ , вычисляют характеристику ( $p_x$ ), равную сумме порядка и смещения. В разных стандартах представления смещение определяется по-разному: 64 ( $64_{10} = 40_{16}$ ) или 127 ( $127_{10} = 01111111_2$ ).

Чаще всего используется стандарт, по которому для представления числа используются 32 разряда. Он используется практически на всех ПК. Этот стандарт предусматривает: старший разряд - для знака



мантиссы числа (0 – “+”, 1 – “-“), 7 битов - для характеристики и 24 бита - для мантиссы.

Если в разрядной сетке мантиссы остаются свободные разряды, то они заполняются, либо нулями, либо периодом дроби, если он есть.

Персональный компьютер IBM PC позволяет работать со следующими действительными типами (диапазон значений указан по абсолютной величине):

<i>Тип</i>	<i>Диапазон</i>	<i>Мантисса</i>	<i>Объем</i>
<i>Real</i>	$2,9 \cdot 10^{-39} .. 1,7 \cdot 10^{38}$	11–12	6
<i>Single</i>	$1,5 \cdot 10^{-45} .. 3,4 \cdot 10^{38}$	7–8	4
<i>Double</i>	$5,0 \cdot 10^{-324} .. 1,7 \cdot 10^{308}$	15–16	8
<i>Extended</i>	$3,4 \cdot 10^{-4932} .. 1,1 \cdot 10^{4932}$	19–20	10

Во всех этих стандартах представления первый байт остается постоянным, изменяется только область, отведенная под мантиссу.

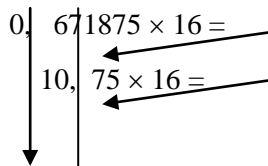
### **Примеры выполнения заданий**

1. Представьте дробное число  $x$ , равное  $46,671875_{10}$  в форме с плавающей точкой в 32-разрядном формате.

а) переводим число  $46,671875$  из  $D_{10} \rightarrow D_{16}$ :

$$46_{10} = 2 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 2E_{16}$$

12, 00



$$46,671875_{10} = 2E,AC_{16}$$

в) нормализуем дробь:

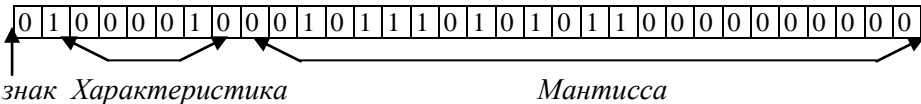
$t = 0,2EAC_{16}$ , где 0 - скрытый разряд;

с) порядок числа  $p = 2$ ;

д) вычисляем характеристику числа:  $p_x = 40 + 2 = 42_{16}$ ,

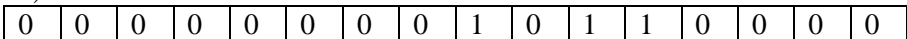
где  $40_{16}$  - смещение порядка;

е) заполняем разрядную сетку в 32-разрядном формате, заменяя каждый 16-й знак двоичной тетрадой:



2. Укажите целые десятичные числа, представленные в прямом коде:

а)



$$1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^7 = 16 + 32 + 128 = 176_{10}$$

б)

1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$-(1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^{10}) = -(2 + 64 + 256 + 1024) = -1346_{10}$$

3. Укажите целые десятичные числа, представленные в доп. коде:

a)

0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7 = 2 + 16 + 32 + 64 + 128 = 242_{10}$$

b)

1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Т.к. число отрицательное, то вычитаем 1:

1101110101010010

Инвертирует разряды: 0010001010101101

$$-(1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^9 + 2^{13}) =$$

$$= -(1 + 4 + 8 + 32 + 128 + 512 + 4096) = -4781_{10}$$

### Задания для самостоятельного выполнения

1. Представьте в форме с плавающей точкой в 32-разрядном формате десятичные числа:

0) a) 29,06; b) 45,006; c) -440,25; d) 60,4; e) -104,15; g) 608,51;

1) a) 41,05; b) 94,003; c) -270,45; d) 29,1; e) -105,14; g) 301,42;

2) a) 73,02; b) 27,009; c) -170,29; d) 56,8; e) -103,12; g) 405,13;

3) a) 62,01; b) 52,008; c) -340,55; d) 70,2; e) -102,13; g) 504,46;

4) a) 56,02; b) 81,002; c) -250,88; d) 35,1; e) -106,14; g) 602,24;

5) a) 45,04; b) 34,006; c) -130,36; d) 45,4; e) -103,11; g) 803,32;

6) a) 26,09; b) 58,004; c) -180,25; d) 57,8; e) -101,16; g) 701,27;

7) a) 38,08; b) 69,005; c) -190,92; d) 36,9; e) -107,19; g) 902,35;

8) a) 43,07; b) 81,007; c) -210,44; d) 81,2; e) -108,17; g) 209,48;

9) a) 81,01; b) 90,001; c) -160,75; d) 45,6; e) -109,18; g) 508,26;

2. Укажите шестнадцатеричные числа, представленные в 32-разрядном формате с плавающей точкой:

0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**3. Укажите десятичные числа, представленные в 32-разрядном формате с плавающей точкой:**

1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

### *Представление алфавитно-цифровых и графических данных в памяти ПК*

*Кодирование* - это процесс установления взаимно однозначного соответствия элементам и словам одного алфавита элементов и слов другого алфавита. *Кодом* называется правило, по которому сопоставляются различные алфавиты и слова.

Для кодирования символов достаточно одного байта (8 разрядов). При этом можно представить 256 символов (с десятичными кодами от 0 до 255). Набор символов персональных ЭВМ IBM PC чаще всего является расширением кода ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*— стандартный американский код для обмена информацией).

ASCII включает две таблицы кодирования – базовую и альтернативную. В базовой таблице каждому символу поставлен в соответствие шестнадцатеричный код - число в диапазоне от 0 до 127. В альтернативной таблице каждому символу поставлен в соответствие десятичный код - число в диапазоне от 128 до 255 (см. приложение 1, 2). Первые 32 кода (управляющие коды) базовой таблицы отданы производителям аппаратных средств.

Большие наборы байтов удобнее измерять более крупными единицами:

1024 байт = 1 Килобайт (Кб);    1024 Мб = 1 Гигабайт (Гб);  
 1024 Кб = 1 Мегабайт (Мб);    1024 Гб = 1 Терабайт (Тб).

В текстовом режиме каждому символу отводится 2 байта видеопамяти: 1 - код символа, 2 - атрибуты (яркость, цвет, мерцание). В графическом режиме каждой точке (пикселю) отводится от 1 бита до нескольких байтов видеопамяти в зависимости от использования в данном видеорежиме набора цветов.

Выбор конкретного видеорежима определяется типом видеоадаптера и программным обеспечением. Основные типы видеоадаптеров:

- **MDA** - текстовый режим, 2 цвета;
- **CGA** - текстовый и графический режимы, до 4-х цветов;
- **Hercules** - текстовый и графический режимы, 2 цвета;
- **EGA** - текстовый и графический режимы, 16 цветов;
- **VGA** - текстовый и граф. режимы, 16 цветов из палитры 64 цв;
- **SVGA** - текстовый и графический режимы, до 16 млн. цветов.

Фактически видеопамять служит для хранения информации, отображаемой на экране монитора. Для хранения характеристик каждого пикселя необходимо разное количество видеопамяти в зависимости от режима набора цветов:

в монохромном режиме – 1 бит; в цветном режиме (16 цветов – 4 бита; 256 цветов – 1 байт; 16 млн. цветов – 3 байта).

Существуют различные системы кодирования для представления цветных изображений:

**RGB** (Red, Green, Blue), **СМΥК** (Суан, Мagenta, Yellow, blacK) и др.

Такие режимы представления цветной графики (кодирование одной точки - 24 разряда) называются *полноцветными* (*TrueColor*).

### Примеры выполнения заданий

1. Представьте словосочетание «ИВМРС» в памяти ПК:

**I** -  $49_{16} = 01001001_2$

**B** -  $42_{16} = 01000010_2$

**M** -  $4D_{16} = 01001101_2$

**пробел SP** -  $20_{16} = 00100000_2$

**P** -  $50_{16} = 01010000_2$

**C** -  $43_{16} = 01000011_2$

Ответ: 0100100101000010 01001101 001000000101000001000011

2. Представьте слово «Логика» в памяти ПК:

**Л** -  $139_{10} = 128 + 8 + 2 + 1 = 2^7 + 2^3 + 2^1 + 2^0 = 10001011_2$

**о** -  $174_{10} = 128 + 32 + 8 + 4 + 2 = 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 10101110_2$

**г** -  $163_{10} = 128 + 32 + 2 + 1 = 2^7 + 2^5 + 2^1 + 2^0 = 10100011_2$

**и** -  $168_{10} = 128 + 32 + 8 = 2^7 + 2^5 + 2^3 = 10101000_2$

**к** -  $170_{10} = 128 + 32 + 8 + 2 = 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^1 = 10101010_2$

**а** -  $160_{10} = 128 + 32 = 2^7 + 2^5 = 10100000_2$

Ответ: 10001011 10101110 10100011 10101000 10101010 10100000

3. Рассчитайте объём видеопамати для VGA-монитора с экраном разрешимостью 640 x 480 точек в байтах и килобайтах.

1) подсчитаем количество пикселей для данного экрана:

$$640 \times 480 = 307\,200 \text{ пиксель;}$$

2) рассчитаем объём видеопамати:

$$307\,200 \times 4 = 1\,228\,800 \text{ бит;}$$

3)  $1\,228\,800 : 8 = 153\,600 \text{ байт;}$

4)  $153\,600 : 1024 = 150 \text{ Кб.}$

### Задания для самостоятельного выполнения

1. Представьте словосочетания в памяти ПК:

0) a) purple;

b) dark salmon;

c) Plug and play;

1) a) orange;

b) honey dew;

c) Flash memory;

2) a) silver;

b) cadet blue;

c) Biographical memoirs;

3) a) fuchsia;

b) burly wood;

c) Boolean's function;

4) a) indigo;

b) chocolate;

c) User interface;

5) a) orchid;

b) forest green;

c) Texas Instruments;

6) a) crimson;

b) dark gray;

c) Computer Arithmetic;

- 7) a) violet;                    b) dark red;                    c) Complicated saying;  
 8) a) magenta;                b) hot pink;                    c) Random access;  
 9) a) lavender;                b) golden rod;                c) Garrett Air search.

**2. Представьте словосочетания в памяти ПК:**

- 0) a) Формат;                    b) Аппаратные и программные средства;  
 1) a) Сектор;                    b) Программа начальной загрузки;  
 2) a) Память;                    b) Устройство и функционирование ПК;  
 3) a) Точка;                      b) Нормальная и совершенная форма;  
 4) a) Базис;                      b) Перевод числовой информации;  
 5) a) Дробь;                      b) Простые и составные высказывания;  
 6) a) Запись;                    b) Логические константы и переменные;  
 7) a) Кластер;                    b) Основная и дополнительная литература;  
 8) a) Дорожка;                    b) Экспоненциальная форма записи;  
 9) a) Цилиндр;                    b) Простые и сложные операторы.

**3. Рассчитайте объём видеопамати, необходимый для хранения в видеопамати графического изображения в байтах, Кб и Мб:**

- 0) EGA - монитора с экраном разрешимостью 320 x 200;  
 1) MDA - монитора с экраном разрешимостью 640 x 480;  
 2) SVGA - монитора с экраном разрешимостью 1024 x 768;  
 3) Hercules - монитора с экраном разрешимостью 320 x 200;  
 4) SVGA- монитора с экраном разрешимостью 800 x 600;  
 5) MDA - монитора с экраном разрешимостью 800 x 600;  
 6) VGA - монитора с экраном разрешимостью 1024 x 768;  
 7) EGA - монитора с экраном разрешимостью 640 x 480;  
 8) VGA - монитора с экраном разрешимостью 640 x 480;  
 9) EGA - монитора с экраном разрешимостью 800 x 600;

**Контрольные вопросы**

**по теме «Математические основы информатики»**

- А Какие типы систем счисления Вы знаете?  
 Б Почему для хранения символа требуется 1 байт?  
 В В чем сходство и различие понятий: данные и информатика?  
 Г Какие Вы знаете определения информации?  
 Д Как представляются целые числа в памяти ПК?  
 Е Какие операции по обработке информации Вы знаете?  
 Ё Что такое информационные ресурсы и технологии?  
 Ж Что такое информатизация общества?

- З** Как представляется графическая информация в памяти ПК?
- И** Какие этапы развития информационной технологии Вы знаете?
- Й** Что такое полиномиальное представление?
- К** Почему значениями бита могут быть только цифры 0 или 1?
- Л** Каковы цели, задачи и содержание информатики?
- М** Какие существуют форматы представления дробных чисел в ПК?
- Н** Как называется наименьшая единица адресации данных в ПК?
- О** В чем различие традиционных и нетрадиционных систем счисления?
- П** Что такое система счисления?
- Р** Каковы основные свойства информации?
- С** Почему в 1 байте 8 бит?
- Т** Как представляется аудиоинформация в памяти ПК?
- У** По каким законам измеряется количество информации?
- Ф** В каком виде может существовать информация?
- Х** В чем различие непозиционных и позиционных систем счисления?
- Ц** Что такое кодирование информации?
- Ч** Сколько байт требуется для представления целых и дробных чисел?
- Ш** Какие таблицы кодирования информации Вы знаете?
- Щ** Какие существуют форматы представления целых чисел в ПК?
- Ъ** Как определяются позиционные системы счисления?
- Ы** На каких науках базируется информатика?
- Ь** Как представляется графическая информация в памяти ПК?
- Э** Какие единицы измерения информации существуют?
- Ю** Как представляется текстовая информация в памяти ПК?
- Я** Какие разделы содержит информатика?
- 10 вопросов для контрольного опроса выбираются по буквам фамилии, имени, отчества в именительном падеже слева направо без повторения.  
Например, **ИВАНОВ ОЛЕГ ПЕТРОВИЧ** отвечает на вопросы:  
И, В, А, Н, О, Л, Е, Г, П, Т.

## Логические основы информатики

### *Элементы логики высказываний*

Исследования в алгебре логики тесно связаны с изучением *высказываний*, представляющих собой повествовательное предложение, относительно которого объективно можно сказать, что оно либо истинно, либо ложно. Из одних высказываний могут составляться другие, более сложные высказывания, называемые *составными*. *Простые* выска-



звания обозначаются буквами латинского алфавита: А, В, С, ... и являются *логическими переменными* со значениями истина, либо ложь. Значения истинности высказывания обозначается буквой **И** (истина) или 1, а ложность обозначается **Л** (ложь) или 0. **И** или **Л** называются *логическими константами*. Составные высказывания могут строиться из простых с помощью *логических связок*, которым соответствуют *логические операции*(таблица 2).

Таблица 2. Соответствие логических связок логическим операциям

Логическая связка	Название логических операций	Обозначения операций
<i>не</i>	Отрицание, инверсия	$\neg$
<i>и, а, но, хотя</i>	Конъюнкция	$\&, ;, \wedge$
<i>или</i>	Дизъюнкция	$\vee, +$
<i>либо</i>	Разделительная (строгая) дизъюнкция	$\oplus, \Delta$
<i>если..., то</i>	Импликация, следование	$\rightarrow, \Rightarrow$
<i>тогда и только тогда, когда... ...необходимо и достаточно...</i>	Эквивалентность, эквиваленция, равнозначность	$\sim, \Leftrightarrow, \equiv, \leftrightarrow$
<i>не (... и ...)</i>	Штрих Шеффера	$ $
<i>не (... или ...)</i>	стрелка Пирса	$\downarrow, \circ$

Логические операции задаются таблично (таблица 3).

Из логических переменных и констант, соединенных логическими операциями и скобками строятся *логические формулы*. Процесс разбиения составных высказываний на простые; записи их символически, введя буквенные обозначения; и заменяя логические связки логическими операциями, называется *формализацией высказывания*.

Таблица 3. Логические операции

A	B	$\neg A$	$A \& B$	$A \vee B$	$A \oplus B$	$A \rightarrow B$	$A \sim B$	$A   B$	$A \downarrow B$
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1	0	0

При вычислении значения формулы учитывают *приоритет* выполнения логических операций.

### Примеры выполнения задания

1. Формализуйте и постройте таблицу истинности для высказывания:  
Если число делится на 2 и не делится на 3, то оно не делится на 6.

Решение: Выделим и обозначим простые высказывания. Заменяем логические связи операциями по таблице 2.

Если  $\underbrace{\text{число делится на 2}}_{A} \text{ и } \underbrace{\text{не делится на 3}}_{\neg B}$ , то оно  $\underbrace{\text{не делится на 6}}_{\neg C}$ .

$$A \& \neg B \rightarrow \neg C$$

AB C	A & ¬ B	A & ¬ B → ¬ C
0 0 0	0 0 1	0 1 1
0 0 1	0 0 1	0 1 0
0 1 0	0 0 0	0 1 1
0 1 1	0 0 0	0 1 0
1 0 0	1 1 1	1 1 1
1 0 1	1 1 1	1 0 0
1 1 0	1 0 0	0 1 1
1 1 1	1 0 0	0 1 0

2. Вычислите значение выражения  $b \rightarrow a \downarrow b \& a \vee \bar{a}$  при  $a=1, b=0$ .

Решение: сначала определим порядок выполнения операций.

1)  $b \& a = 0 \& 1 = 0$ ;    2)  $b \& a \vee \bar{a} = 0 \vee 0 = 0$ ;

3)  $b \rightarrow a = 0 \rightarrow 1 = 1$ ;    4)  $b \rightarrow a \downarrow b \& a \vee \bar{a} = 1 \downarrow 0 = 0$ .

3. Постройте таблицу истинности для высказывания  $c \& b \vee \bar{a}$

ab c	c & b	c & b ∨ ā
0 0 0	0 0 0	0 1 1
0 0 1	1 0 0	0 1 1
0 1 0	0 0 1	0 1 1
0 1 1	1 1 1	1 1 1
1 0 0	0 0 0	0 0 0
1 0 1	1 0 0	0 0 0
1 1 0	0 0 1	0 0 0
1 1 1	1 1 1	1 1 0

4. Переформулируйте высказывания, если необходимо. Разбейте составные высказывания на простые и запишите их с помощью логической символики. Постройте таблицу истинности.

**"Если наступит мир, то возникнет депрессия, разве что страна проведёт программу перевооружения, либо осуществит грандиозную программу внутренних капиталовложений в области образования, охраны окружающей среды, борьбы с бедностью т. п.; но невозможно договориться о целях такой грандиозной программы внутренних капиталовложений; значит, если наступит мир и не будет депрессии, то непременно будет осуществляться программа перевооружения."**

Решение: обозначим простые высказывания буквами:

*М* - "наступит мир",

*Д* - "возникнет депрессия",

*П* - "страна проведёт программу перевооружения",

*К* - "страна осуществит грандиозную программу внутренних капиталовложений в области образования, охраны окружающей среды, борьбы с бедностью т. п."

Переформулируем предложение, сохранив смысл, но используя более стандартные обороты:

**"Если наступит мир и страна не выполнит программу перевооружения или программу внутренних капиталовложений в области образования, охраны окружающей среды, борьбы с бедностью т. п., то возникнет депрессия; но невозможно договориться о целях такой грандиозной программы внутренних капиталовложений (т.е. эта программа выполняться не будет); значит, если наступит мир и не будет депрессии, то непременно будет осуществляться программа перевооружения."**

Запишем высказывание с помощью наших обозначений и логических операций:  $((M \wedge \neg(P \vee K) \rightarrow D) \wedge \neg K) \rightarrow ((M \wedge \neg D) \rightarrow P) \equiv$

$$\equiv ((M \wedge (P \downarrow K) \rightarrow D) \wedge \neg K) \rightarrow ((M \wedge \neg D) \rightarrow P)$$

Построим таблицу истинности.

М	П	Д	К	$(M \wedge (P \downarrow K) \rightarrow D) \wedge \neg K$	$(M \wedge \neg D) \rightarrow P$	$( ) \rightarrow ( )$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1

0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1

### **Задания для самостоятельного выполнения**

#### **1. Формализуйте и постройте таблицу истинности для высказываний:**

- 0) а) если каждому значению аргумента соответствует единственное значение функции, то функция однозначна;  
 б) для того чтобы три прямые вида:  $ax + by + c = 0$  пересекались в одной точке или были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы левые части их уравнений были линейно независимы;  
 с) если прямая параллельна каждой из двух пересекающихся плоскостей, то она параллельна и линии их пересечения;
- 1) а) две прямые параллельны тогда и только тогда, когда они не имеют общих точек;  
 б) система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными  $x_1, \dots, x_n$  имеет решение в том и только в том случае, если матрица системы и расширенная матрица системы имеют один и тот же ранг;  
 с) если производная функции в точке равна нулю и вторая производная этой функции в той же точке отрицательна, то данная точка есть точка локального максимума функции;
- 2) а) для того чтобы числовой ряд сходиллся, необходимо, чтобы предел суммы этого ряда стремился к 0;  
 б) если прямая А параллельна прямой В и прямая В параллельна прямой С, то прямая А параллельна прямой С;  
 с) логарифм некоторого положительного числа будет положительным, если основание логарифма и логарифмируемое число будут больше 1 или если основание логарифма и логарифмируемое число будут заключены между 0 и 1;
- 3) а) два ненулевых вектора  $a$  и  $b$  взаимно перпендикулярны тогда и

только тогда, когда их произведение равно 0;

*b)* треугольник на плоскости единственным образом определяется тремя сторонами или двумя сторонами и углом или стороной и двумя прилежащими к ней углами;

*c)* если 12 делится на 6, то 12 делится на 3;

- 4) *a)* если не задан радиус окружности, то нельзя вычислить ее длину;  
*b)* для того чтобы вычислить площадь прямоугольного треугольника, необходимо и достаточно знать либо значения катетов, либо значения катета и гипотенузы, либо значение одной из сторон и величину угла;  
*c)* произведение трех чисел равно нулю тогда и только тогда, когда одно из них равно нулю;
- 5) *a)* каждая рациональная функция от  $x$  может быть представлена в виде суммы многочлена и конечного числа элементарных дробей;  
*b)* корни квадратного уравнения либо действительные различные, либо действительные равные, либо комплексные сопряженные;  
*c)* если в треугольнике любая его медиана не является высотой и биссектрисой, то этот треугольник не равнобедренный и не равносторонний;
- 6) *a)* если в треугольнике нет прямого угла, то он не прямоугольный;  
*b)* для того чтобы вычислить объем цилиндра, необходимо и достаточно, чтобы были заданы высота цилиндра и радиус основания;  
*c)* если в параллелограмме не все углы прямые или не все стороны равны между собой, то этот параллелограмм не прямоугольник или не ромб;
- 7) *a)* вычисление длины окружности и площади круга может осуществляться по одному и тому же значению радиуса;  
*b)* если кубическое уравнение действительно, то оно имеет или один действительный корень и два сопряженных комплексных корня, или три действительных корня;  
*c)* если сумма цифр числа кратна 3, то и само число кратно 3;
- 8) *a)* если в треугольнике все стороны равны, то он равносторонний;  
*b)* решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными  $x_1, \dots, x_n$  может быть найдено либо методом Гаусса, либо методом Крамера, либо методом Зейделя;  
*c)* если 6 делится на 2, то и 24 делится на 2;
- 9) *a)* если три стороны одного треугольника равны трем сторонам

другого треугольника, то эти треугольники равны;

**b)** если мощность бесконечного множества больше, чем мощность счетного множества, то это множество является несчетным;

**c)** если 10 делится на 5, то и 100 делится на 5.

## 2. Вычислите значения выражений:

- |   |                            |                            |
|---|----------------------------|----------------------------|
| 0) $\bar{a} \vee b \& \bar{a} \downarrow a \sim \bar{b}$        | <i>a)</i> при $a=1, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=0, b=1$ ; |
| 1) $a \sim (b   \bar{a}) \vee b \& \bar{a}$                     | <i>a)</i> при $a=0, b=1$ ; | <i>b)</i> при $a=1, b=1$ ; |
| 2) $\bar{b}   a \oplus b \rightarrow a \& \bar{b}$              | <i>a)</i> при $a=0, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=1, b=0$ ; |
| 3) $(a   b) \vee \bar{b} \& \bar{a} \oplus a$                   | <i>a)</i> при $a=0, b=1$ ; | <i>b)</i> при $a=1, b=0$ ; |
| 4) $\bar{a} \vee b   a \vee a \sim \bar{b}$                     | <i>a)</i> при $a=0, b=1$ ; | <i>b)</i> при $a=0, b=0$ ; |
| 5) $a \sim (b \rightarrow \bar{a}) \oplus b \downarrow \bar{a}$ | <i>a)</i> при $a=1, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=1, b=1$ ; |
| 6) $\bar{b} \sim a \oplus b   a \& \bar{b}$                     | <i>a)</i> при $a=1, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=0, b=0$ ; |
| 7) $(a \oplus b)   \bar{b} \& \bar{a} \vee b$                   | <i>a)</i> при $a=0, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=1, b=0$ ; |
| 8) $\bar{a} \downarrow b \& a \vee a \sim \bar{b}$              | <i>a)</i> при $a=0, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=0, b=1$ ; |
| 9) $a   (b \rightarrow \bar{a}) \oplus b \& \bar{a}$            | <i>a)</i> при $a=0, b=0$ ; | <i>b)</i> при $a=1, b=0$ ; |

## 3. Постройте таблицы истинности формул алгебры логики:

- |  |   |
|--|---|
| 0) <i>a)</i> $b \vee \bar{a} \& \bar{a} \oplus c$ ;      | <i>b)</i> $\bar{a}   b \rightarrow c \& a$ ;              |
| 1) <i>a)</i> $c \rightarrow b \oplus \bar{a} \& c$ ;     | <i>b)</i> $a \rightarrow \bar{b} \oplus c \downarrow a$ ; |
| 2) <i>a)</i> $a \& b \rightarrow c \oplus \bar{b}$ ;     | <i>b)</i> $a \& b   b \rightarrow c$ ;                    |
| 3) <i>a)</i> $a \sim c \vee \bar{b} \oplus \bar{a}$ ;    | <i>b)</i> $a \rightarrow b \downarrow a \sim c$ ;         |
| 4) <i>a)</i> $c \& \bar{a} \rightarrow \bar{b} \sim a$ ; | <i>b)</i> $a \downarrow b \vee \bar{a} \& c$ ;            |
| 5) <i>a)</i> $b \oplus c \& \bar{a} \sim b$ ;            | <i>b)</i> $(\bar{b} \& c \vee \bar{a}) \downarrow a$ ;    |
| 6) <i>a)</i> $\bar{a} \& b \rightarrow \bar{b} \sim c$ ; | <i>b)</i> $(a \oplus b)   c \vee a$ .                     |
| 7) <i>a)</i> $\bar{a} \vee b \oplus c \& \bar{b}$        | <i>b)</i> $b \& a \oplus \bar{a}   c$                     |
| 8) <i>a)</i> $c \rightarrow a \vee a \sim \bar{b}$       | <i>b)</i> $a \vee b \downarrow c \rightarrow a$           |
| 9) <i>a)</i> $b \rightarrow c \oplus \bar{a} \vee b$     | <i>b)</i> $a \rightarrow b \oplus a \downarrow c$         |

## 4. Переформулируйте высказывания, если необходимо. Разбейте составные высказывания на простые и запишите их с помощью логической символики. Постройте таблицу истинности.

0) Если усложнить схему устройства, то возрастает его производительность, а если использовать новую элементную базу, то увеличится период эксплуатации. Устройство начнут хорошо раскупать только при

одновременном росте его производительности и периода эксплуатации. Но устройство не пользуется спросом.

1) Увеличение денег в обращении влечёт за собой инфляцию. Но рост денежной массы происходит по двум причинам: из-за денежной эмиссии или снижения товарооборота. Снижение товарооборота приводит к безработице и спаду производства. Из-за инфляции падает курс денежной единицы. Рекомендации экономиста Иванова: увеличить денежную эмиссию и поднять производство, тогда избежим безработицы, и курс денежной единицы останется неизменным.

2) Любой марксист-диалектик, но не всякий диалектик-марксист. Любой марксист-материалист, но не всякий материалист-марксист. Гегель был диалектик, но не материалист. Фейербах был материалист, но не диалектик. Итак, если бы Гегель и Фейербах могли объединиться в один кружок, то Маркс уже не понадобился бы.

3) Существуют две теории возникновения человека на земле - теория эволюции Дарвина и теория сотворения человека Господом Богом. Если справедлива теория эволюции, то самопроизвольное возникновение человека без соответствующих превращений живых организмов невозможно. Как доказали учёные, такие превращения действительно имели место. По теории же сотворения человек был слеплен из простой глины, а жизнь в него вдохнул господь. Глины всегда было много, а на счёт дыхания Бога тоже сомневаться не приходится, поскольку есть на то свидетельство Библии. Отсюда вывод – две названные теории друг другу не противоречат.

4) Из утверждения "два плюс два равно пяти" следует, что я и папа римский - одно и то же лицо. В самом деле, если от обеих частей указанного равенства отнять по двойке, то будет справедливо равенство "два равно трём". Если от обеих частей нового равенства отнять по единице, то будет справедливо равенство - "один равен двум". Один - это я, а двойка - это я и папа римский. Поскольку верно, что "один равен двум", то я есть папа римский.

5) Сегодня посмотрю футбол, если трамвай не задержится. Трамвай не опоздал, но случилась другая беда: у меня не оказалось денег на билет. Рискну доехать «зайцем». В салоне оказался контролер, и я лихорадочно стал рыться по карманам. К моему счастью, нашелся один неиспользованный трамвайный талон. До компостера я добрался вовремя, хотя футбольный матч я так и не увидел: вместе с деньгами я дома оставил и билет на матч.

6) Если в одном месте что-то убудет, то в другом месте что-то прибудет – это истина, не требующая доказательства. Но есть такая теория, которая утверждает: где-то в далеком космосе существуют «черные дыры», куда все проваливается, но оттуда ничего не появляется. Эта теория ничего не говорит о существовании «белых дыр», которые действовали бы противоположно «черным». Один иностранный астрономический журнал сообщил координаты «черной дыры». Российский астроном Иванов направил туда мощный телескоп и ничего не обнаружил. «Так-так, - сказал Иванов, - но «белую дыру» я все же открою».

7) Если в цепи будет большой перепад напряжения, то сгорит предохранитель, что повлечет за собой необходимость его замены. При целом предохранителе телевизор, конечно, будет работать, но только если он включен в сеть питания. Если телевизор работает нормально, то я увижу сегодняшние «Новости». Итак, я смотрю телевизионные «Новости» при условии отсутствия перепада напряжения и подключения телевизора к сети питания.

8) Уменьшение температуры приводит к снижению давления и уменьшению объема. Увеличение объема приводит к росту скорости потока. Повышение давления приводит к падению уровня, если при этом уменьшать температуру. Снижение скорости приводит к уменьшению давления или росту температуры. Технолог Иванов рассудил так: «Мне надо повысить давление при одновременном снижении скорости потока, поэтому я должен увеличить объем и температуру».

9) «Если знать язык программирования, то можно составить рабочую программу. Рабочую программу можно также получить при условии наличия знакомого программиста. Овладеть языком программирования можно, обучаясь в институте. Если программа работает, то ее написал выпускник такого института. Но программа не работает. Это говорит о том, что желающий получить правильный результат не знает языка программирования и не имеет знакомых программистов».

### *Равносильные преобразования формул алгебры логики*

Преобразования логических формул похожи на преобразования формул в обычной алгебре (вынесение общего множителя за скобки, использование переместительного и сочетательного законов и т.п.), тогда как другие преобразования основаны на свойствах, которыми не обладают операции обычной алгебры (использование распределительного закона для конъюнкции, законов поглощения, склеивания, де Моргана и



др.). Логические операции обладают рядом свойств и подчинены логическим законам, изложенным в следующей таблице:

Название	Содержание
Коммутативность (переместительный)	$a \vee b \equiv b \vee a$ $a \& b \equiv b \& a$
	$a \oplus b \equiv b \oplus a$
Ассоциативность (сочетательный)	$a \vee (b \vee c) \equiv (a \vee b) \vee c$
	$a \& (b \& c) \equiv (a \& b) \& c$
	$a \oplus (b \oplus c) \equiv (a \oplus b) \oplus c$
Дистрибутивность (распределительный)	$a \& (b \vee c) \equiv (a \& b) \vee (a \& c)$
	$a \vee (b \& c) \equiv (a \vee b) \& (a \vee c)$
Закон снятия двойного отрицания	$\overline{\overline{a}} \equiv a$
Законы де Моргана	$\overline{a \& b} \equiv \overline{a} \vee \overline{b}$
	$\overline{a \vee b} \equiv \overline{a} \& \overline{b}$
следствие закона	$a \vee b \equiv \overline{\overline{a} \& \overline{b}}; a \& b \equiv \overline{\overline{a} \vee \overline{b}}$
Законы поглощения	$a \vee a \& b \equiv a$ $a \& (a \vee b) \equiv a$
Свойства константы <b>Л</b>	$a \vee \mathbf{Л} \equiv a$ $a \& \mathbf{Л} \equiv \mathbf{Л}$
Свойства константы <b>И</b>	$a \vee \mathbf{И} \equiv \mathbf{И}$ $a \& \mathbf{И} \equiv a$
Закон исключения третьего	$\overline{a} \vee a \equiv \mathbf{И}$
Законы идемпотентности	$a \vee a \equiv a$ $a \& a \equiv a$
Закон противоречия	$\overline{a} \& a \equiv \mathbf{Л}$

Операции строгой дизъюнкции, импликации, эквиваленции, функция Шеффера и стрелка Пирса могут быть равносильно выражены через операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания, поэтому они считаются как-бы избыточными.

Логические равносильности алгебры логики:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $a \rightarrow b \equiv \overline{a} \vee b;$ | 4) $a \oplus b \equiv \overline{a} \& b \vee a \& \overline{b};$     |
| 2) $a   b \equiv \neg (a \& b);$                 | 5) $a \sim b \equiv a \& b \vee \overline{a} \& \overline{b};$       |
| 3) $a \downarrow b \equiv \neg (a \vee b);$      | 6) $a \sim b \equiv (a \vee \overline{b}) \& (\overline{a} \vee b).$ |

Равносильное упрощение формул выполняется по шагам:

1. замена операций импликации, строгой дизъюнкции, эквиваленции, функции Шеффера и стрелки Пирса равносильностями алгебры логики;

2. применение законов алгебры логики.

**Примеры выполнения задания**

1. Докажите равносильность  $x \& \bar{y} \vee x \vee y \equiv y$  разными способами.

а) докажем равносильность формул, используя законы алгебры логики:

$$x \& \bar{y} \vee x \vee y \equiv x \& \bar{y} \vee \bar{x} \vee y \quad (\text{по закону де Моргана});$$

$$x \& \bar{y} \vee x \& y \equiv y \& (x \vee \bar{x}) \quad (\text{по дистрибутивному закону});$$

$$\bar{y} \& (x \vee \bar{x}) \equiv \bar{y} \& I \quad (\text{по закону исключения третьего});$$

$$\bar{y} \& I \equiv \bar{y} \quad (\text{по свойству логической константы } I);$$

б) докажем равносильность формул с помощью построения таблицы истинности:

$xy$	$x \& \bar{y}$	$x \vee y$	$x \& \bar{y} \vee x \vee y$	$\bar{y}$
0 0	0 0	1 1	0 1 1	1
0 1	0 0	1 0	0 0 0	0
1 0	1 1	0 0	1 1 0	1
1 1	1 0	0 0	0 0 0	0

2. Определите, является ли формула  $X \& Y \& \bar{X} \rightarrow Y$  тавтологией или противоречием:

$$X \& Y \& \bar{X} \rightarrow Y \equiv \overline{X \& Y \& \bar{X}} \vee Y \quad (\text{по равносильности } 1)$$

$$\overline{X \& Y \& \bar{X}} \vee Y \equiv \bar{X} \vee \bar{Y} \vee X \vee Y \quad (\text{по закону де Моргана})$$

$$\bar{X} \vee \bar{Y} \vee X \vee Y \equiv \bar{X} \vee \bar{Y} \vee X \vee Y \quad (\text{по закону снятия дв. отрицания});$$

$$\bar{X} \vee X \vee \bar{Y} \vee Y \equiv I \vee I \equiv I \quad (\text{по коммутативному закону});$$

$$\bar{X} \vee X \vee \bar{Y} \vee Y \equiv I \vee I \equiv I \quad (\text{по закону исключения третьего}).$$

3. Преобразуйте равносильным образом формулу  $X \rightarrow \bar{X} \rightarrow \bar{Y}$  так, чтобы она содержала только операции отрицания и конъюнкции:

$$X \rightarrow \bar{X} \rightarrow \bar{Y} \equiv X \rightarrow \overline{\bar{X} \vee Y} \equiv X \rightarrow X \& \bar{Y} \equiv$$

$$\equiv \bar{X} \vee X \& \bar{Y} \equiv (\bar{X} \vee X) \& (\bar{X} \vee \bar{Y}) \equiv I \& (\bar{X} \vee \bar{Y}) \equiv \bar{X} \vee \bar{Y} \equiv \overline{X \& Y}.$$

4. Упростите формулы: а)  $x \& (y \rightarrow x) \rightarrow \bar{y}$ ; б)  $X \oplus \overline{\bar{X} \rightarrow Y}$ .

$$а) x \& (\bar{y} \vee x) \rightarrow \bar{y} \equiv x \& (\bar{y} \vee x) \vee \bar{y} \quad (\text{по равносильности } 1);$$

$$x \& (\bar{y} \vee x) \vee \bar{y} \equiv x \vee (\bar{y} \& x) \vee \bar{y} \quad (\text{по закону де Моргана});$$

$\overline{x \vee (y \& x)} \vee \overline{y} \equiv \overline{x} \vee (\overline{y \& x}) \vee \overline{y}$  (по закону снятия дв. отрицания);  
 $\overline{x \vee (y \& x)} \vee \overline{y} \equiv \overline{x} \vee \overline{y}$  (по закону поглощения).

b)  $X \oplus \overline{X} \rightarrow \overline{Y} \equiv \overline{X \oplus \overline{X}} \vee \overline{Y} \equiv$  (по равносильности 1);  
 $\equiv \overline{X \oplus X} \& \overline{Y} \equiv$  (по закону де Моргана);  
 $\equiv \overline{X \& X} \& \overline{Y} \vee \overline{X} \& \overline{Y} \equiv$  (по равносильности 4);  
 $\equiv \overline{X} \& (\overline{X} \vee Y) \vee \overline{Y} \equiv$  (по свойствам константы Л);  
 $\equiv (\overline{X} \& \overline{X}) \vee (\overline{X} \& Y) \equiv$  (по дистрибутивному закону);  
 $\equiv \overline{L} \vee \overline{X} \& Y \equiv \overline{X} \& Y$  (по свойствам константы Л).

### Задания для самостоятельного выполнения

#### 1. Найдите отрицание следующих формул:

- 0) a)  $X \& (Y \vee \overline{Z}) \vee \overline{X} \& Y \& \overline{W}$ ;
- 1) a)  $(\overline{X} \& \overline{Y} \& \overline{Z} \vee R) \& \overline{U} \& \overline{V}$ ;
- 2) a)  $((\overline{X} \& (\overline{Y} \vee Z)) \vee P) \& \overline{U} \vee \overline{R} \& \overline{V}$ ;
- 3) a)  $\overline{X \vee \overline{Z}} \vee ((\overline{X} \vee \overline{Y} \vee Z) \& X \& Y \& \overline{Z})$ ;
- 4) a)  $(X \vee \overline{X} \vee Y \vee \overline{Y} \& \overline{Z}) \& \overline{X} \vee \overline{Y}$ ;
- 5) a)  $X \& (X \& \overline{Y} \vee \overline{X} \vee \overline{Y} \vee \overline{Z}) \& (\overline{X} \vee \overline{Y})$ ;
- 6) a)  $\overline{X \vee \overline{Y}} \& (\overline{X} \vee Y \vee \overline{Z}) \vee \overline{X}$ ;
- 7) a)  $(\overline{X} \& (Z \vee Y)) \vee (X \& \overline{Z})$ ;
- 8) a)  $X \vee \overline{X} \vee \overline{Y} \vee \overline{Z} \& (X \vee Y \vee \overline{Z})$ ;
- 9) a)  $((\overline{X} \& (\overline{Y} \vee X \& \overline{Z} \vee Y \& Z)) \vee X)$ ;

#### 2. Определите, являются ли формулы тавтологией или противоречием:

- |   |  |
|---|--|
| 0) a) $X \rightarrow (Y \rightarrow X \& Y)$ ;  | b) $\overline{X} \& Y \sim \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ ;        |
| 1) a) $((X \rightarrow Y) \& (X \rightarrow \overline{Y})) \rightarrow \overline{X}$ ;            | b) $X \vee \overline{Z} \& \overline{Y} \oplus \overline{Z} \& X$ ;        |
| 2) a) $(X \rightarrow Y) \rightarrow ((X \rightarrow \overline{Y}) \rightarrow \overline{X})$ ;   | b) $\overline{X} \& \overline{Y} \sim \overline{X} \vee \overline{Y}$ ;    |
| 3) a) $((\overline{X} \rightarrow Y) \& (\overline{X} \rightarrow \overline{Y})) \rightarrow X$ ; | b) $X \rightarrow Y \sim \overline{Y} \rightarrow \overline{X}$ ;          |
| 4) a) $X \& (X \rightarrow Y) \rightarrow Y$ ;  | b) $Y \& X \rightarrow Y \& X \& Y$ ;                                      |
| 5) a) $(X \rightarrow Y) \& \overline{Y} \rightarrow \overline{X}$ ;                              | b) $\overline{X} \& Y \sim \overline{X} \sim \overline{Y} \rightarrow X$ ; |
| 6) a) $((X \rightarrow Y) \rightarrow X) \rightarrow X$ ;   | b) $(X \vee \overline{Y} \rightarrow Y) \& (\overline{X} \vee Y)$ ;        |

- 7) a)  $X \rightarrow (Y \rightarrow (X \vee Y \rightarrow X \& Y))$ ;      b)  $\overline{X} \sim Y \& X \vee \overline{X} \oplus Y \& X$ ;  
 8) a)  $(X \sim Y) \rightarrow (X \rightarrow Y)$ ;      b)  $(X \sim \overline{Y}) \vee X \vee Y \& (\overline{X} \vee \overline{Y})$ ;  
 9) a)  $(\overline{X} \rightarrow Y \& \overline{Y}) \rightarrow X$ ;      b)  $(\overline{X} \oplus Y) \& (X \sim \overline{Y})$
- 0) c)  $\overline{X \vee Y \vee Z} \rightarrow \overline{X} \& \overline{Z} \& \overline{Y}$ ;      5) c)  $X \& Y \& (Z \vee \overline{Y} \vee \overline{P}) \& \overline{Y}$ ;  
 1) c)  $\overline{X} \& Y \vee \overline{X \vee Y} \vee X$ ;      6) c)  $\overline{X} \& \overline{X} \vee Y \& (X \& Y \vee Y)$ ;  
 2) c)  $X \& Y \vee (X \& Y \rightarrow Z)$ ;      7) c)  $X \& (Y \& (\overline{X} \vee \overline{Y}))$ ;  
 3) c)  $\overline{X \& Y} \vee X \& Y \vee \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ ;      8) c)  $\overline{(\overline{X \vee Y}) \& (\overline{Y \vee Z})} \vee \overline{X} \vee Z$ ;  
 4) c)  $X \vee Y \vee \overline{X} \& Y \rightarrow X$ ;      9) c)  $X \& Y \rightarrow X \vee \overline{Y}$ .

**3. Докажите равносильности формул с помощью построения таблиц истинности:**

- 0) a)  $X \rightarrow (Y \rightarrow Z) \equiv X \& Y \rightarrow Z$ ;      b)  $X \sim Y \& \overline{X} \equiv \overline{X \vee Y}$ ;  
 1) a)  $Y \& \overline{X} \vee \overline{Z} \vee \overline{Y} \vee X \equiv Y \& Z \vee \overline{X}$ ;      b)  $Y \vee \overline{X} \rightarrow Y \vee X \equiv X \vee Y$ ;  
 2) a)  $\overline{Z \vee X \vee Y} \& \overline{X} \& \overline{Y} \vee \overline{Z} \equiv \overline{Z}$ ;  
 3) a)  $Z \vee Y \& Z \vee X \& \overline{Z} \equiv Z \vee X$ ;  
 4) a)  $(X \& Y \vee Z) \& (X \vee Y) \vee Z \equiv X \vee Z \vee Y$ ;      b)  $X \oplus \overline{X} \rightarrow \overline{Y} \equiv \overline{Y}$ ;  
 5) a)  $X \& \overline{Y} \vee \overline{X} \& Y \& Z \vee X \& Z \equiv X \& \overline{Y} \vee Y \& Z$ ;      b)  $Y \vee Y \& \overline{X} \vee \overline{Y} \equiv Y$ ;  
 6) a)  $X \& \overline{Y} \vee \overline{X} \vee \overline{Y} \equiv \overline{Y}$ ;      b)  $X \rightarrow Y \vee \overline{X} \& \overline{Y} \equiv \overline{X} \vee Y$ ;  
 7) a)  $X \& (Y \rightarrow X) \rightarrow \overline{Y} \equiv \overline{X} \vee \overline{Y}$ ;      b)  $(X \vee Y) \& (X \vee \overline{Y}) \equiv X$ ;  
 8) a)  $\overline{X \vee Y} \vee (X \vee \overline{Y}) \equiv X \vee \overline{Y}$ ;      b)  $\overline{X} \rightarrow \overline{Y} \oplus X \sim Y \equiv X \& Y$ ;  
 9) a)  $\overline{X} \& Y \rightarrow Y \sim X \& \overline{Y} \equiv \overline{X} \& \overline{Y}$ ;      b)  $X \oplus Y \& \overline{X} \equiv X \vee Y$ .

**4. Докажите равносильность формул разными способами:**

- 0) a)  $\overline{X \vee Y} \vee X \vee \overline{Y} \equiv x \sim y$ ;      b)  $X \rightarrow (Y \rightarrow Z) \equiv X \& Y \rightarrow Z$ ;  
 1) a)  $X \rightarrow Y \oplus \overline{X} \equiv \overline{X} \vee Y$ ;      b)  $X \& \overline{Y} \vee \overline{X} \& Y \& Z \vee X \& Z \equiv X \& \overline{Y} \vee Y \& Z$ ;  
 2) a)  $X \oplus Y \& \overline{X} \equiv X \vee Y$ ;      b)  $Z \vee Y \& Z \vee X \& \overline{Z} \equiv Z \vee X$ ;  
 3) a)  $X \oplus Y \rightarrow \overline{X} \vee Y \equiv \overline{X} \vee Y$ ;      b)  $Y \& \overline{X} \vee \overline{Z} \vee \overline{Y} \vee X \equiv Y \& Z \vee \overline{X}$ ;  
 4) a)  $X \rightarrow Y \vee \overline{X} \oplus Y \vee X \& Y \equiv \overline{X}$ ;      b)  $(X \& Y \vee Z) \& (X \vee Y) \vee Z \equiv X \vee Z \vee Y$ ;  
 5) a)  $(X \oplus \overline{Y}) \vee \overline{X} \& \overline{Y} \equiv \overline{X} \& \overline{Y}$ ;      b)  $\overline{Y} \& (\overline{X} \vee Y) \rightarrow Z \equiv X \vee Y \vee Z$ ;  
 6) a)  $\overline{X} \oplus Y \rightarrow X \equiv X \vee Y$ ;      b)  $\overline{X} \& \overline{Y} \& X \rightarrow Z \equiv X \vee \overline{Y} \vee Z$ ;

- 7) a)  $\overline{X} \oplus \overline{Y} \ \& \ \overline{X \rightarrow Y} \equiv \overline{X} \vee \overline{Y}$ ;      b)  $(\overline{X} \rightarrow X \vee Z) \ \& \ (Y \vee X) \equiv X \vee (Y \ \& \ Z)$ ;  
 8) a)  $X \oplus \overline{Y} \vee \overline{X} \ \& \ \overline{Y} \equiv X \sim Y$ ;      b)  $\overline{X} \rightarrow \overline{Y} \oplus Z \vee Y \equiv X \vee Y \vee \overline{Z}$ ;  
 9) a)  $\overline{X} \rightarrow Y \sim X \equiv X \vee \overline{Y}$ ;      b)  $\overline{Z} \ \& \ X \oplus \overline{X} \rightarrow \overline{Y} \equiv Z \ \& \ X \vee \overline{Y}$ ;

5. Преобразуйте равносильным образом следующие формулы так, чтобы они содержали только для а) операции отрицания и конъюнкции, для б) операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции:

- 0) a)  $X \vee Y \rightarrow \overline{X} \rightarrow Z$ ;      b)  $((X \rightarrow Y) \ \& \ (Y \rightarrow X)) \rightarrow (X \vee Y)$ ;  
 1) a)  $\overline{X} \rightarrow Y \vee \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ ;      b)  $((X \rightarrow Y) \ \& \ (Y \rightarrow \overline{X})) \rightarrow (Z \rightarrow X)$ ;  
 2) a)  $((X \rightarrow Y) \rightarrow Z) \rightarrow \overline{X}$ ;      b)  $((X \sim \overline{Y}) \rightarrow Z) \rightarrow (X \sim \overline{Z})$ ;  
 3) a)  $(X \vee Y \vee Z \rightarrow X) \vee Z$ ;      b)  $(X \rightarrow (Y \sim Z)) \sim ((X \rightarrow Y) \sim Z)$ ;  
 4) a)  $X \vee (Y \rightarrow Z) \rightarrow X$ ;      b)  $(X \rightarrow Y) \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow \overline{X})$ ;  
 5) a)  $(X \rightarrow Y) \rightarrow Y \ \& \ Z$ ;      b)  $((X \ \& \ \overline{Y}) \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow \overline{Y})$ ;  
 6) a)  $\overline{X} \ \& \ \overline{Y} \rightarrow X \ \& \ Y$ ;      b)  $(X \rightarrow Y) \rightarrow ((X \rightarrow \overline{Y}) \rightarrow (X \ \& \ Y))$ ;  
 7) a)  $\overline{X} \ \& \ \overline{Y} \vee Z \rightarrow Z \ \& \ \overline{Y}$ ;      b)  $(X \rightarrow Z) \rightarrow ((X \vee Y) \rightarrow (\overline{Z} \vee Y))$ ;  
 8) a)  $((X \rightarrow Y \ \& \ Z) \rightarrow (\overline{Y} \rightarrow \overline{X})) \rightarrow \overline{Y}$ ;      b)  $((X \rightarrow Y) \rightarrow Y) \rightarrow Y$ ;  
 9) a)  $(X \rightarrow Y) \ \& \ (Y \rightarrow Z) \rightarrow (X \rightarrow Z)$ ;      b)  $X \rightarrow Y \oplus Z$ .

6. Докажите равносильность, применяя закон де Моргана.

- 0)  $\overline{X \ \& \ \overline{Y}} \ \& \ (Z \vee \overline{X}) \equiv Y \vee \overline{X} \vee \overline{Z}$ ;  
 1)  $\overline{\overline{X} \vee (\overline{Y} \vee Z) \vee X \ \& \ \overline{Y}} \equiv X \ \& \ \overline{Z} \ \& \ Y$ ;  
 2)  $\overline{\overline{X} \ \& \ Y \ \& \ \overline{Z} \vee X} \equiv (\overline{Y} \vee Z) \ \& \ \overline{X}$ ;  
 3)  $\overline{\overline{Z} \vee X \vee \overline{Y} \ \& \ \overline{X} \ \& \ \overline{Y} \vee \overline{Z}} \equiv \overline{Z}$ ;  
 4)  $\overline{\overline{X} \ \& \ \overline{Y} \vee X \vee Y \ \& \ X} \equiv \overline{X} \vee \overline{Y}$ ;  
 5)  $\overline{X \vee \overline{Y} \ \& \ \overline{Z} \vee \overline{X} \vee Y \vee \overline{Z}} \equiv X \vee Z \vee \overline{Y}$ ;  
 6)  $\overline{X \ \& \ (Y \vee \overline{Z}) \vee \overline{X} \ \& \ Y} \equiv \overline{X} \vee (\overline{Y} \ \& \ Z)$ ;  
 7)  $\overline{Y \ \& \ \overline{X} \vee \overline{Z} \vee \overline{Y} \vee X} \equiv Y \ \& \ Z \vee \overline{x}$ ;  
 8)  $\overline{\overline{X} \vee Y \ \& \ X \ \& \ Z \vee \overline{Y}} \equiv Y \ \& \ \overline{Z} \ \& \ X$ ;  
 9)  $\overline{X \vee \overline{Y} \ \& \ \overline{X} \vee \overline{Y} \ \& \ X} \equiv Y \vee \overline{X}$ .

**7. Упростите формулы алгебры логики:**

- 0) a)  $(X \rightarrow Y) \& (X \vee Y)$ ; b)  $\overline{B} \vee \overline{A} \& A \oplus C$ ; c)  $X \downarrow Y \& X / \overline{X}$ ;  
 1) a)  $X \vee Y \rightarrow X \& \overline{Y}$ ; b)  $C \rightarrow B \oplus \overline{A} \& C$ ; c)  $X \vee Y \downarrow \overline{X} \& \overline{Y}$ ;  
 2) a)  $(X \vee Y) \& (\overline{X} \rightarrow Z)$  b)  $\overline{A} \& B \rightarrow C \oplus \overline{B}$ ; c)  $Y \rightarrow \overline{X} \oplus Y \downarrow \overline{Y}$ ;  
 3) a)  $X \vee (X \& Y \rightarrow \overline{X})$ ; b)  $A \sim C \vee \overline{B} \oplus \overline{A}$ ; c)  $\overline{X} \downarrow \overline{X} \& \overline{Y} \rightarrow \overline{X}$ ;  
 4) a)  $Y \vee Z \rightarrow Y \& \overline{X}$ ; b)  $C \& \overline{A} \rightarrow \overline{B} \sim A$ ; c)  $X \oplus \overline{X} \vee \overline{Y} \downarrow X$ ;  
 5) a)  $\overline{Y} \rightarrow \overline{Y} \& X \rightarrow \overline{Y}$ ; b)  $B \oplus \overline{C} \& \overline{A} \sim B$ ; c)  $X \rightarrow Y / \overline{X} \& \overline{Y}$ ;  
 6) a)  $\overline{X} \vee \overline{Y} \rightarrow X \& Z$ ; b)  $A \& B \rightarrow \overline{B} \sim \overline{C}$ ; c)  $X \& \overline{X} \rightarrow \overline{Y} / Y$ ;  
 7) a)  $Z \& X \rightarrow Y \vee \overline{Z}$ ; b)  $\overline{A} \vee B \oplus C \& \overline{B}$  c)  $X \rightarrow Y \oplus \overline{X} / \overline{Y}$ ;  
 8) a)  $\overline{X} \& \overline{Y} \rightarrow X \vee Y$ ; b)  $\overline{C} \rightarrow \overline{A} \vee A \sim \overline{B}$ ; c)  $\overline{X} \downarrow \overline{Y} \& \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ ;  
 9) a)  $\overline{X} \& \overline{Y} \vee Y \rightarrow \overline{Y}$ ; b)  $\overline{B} \sim C \oplus \overline{A} \vee B$ ; c)  $Y \rightarrow \overline{X} \downarrow \overline{Y} \vee X$ .

**8. Упростите формулы, используя законы поглощения и склеивания:**  $(a \& b) \vee (\overline{a} \& b) \equiv b$ ;  $(a \vee b) \& (\overline{a} \vee b) \equiv b$

- 0)  $X \& Y \& (X \& Z \vee X \& Y) \equiv$   
 1)  $X \& Y \& Z \vee X \& Y \& Z \equiv$   
 2)  $X \vee X \& Y \vee X \& Y \& Z \vee X \& P \& F \equiv$   
 3)  $X \& Y \& Z \vee X \& \overline{Y} \& Z \equiv$   
 4)  $X \& Y \vee X \& Y \& Z \vee X \& Y \& P \equiv$   
 5)  $\overline{X} \& \overline{Y} \& Z \vee X \& Y \& Z \equiv$   
 6)  $(\overline{x} \vee \overline{y} \vee \overline{z}) \& (\overline{x} \vee Y \vee Z) \equiv$   
 7)  $X \& (X \vee Y) \& (X \vee Z) \equiv$   
 8)  $(X \vee Y \vee Z) \& (X \vee \overline{y} \vee Z) \equiv$   
 9)  $\overline{X \vee Y} \& \overline{X \& Y} \equiv$

**Логические функции. Суперпозиции функций**

Логической функцией называют функцию  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  аргументы которой  $x_1, x_2, \dots, x_n$  и сама функция принимают значения 0 или 1. Для  $n = 0$  – (нульарные функции) существует 2 различные логические функции, значения: константы 1 (истина) и 0 (ложь);

$n = 1$  (унарные функции) существует 4 различных логических функций, значения:  $g_1(x) = 0, g_2(x) = \neg x, g_3(x) = x, g_4(x) = 1$ ,

$n = 2$  (бинарные функции) существует 16 различных логических функций:

$$f_0(x,y) = 0 = g_1(0)$$

$$f_1(x,y) = x \& y$$

$$f_2(x,y) = \neg(x \rightarrow y)$$

$$f_3(x,y) = x = g_3(x)$$

$$f_4(x,y) = \neg(y \rightarrow x)$$

$$f_5(x,y) = y = g_3(y)$$

$$f_6(x,y) = x \oplus y$$

$$f_7(x,y) = x \vee y$$

$$f_8(x,y) = \neg(x \vee y) = x \swarrow y$$

$$f_9(x,y) = x \sim y$$

$$f_{10}(x,y) = \neg y = g_2(y)$$

$$f_{11}(x,y) = y \rightarrow x$$

$$f_{12}(x,y) = \neg x = g_2(x)$$

$$f_{13}(x,y) = x \rightarrow y$$

$$f_{14}(x,y) = \neg(x \& y) = x \backslash y$$

$$f_{15}(x,y) = 1 = g_4(1)$$

$n = 3$  существует 256 различных логических функций и т.д.

Существуют три вида представления логической функции:

- *аналитический* (формула);
- *табличный* (таблица истинности);
- *графический* (функциональная схема).

Результат вычисления булевой функции может быть использован в качестве одного из аргументов другой функции. Итог такой операции - *суперпозиции* можно рассматривать как новую булеву функцию со своей таблицей истинности.

Наборы значений переменных называются *соседними* по  $i$ -той переменной, если они отличаются только  $i$ -той координатой.

Переменная  $x_i$  называется *фиктивной переменной* логической функции  $f$ , если для любых наборов  $x, y$ , соседних по  $i$ -той переменной, выполняется равенство:  $f(x) = f(y)$ .

Переменная  $x_i$  называется *существенной переменной* логической функции  $f$ , если существует, хотя бы одна пара  $x, y$  наборов значений переменных, соседних по  $i$ -той переменной, такая, что справедливо неравенство:  $f(x) \neq f(y)$ .

### *Применение логических функций для анализа и синтеза дискретных устройств*

Преобразование информации в блоках ПК производится логическими устройствами двух типов: комбинационными схемами и цифровыми автоматами с памятью.

Логический элемент **И** (*конъюнктор*) реализует операцию логического умножения (рис. 1). Логический элемент **ИЛИ** (*дизъюнктор*) реализует операцию логического сложения (рис. 2). Логический элемент **НЕ** (*инвертор*) реализует операцию отрицания (рис. 3). Логический элемент **И-НЕ** реализует функцию штрих Шеффера (рис. 4). Логический элемент **ИЛИ-НЕ** реализует функцию стрелка Пирса (рис. 5).



Рисунок 1



Рисунок 2



Рисунок 3

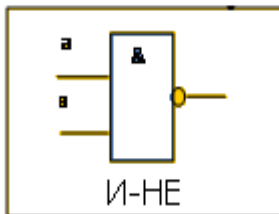


Рисунок 4

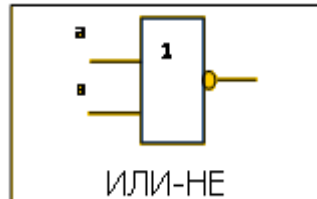


Рисунок 5

### Примеры выполнения заданий

1. Найдите суперпозицию функций для формулы:  $B \sim \neg(A \vee B) \rightarrow A$

Решение: определим порядок выполнения операций и запишем их с помощью элементарных функций от одной или двух переменных:

$g_3(b) = B$ ;  $g_3(a) = A$ ;  $f_8(a, b) = \neg(A \vee B)$ ;  $f_{11}(a, b) = A \rightarrow B$ ;  $f_9(a, b) = A \sim B$ ;

Итак:  $f_9(g_3(b), f_{11}(f_8(g_3(a), g_3(b)), g_3(a)))$ .

2. Получите таблицу функции  $G(x, y) = f_2(y, y, f_1(x, y, x))$ , являющейся суперпозицией функций  $f_2$  и  $f_1$ , если:  $f_1 = (1001\ 0111)$ ;  $f_2 = (0110\ 1011)$ .

Решение: запишем таблицу функций в развернутом виде:

xyz	$f_1$	$f_2$
000	1	0
001	0	1



010	0	1
011	1	0
100	0	1
101	1	0
110	1	1
111	1	1

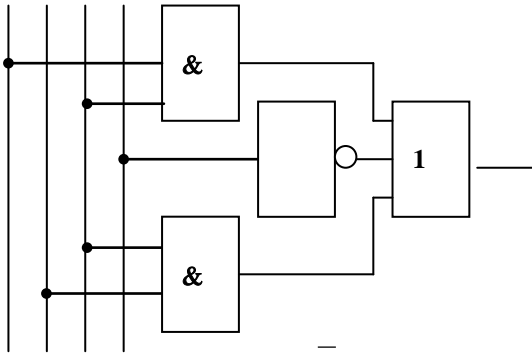
Составим таблицу функции  $G(x,y)=f_2(y, y, f_1(x, y, x))$ :

$x y$	$f_1(x, y, x)$	$f_2(y, y, f_1(x, y, x))$
0 0	1 0 0 0	1 0 0 1
0 1	0 0 1 0	1 1 1 0
1 0	1 1 0 1	1 0 0 1
1 1	1 1 1 1	1 1 1 1

Итак,  $G(x,y)=(1,1,1,1)$ .

3. Укажите функцию  $F(a, b, c, d)$ , реализуемую схемой из функциональных элементов предварительно упростив:

$a \quad b \quad c \quad d$



Итак,  $F(a, b, c, d) = a \& c \vee \bar{d} \vee c \& b \equiv c \& (a \vee b) \vee \bar{d}$ .

4. Для данной функции  $f(x,y,z) = (0101 \ 1010)$  выясните, какие переменные являются существенными, а какие - фиктивными. Выразите  $f(x,y,z)$  формулой, содержащей только существенные переменные.

Решение: запишем таблицу функции в развернутом виде:

Переменная  $x$  является существенной, т.к, например, наборы  $(0,0,0)$  и  $(1,0,0)$  являются соседними по переменной  $x$  и  $f(0,0,0) \neq f(1,0,0)$ .

Переменная  $z$  является существенной, т.к, например, наборы  $(0,0,0)$  и  $(1,0,0)$  являются сосед-

$xyz$	$f_1$
000	0
001	1
010	0
011	1

ними по переменной  $z$  и  $f(0,0,0) \neq f(0,0,1)$ .

Переменная  $y$  является фиктивной, т.к. на всех наборах, соседних с переменной  $y$ , значения функции равны, т.е. выполняется равенства:

100	1
101	0
110	1
111	0

$$f(0,0,0)=f(0,1,0), f(1,0,0)=f(1,1,0), f(0,0,1)=f(0,1,1), f(1,0,1)=f(1,1,1).$$

Выпишем таблицу функции  $f$  от существенных переменных:

$x$	$z$	$f$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Итак,  $f(x,z) = x \oplus z$ .

### Задания для самостоятельного выполнения

1. Получите таблицу функции  $G(x,y)$ , являющейся суперпозицией функций  $f_n$  и  $f_k$ , если:

$$f_1 = (1001\ 0111); f_2 = (0110\ 1011); f_3 = (1110\ 0110); f_4 = (0111\ 0011);$$

$$f_5 = (1100\ 0111); f_6 = (1001\ 0100); f_7 = (1011\ 0101); f_8 = (1000\ 0110);$$

$$f_9 = (1010\ 0110); f_{10} = (0101\ 1000).$$

№	$n$	$k$	$G(x,y)$
0)	1	2	$f_n(x, f_k(x, x, y), y)$ ;
1)	3	5	$f_n(x, f_k(y, x, y), y)$ ;
2)	4	3	$f_n(x, f_k(y, y, x), y)$ ;
3)	3	2	$f_n(y, f_k(x, y, x), x)$ ;
4)	7	8	$f_n(y, f_k(x, y, x), y)$ ;
5)	5	9	$f_n(x, f_k(y, x, x), y)$ ;
6)	2	3	$f_n(x, f_k(x, y, y), y)$ ;
7)	10	9	$f_n(x, f_k(x, x, y), y)$ ;
8)	8	7	$f_n(f_k(x, y, y), y, x)$ ;
9)	7	9	$f_n(f_k(y, y, x), x, y)$ .

2. Найдите суперпозицию функций для формул:

0) а)  $\overline{X} \vee (Y \rightarrow \overline{X}) \& Z$ ;

б)  $A \& B \rightarrow B \vee A \downarrow \neg B$ ;

1) а)  $\overline{Z} \sim Y \vee \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ ;

б)  $\neg B \oplus A \& B \rightarrow A/B$ ;

2) а)  $X \rightarrow Y \oplus \overline{Z} \vee \overline{X}$ ;

б)  $\neg(A \& B) \downarrow \neg A \vee B \downarrow A$ ;

3) а)  $\overline{X} \vee \overline{Y} \sim Z \rightarrow X$ ;

б)  $\neg(B \& A \vee \neg B) \rightarrow A \downarrow B$ ;

4) a)  $X \vee (Y \oplus \bar{Z}) \rightarrow \bar{X}$ ;

5) a)  $(X \rightarrow \bar{Y}) \vee \bar{X} \& Z$ ;

6) a)  $\bar{X} \vee \bar{Y} \rightarrow X \sim Y$ ;

7) a)  $\bar{X} \& \bar{Y} \vee Z \rightarrow X$ ;

8) a)  $X \oplus Y \& \bar{Z} \rightarrow \bar{Y}$ ;

9) a)  $(X \sim \bar{Y} \rightarrow Z) \vee \bar{Z}$ ;

b)  $\neg(A \vee B \& A \sim B \downarrow A)$ ;

b)  $A \sim B \neg A \oplus B \rightarrow A$ ;

b)  $A \& B \oplus \neg(A \vee B) \downarrow A$ ;

b)  $B \sim A \oplus B \& A \neg B$ ;

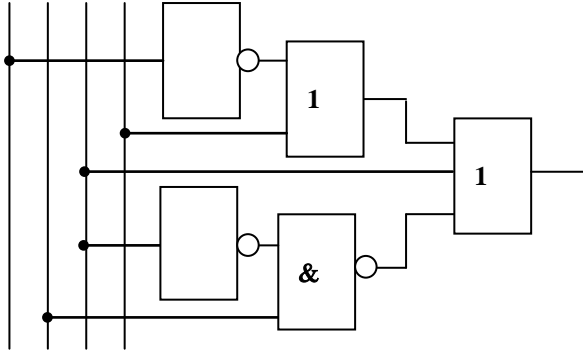
b)  $B \& \neg A \vee \neg B \oplus A \neg B$ ;

b)  $B \vee A \downarrow B \oplus \neg A \& B$ .

3.3. Укажите функцию  $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , реализуемую схемой из функциональных элементов предварительно упрости:

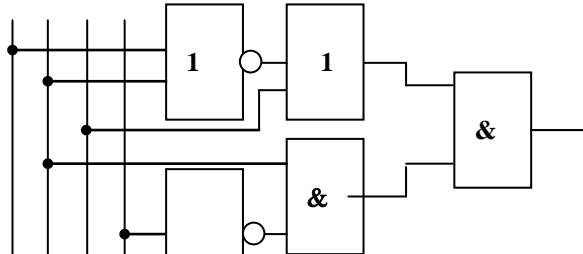
0)  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

x1 x2 x3 x4



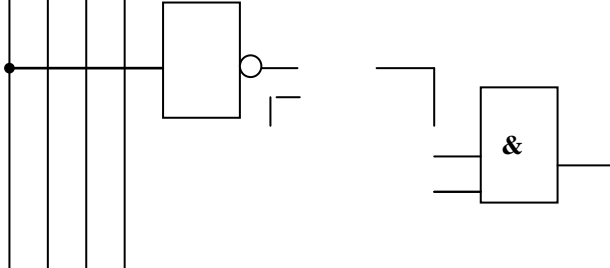
1)  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

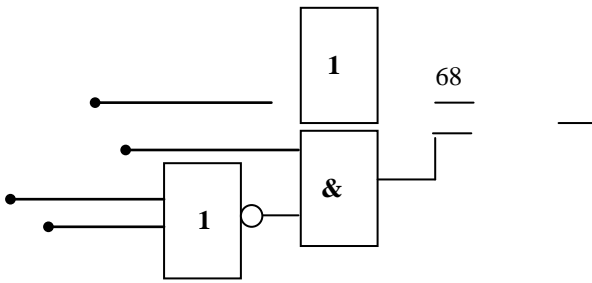
x1 x2 x3 x4



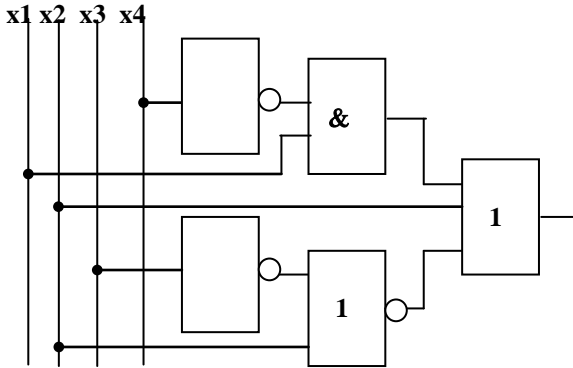
2)  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

x1 x2 x3 x4

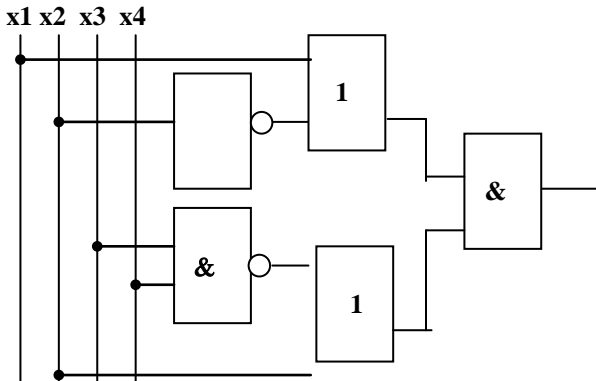




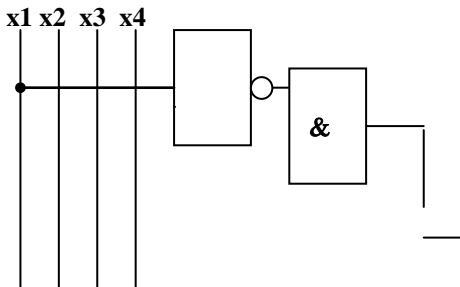
3)  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

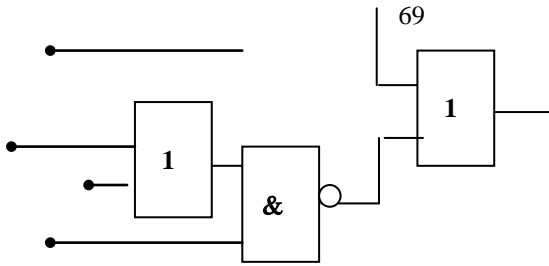


4)  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

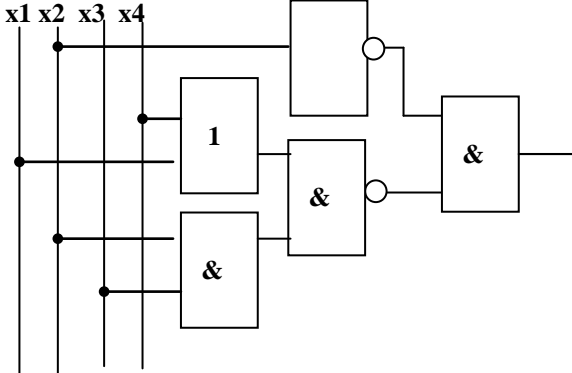


5)  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

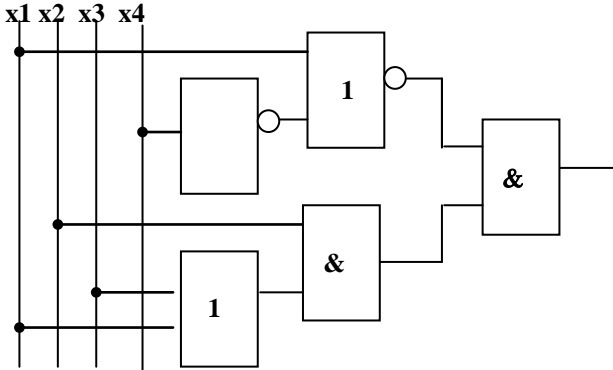




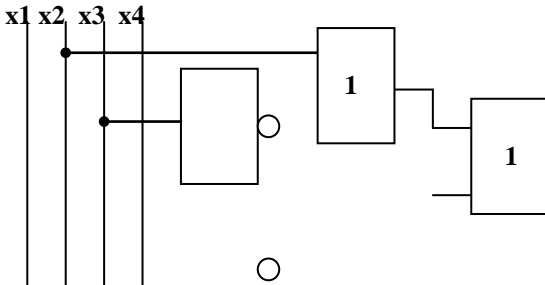
6)  $F(x1, x2, x3, x4) =$

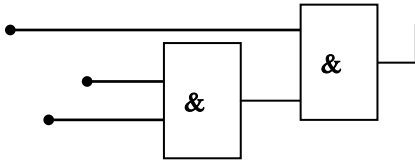


7)  $F(x1, x2, x3, x4) =$

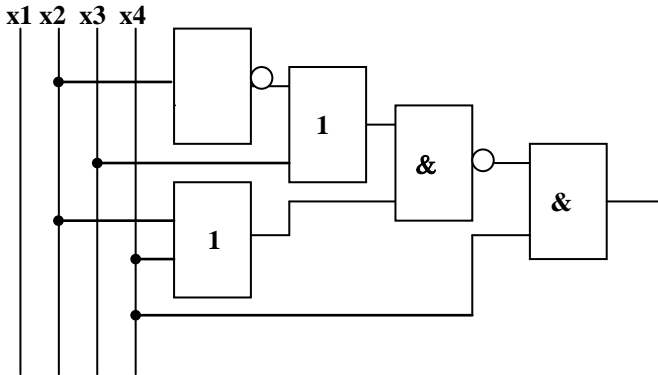


8)  $F(x1, x2, x3, x4) =$





9)  $F(x1, x2, x3, x4) =$



4. Для данной функции  $f(x,y,z)$  выясните, какие переменные являются существенными, а какие - фиктивными. Выразите  $f(x,y,z)$  формулой, содержащей только существенные переменные.

Переменные			Варианты задания функции $f(x, y, z)$									
$x$	$y$	$z$	0)	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)
0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1

## *Формы представления логических функций*

Виды форм логических функций:

- *нормальная форма*, если булева функция выражена через дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание переменных.
- *совершенная форма*, если функция записывается единственным образом.

*Дизъюнктивной нормальной формой* (ДНФ) логической функции называется ее представление в виде дизъюнкции некоторых элементарных конъюнкций.

*Конъюнктивной нормальной формой* (КНФ) логической функции называется ее представление в виде конъюнкции некоторых элементарных дизъюнкций.

Существуют два класса совершенных форм: *совершенная дизъюнктивная нормальная форма* (СДНФ) и *совершенная конъюнктивная нормальная форма* (СКНФ).

### ***Механизм построения ДНФ:***

1. постройте таблицу истинности логической функции;
2. отметьте наборы переменных, на которых логическая функция истинна;
3. выпишите отмеченные наборы переменных, соединяя между собой операцией конъюнкции, а между наборами – дизъюнкцией. Причем, если переменная имеет ложное значение, то она берется с отрицанием, а если истинное значение, то без отрицания.

Упростив полученную ДНФ, получите СДНФ.

### ***Механизм построения КНФ:***

1. постройте таблицу истинности логической функции;
2. отметьте наборы переменных, на которых логическая функция ложна;
3. выпишите отмеченные наборы переменных, соединяя между собой операцией дизъюнкции, а между наборами – конъюнкцией. Причем, если переменная имеет ложное значение, то она берется без отрицания, а если истинное значение, то с отрицанием;

Упростив полученную КНФ, получите СКНФ.

*Полиномом Жегалкина* логической функции  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  называется ее представление в виде суммы по модулю два (строгой дизъюнкции) некоторых элементарных конъюнкций и константы 1.

Полином Жегалкина единственным образом представляет логическую функцию и может быть найден:

- с помощью эквивалентных преобразований ДНФ, выразив операции ИЛИ и НЕ через операции сложение по модулю два, и константу 1. Для этого применяются следующие соотношения:

$$a \vee b = a \oplus b \oplus ab, \quad -a = 1 \oplus a; a \oplus a = 0; (a \oplus b) c = ac \oplus bc$$

- с помощью эквивалентных преобразований СДНФ достаточно заменить все дизъюнкции на операции сложение по модулю два и избавиться от инверсий при помощи эквивалентного преобразования:  $-a = 1 \oplus a$ ;

- с помощью методов (неопределенных коэффициентов, карт Карно и метода треугольника).

### Примеры выполнения заданий

1. Постройте совершенные формы для функции  $\bar{a} \& b \oplus \bar{b}$ .

$ab$	$\bar{a} \& b$	$\bar{a} \& b \oplus \bar{b}$
0 0	1 0 0	0 1 1
0 1	1 1 1	1 1 0
1 0	0 0 0	0 1 1
1 1	0 0 1	0 0 0

$$\begin{aligned} \text{СДНФ} &= \bar{a} \& \bar{b} \vee \bar{a} \& b \vee a \& \bar{b} \equiv \bar{a} \& (\bar{b} \vee b) \vee a \& \bar{b} \equiv \bar{a} \& 1 \vee a \& \bar{b} \equiv \\ &\equiv \bar{a} \vee a \& \bar{b} \equiv (\bar{a} \vee a) \& (\bar{a} \vee \bar{b}) \equiv 1 \& (\bar{a} \vee \bar{b}) \equiv \bar{a} \vee \bar{b}. \end{aligned}$$

$$\text{СКНФ} = \bar{a} \vee \bar{b}.$$

2. Логическая функция  $f(x,y,z) = x \oplus (z \rightarrow -x) \& y$  задана аналитически. Переведите ее в другие виды представления:

Решение: построим таблицу истинности.

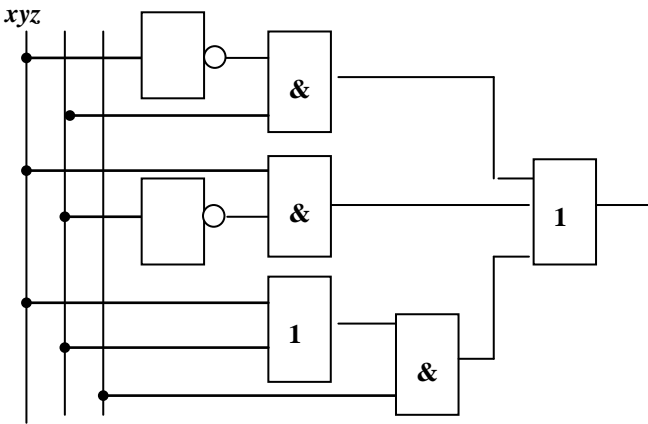
$xyz$	$z \rightarrow -x$	$(z \rightarrow -x) \& y$	$x \oplus (z \rightarrow -x) \& y$
000	0 1 1	1 00	0 0 0
001	1 1 1	1 00	0 0 0
010	0 1 1	11 1	0 1 1
011	1 1 1	11 1	0 1 1
100	0 1 0	10 0	1 1 0
101	1 0 0	0 00	1 1 0
110	0 1 0	11 1	1 0 1
111	1 0 0	0 0 1	1 1 0



Для представления функции в графическом виде, удобнее найти СКНФ:

$$\begin{aligned}
 \text{СКНФ} &= (x \vee y \vee z) \& (x \vee y \vee \bar{z}) \& (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) = \\
 &= (x \vee y \vee (z \& \bar{z})) \& (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) = (x \vee y \vee 0) \& (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) = \\
 &= (x \vee y) \& (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) = (x \vee y) \& \bar{x} \vee (x \vee y) \& \bar{y} \vee (x \vee y) \& z = \\
 &= x \& \bar{x} \vee y \& \bar{x} \vee x \& \bar{y} \vee y \& \bar{y} \vee (x \vee y) \& z = \\
 &= 0 \vee y \& \bar{x} \vee x \& \bar{y} \vee 0 \vee (x \vee y) \& z = y \& \bar{x} \vee x \& \bar{y} \vee (x \vee y) \& z.
 \end{aligned}$$

Построим функциональную схему для  $f(x, y, z) = y \& \bar{x} \vee x \& \bar{y} \vee (x \vee y) \& z$



3. Выясните, верно ли равенство, отыскав полином Жегалкина для логической функций в обеих частях этого равенства:  $x \sim y = xy \vee \bar{x} \bar{y}$

Решение:  $x \sim y = \overline{x \oplus y} = x \oplus y \oplus 1$

$$\begin{aligned}
 xy \vee \bar{x} \bar{y} &= xy \bar{x} \bar{y} \oplus xy \bar{x} \bar{y} \oplus x \bar{y} \oplus x \bar{y} \oplus 0 \oplus xy \oplus (x \oplus 1)(y \oplus 1) = \\
 &= xy \oplus xy \oplus x \bar{y} \oplus 1 = x \oplus y \oplus 1.
 \end{aligned}$$

Итак, равенство верно.

4. Выясните, равносильны ли данные ДНФ функций:

$$f_1 = \bar{x} \bar{y} \vee x \bar{y} \vee yz, f_2 = x \bar{y} \vee xz, f_3 = \bar{y} \vee z, \text{ получив их СДНФ.}$$

Решение: преобразуем данные функции к СДНФ.

$$f_1 = \bar{x} \bar{y} \vee x \bar{y} \vee yz = \bar{y} \& (\bar{x} \vee x) \vee yz = \bar{y} \& 1 \vee yz = \bar{y} \vee yz$$

$$f_2 = x \& \bar{y} \vee xz = x \& (\bar{y} \vee z)$$

Итак,  $f_1 = f_3 \neq f_2$ . Следовательно, не равносильны.

5. Найдите полином Жегалкина для функции  $f(x, y, z) = (\bar{z} \rightarrow x) \& z \& \bar{x} a$  с помощью эквивалентных преобразований ДНФ; б) с помощью эквивалентных преобразований СДНФ

Решение: а) найдем ДНФ функции, построив таблицу истинности.

xyz	$\bar{z} \rightarrow x$	$(\bar{z} \rightarrow x) \& z$	$(\bar{z} \rightarrow x) \& z \& \bar{x}$
000	1 0 0	000	0 01
001	0 1 0	1 11	1 11
010	1 0 0	000	0 01
011	0 1 0	1 1 1	111
100	1 1 1	1 0 0	00 0
101	0 1 1	111	1 0 0
110	1 1 1	100	000
111	0 1 1	11 1	1 0 0

$$\text{ДНФ} = \bar{x} \& \bar{y} \& z \vee \bar{x} \& y \& z$$

Выразим операции ИЛИ и НЕ через операции строгой дизъюнкции и константу 1 по формулам:  $a \vee b = a \oplus b \oplus ab$ ,  $\bar{a} = 1 \oplus a$ ;

$$\begin{aligned} \bar{x} \bar{y} z \vee \bar{x} y z &= \bar{x} \bar{y} z \oplus \bar{x} y z \oplus \bar{x} \bar{y} z \bar{x} y z = (1 \oplus x)(1 \oplus y) z \oplus (1 \oplus x) y z = \\ &= (1 \oplus y \oplus x \oplus xy) z \oplus y z \oplus x y z = z \oplus zy \oplus xz \oplus xyz \oplus yz \oplus xyz = z \oplus xz \end{aligned}$$

б) Преобразуем ДНФ в СДНФ:

$$\text{ДНФ} = \bar{x} \& \bar{y} \& z \vee \bar{x} \& y \& z. \text{ СДНФ} = z \& \bar{x} \& (\bar{y} \vee y) = z \& \bar{x} \& 1 = z \& \bar{x}$$

Заменяем все дизъюнкции на операции строгой дизъюнкции и избавимся от инверсий при помощи формулы:  $\bar{a} = 1 \oplus a$ .

$$z \& \bar{x} = z \& (1 \oplus x) = z \oplus zx.$$

Получили одинаковые полиномы Жегалкина, следовательно, вычисления сделаны верно.

### Задания для самостоятельного выполнения

1. Постройте совершенные формы для логических функций:

0)  $a) b \oplus \bar{a} \sim c \vee b;$

b)  $A \& B \rightarrow B \vee A \vee \bar{B};$

1)  $a) a \& b \vee \bar{b} \rightarrow c;$

b)  $\bar{B} \oplus A \& B \rightarrow A/B;$

- |   |  |
|---|--|
| 2) a) $(a \oplus b \vee c) \& \bar{c}$ ;        | b) $\neg(A \& B) \downarrow \neg A \vee B \downarrow A$ ;  |
| 3) a) $\bar{b} \& a \oplus a \rightarrow b$ ;   | b) $\neg(B \& A \vee \neg B) \rightarrow A \downarrow B$ ; |
| 4) a) $(\bar{b} \& c \vee a) \& \bar{a}$ ;      | b) $\neg(A \vee B \& A \sim B) \downarrow A$ ;             |
| 5) a) $(a \rightarrow b) \sim (a \vee c)$ ;     | b) $A \sim B \neg A \oplus B \rightarrow A$ ;              |
| 6) a) $(a \rightarrow \bar{b}) \oplus c \& a$ ; | b) $A \& B \oplus \neg(A \vee B) \downarrow A$ ;           |
| 7) a) $a \oplus b \vee a \& b$ ;                | b) $B \sim A \oplus B \& A \neg B$ ;                       |
| 8) a) $(a \sim \bar{b}) \& (b \vee a)$ ;        | b) $B \& \neg A \vee \neg B \oplus A / B$ ;                |
| 9) a) $(a \rightarrow b) \oplus c \vee b$ ;     | b) $B \vee A \downarrow B \oplus \neg A \& B$ .            |

2. Выясните, равносильны ли данные ДНФ функций  $f_1, f_2, f_3$ , получив их СДНФ.

№	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0)	$\bar{y} \bar{z} \vee xz \vee x \bar{y}$	$yz \vee x \bar{y} \vee x \bar{y} \vee z \bar{y}$	$x \bar{y} \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z} \vee x$
1)	$x \bar{y} \bar{z} \vee xz \vee yz \bar{x}$	$x \bar{y} \bar{z} \vee z \vee yx$	$x \bar{y} \vee yz$
2)	$\bar{y} \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z} \vee z \bar{y} \bar{x}$	$xz \vee x \bar{y}$	$x \vee yz \bar{x}$
3)	$z \bar{y} \vee x \bar{y} \vee yz \vee x \bar{y} \bar{z}$	$yx \vee x \bar{y} \vee xz$	$\bar{y} \vee z$
4)	$\bar{y} \bar{z} \vee zx \vee yz$	$xy \vee yz$	$x \vee z$
5)	$\bar{y} x \bar{z} \vee x \bar{y} \vee xz \bar{y}$	$yz \vee x \vee yx \bar{z}$	$xz \vee yz$
6)	$x \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z} \vee yz \bar{x}$	$yx \vee z \bar{y}$	$y \vee xz \bar{y}$
7)	$xz \vee z \bar{x} \vee yx \bar{z} \vee y \bar{z}$	$yx \vee z \bar{y} \vee yz$	$x \vee z$
8)	$xy \bar{z} \vee z \bar{x} \vee yx \vee xz \bar{y}$	$yx \vee z \bar{y} \vee yz$	$z \bar{x} \vee y$
9)	$yx \bar{z} \vee z \bar{x} \bar{y} \vee x \bar{y}$	$z \bar{y} \vee x \bar{z}$	$xy \bar{z} \vee z$

3. Логические функции заданы аналитически. Переведите их в другие виды представления:

- |  |  |
|--|--|
| 0) a) $(X \oplus Y) \& Z \rightarrow \neg X \vee \neg Z$ ;   | b) $B \sim A \oplus B \& A \neg B$ ;                       |
| 1) a) $X \neg(\neg Y \oplus Z) \vee \neg Y \& X$ ;           | b) $A \& B \oplus \neg(A \vee B) \downarrow A$ ;           |
| 2) a) $(X \rightarrow \neg Y) \oplus Z \vee X \vee \neg Z$ ; | b) $\neg(B \& A \vee \neg B) \rightarrow A \downarrow B$ ; |
| 3) a) $\neg X \vee Y \oplus (\neg Z \sim X) \& Z$ ;          | b) $B \vee A \downarrow B \oplus \neg A \& B$ ;            |
| 4) a) $X \vee \neg Z \& Y \oplus (\neg Z \sim Y)$ ;          | b) $A \sim B \neg A \oplus B \rightarrow A$ ;              |
| 5) a) $(X \oplus \neg Y) \& Z \vee \neg X \rightarrow Y$ ;   | b) $\neg(A \vee B \& A \sim B) \downarrow A$ ;             |
| 6) a) $\neg X \vee Y \rightarrow Z \& (\neg Y \sim X)$ ;     | b) $B \& \neg A \vee \neg B \oplus A / B$ ;                |

- 7) а)  $(X \rightarrow Y) \oplus Z \sim \neg Y \& \neg Z$ ;      б)  $\neg(A \& B) \downarrow \neg A \vee B \downarrow A$ ;  
 8) а)  $(X \& Y \rightarrow Z) \vee X \oplus Y$ ;      б)  $A \& B \rightarrow B \vee A \downarrow \neg B$ ;  
 9) а)  $((X \rightarrow Y \& \neg Z) \oplus \neg X) \vee X$ ;      б)  $\neg B \oplus A \& B \rightarrow A / B$ .

**4. Логические функции  $f(x, y, z)$  заданы таблично. Представьте функции формулой алгебры логики функциональной схемой:**

Переменные			Варианты задания функции $f(x, y, z)$									
$x$	$y$	$z$	0)	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)
0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1

**5. Логические функции заданы аналитически. Докажите, что СДНФ и СКНФ функций совпадают:**

- 0) а)  $\bar{X} \vee (Y \rightarrow \bar{X}) \& Z$ ;      б)  $A \rightarrow B \oplus (C \vee A) \& \neg B$ ;  
 1) а)  $\bar{Z} \sim Y \vee X \rightarrow \bar{Y}$ ;      б)  $B \vee A \& (\neg B \rightarrow A) \& C$ ;  
 2) а)  $X \rightarrow Y \oplus \bar{Z} \vee \bar{X}$ ;      б)  $B \& \neg C \sim (\neg A \vee B) \& A$ ;  
 3) а)  $\bar{X} \vee \bar{Y} \sim Z \rightarrow X$ ;      б)  $(\neg B \oplus A) \& \neg C \oplus \neg A \vee B$ ;  
 4) а)  $X \vee (Y \oplus \bar{Z}) \rightarrow \bar{X}$ ;      б)  $\neg A \vee \neg B \vee (C \rightarrow B) \sim A$ ;  
 5) а)  $(X \rightarrow \bar{Y}) \vee \bar{X} \& Z$ ;      б)  $A \sim (B \rightarrow \neg A) \oplus C \& A$ ;  
 6) а)  $\bar{X} \vee \bar{Y} \rightarrow X \sim Y$ ;      б)  $\neg A \& (C \oplus \neg A) \vee B \rightarrow A$ ;  
 7) а)  $\bar{X} \& \bar{Y} \vee Z \rightarrow X$ ;      б)  $(\neg B \sim \neg A) \oplus B \& C \vee \neg B$ ;  
 8) а)  $X \oplus Y \& \bar{Z} \rightarrow \bar{Y}$ ;      б)  $A \& (\neg A \vee \neg C) \rightarrow A \oplus B$ ;  
 9) а)  $(X \sim \bar{Y} \rightarrow Z) \vee \bar{Z}$ ;      б)  $C \vee \neg A \& (B \oplus \neg A) \sim B$ .

**6. Найдите полином Жегалкина для заданных ДНФ функций  $f_1, f_2, f_3$ , с помощью их эквивалентных преобразований:**

№	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0)	$\overline{xz \vee x} \ \overline{y \vee z} \ \overline{y}$	$\overline{yxz} \ \overline{\vee y} \ \overline{\vee x} \ \overline{y}$	$\overline{x} \ \overline{y} \ \overline{z} \ \vee \ \overline{xy} \ \overline{z} \ \vee \ \overline{x}$
1)	$\overline{x} \ \overline{y} \ \overline{z} \ \vee \ \overline{xz} \ \vee \ \overline{yz} \ \overline{x}$	$\overline{x} \ \overline{y} \ \overline{z} \ \vee \ \overline{z} \ \vee \ \overline{yx}$	$\overline{x} \ \overline{y} \ \vee \ \overline{yz} \ \vee \ \overline{xy} \ \overline{z}$

2)	$\overline{xz} \vee \overline{y} \overline{z} \vee \overline{z} \overline{y} \overline{x}$	$\overline{xz} \vee \overline{x} \overline{y} \vee \overline{yz} \overline{x}$	$\overline{y} \overline{z} \vee \overline{x} \vee \overline{yz} \overline{x}$
3)	$\overline{x} \overline{y} \vee \overline{yz} \vee \overline{xy} \overline{z}$	$\overline{yx} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz}$	$\overline{zx} \overline{y} \vee \overline{y} \vee \overline{xz}$
4)	$\overline{y} \overline{z} \vee \overline{zx} \vee \overline{yz}$	$\overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{zy} \overline{x}$	$\overline{y} \overline{z} \vee \overline{xyz} \vee \overline{z}$
5)	$\overline{yx} \overline{z} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz} \overline{y}$	$\overline{yz} \vee \overline{xy} \vee \overline{x} \overline{z}$	$\overline{xz} \vee \overline{yz} \vee \overline{y} \overline{z}$
6)	$\overline{x} \overline{z} \vee \overline{xy} \overline{z} \vee \overline{yz} \overline{x}$	$\overline{zyx} \vee \overline{xy} \vee \overline{z} \overline{y}$	$\overline{y} \vee \overline{xz} \overline{y} \vee \overline{z} \overline{y}$
7)	$\overline{xz} \vee \overline{zx} \vee \overline{yx} \overline{z}$	$\overline{x} \vee \overline{zx} \overline{y} \vee \overline{yz}$	$\overline{xzy} \vee \overline{z} \vee \overline{yx}$
8)	$\overline{xy} \overline{z} \vee \overline{zx} \vee \overline{xz} \overline{y}$	$\overline{yx} \vee \overline{y} \vee \overline{xyz}$	$\overline{zx} \vee \overline{y} \vee \overline{zy} \overline{x}$
9)	$\overline{x} \overline{z} \vee \overline{zx} \overline{y} \vee \overline{xy} \overline{y}$	$\overline{zx} \overline{y} \vee \overline{yz} \vee \overline{xy} \overline{z}$	$\overline{zy} \vee \overline{xy} \overline{z} \vee \overline{z}$

7. Найдите полином Жегалкина для следующих функций с помощью эквивалентных преобразований полученных ДНФ:

- |  |   |
|--|---|
| 0) a) $Y \& Z \rightarrow \neg X \vee \neg Z;$ | b) $B \sim A \oplus C \& \neg B;$           |
| 1) a) $X \oplus Z \vee \neg Y \& X;$           | b) $C \& \neg B \oplus B \rightarrow A;$    |
| 2) a) $X \rightarrow \neg Y \& X \vee \neg Z;$ | b) $\neg B \rightarrow A \vee B \& \neg C;$ |
| 3) a) $\neg Y \vee \neg Z \sim X \& Z;$        | b) $B \vee C \oplus \neg A \& \neg B;$      |
| 4) a) $\neg Z \& Y \oplus \neg Z \sim X;$      | b) $C \sim \neg A \oplus B \& A;$           |
| 5) a) $\neg Y \& Z \vee \neg X \rightarrow Y;$ | b) $A \vee \neg C \sim B \rightarrow A;$    |
| 6) a) $Y \rightarrow Z \& \neg Y \sim X;$      | b) $\neg A \vee \neg B \oplus C \& B;$      |
| 7) a) $X \sim Z \rightarrow Y \& \neg Z;$      | b) $A \oplus \neg B \& \neg A \vee C;$      |
| 8) a) $Y \oplus Z \vee X \sim Y;$              | b) $A \& B \rightarrow \neg C \vee \neg B;$ |
| 9) a) $Y \& \neg Z \rightarrow \neg X \vee Y;$ | b) $B \vee A \oplus B \rightarrow \neg C.$  |

8. Найдите полином Жегалкина для следующих функций с помощью эквивалентных преобразований полученной СДНФ:

- |  |   |
|--|---|
| 0) a) $\neg Z \oplus X \vee \neg Y;$           | b) $C \oplus A \sim \neg C \& \neg B;$          |
| 1) a) $Y \rightarrow \neg Z \& Y \vee X;$      | b) $A \rightarrow B \oplus \neg B \vee A;$      |
| 2) a) $\neg Y \& X \vee \neg Z \oplus Y;$      | b) $B \rightarrow \neg A \vee \neg B \& C;$     |
| 3) a) $X \& \neg Z \rightarrow Y \vee \neg Z;$ | b) $C \oplus \neg A \vee B \& \neg A;$          |
| 4) a) $Z \sim \neg Y \oplus \neg Z \& X;$      | b) $\neg B \& A \oplus B \sim A;$               |
| 5) a) $X \& \neg Z \rightarrow X \vee Y;$      | b) $\neg C \vee A \rightarrow B \sim A;$        |
| 6) a) $\neg Y \sim Z \& \neg Y \rightarrow X;$ | b) $\neg B \oplus C \& B \vee \neg A;$          |
| 7) a) $X \& \neg Z \rightarrow Y \sim Z;$      | b) $C \oplus \neg B \& \neg A \vee C;$          |
| 8) a) $\neg Y \vee Z \sim X \oplus Y;$         | b) $\neg C \vee \neg A \& C \oplus B;$          |
| 9) a) $Y \rightarrow Z \vee \neg X \& \neg Y;$ | b) $A \oplus B \rightarrow \neg C \vee \neg B.$ |



**9. Логические функции  $f(x, y, z)$  заданы таблично. Найдите полином Жегалкина разными способами**

Переменные			Варианты задания функции $f(x, y, z)$									
$x$	$y$	$z$	0)	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1

**10. Выясните, верны ли следующие равенства, отыскав полиномы Жегалкина для логических функций в обеих частях этого равенства:**

- 0)  $X \rightarrow (Y \rightarrow Z) = (X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)$ ;
- 1)  $(X \& Y \rightarrow Z) \rightarrow (X \rightarrow Z) = \neg X \vee Y \vee Z$ ;
- 2)  $X \& Y \rightarrow Z = (X \rightarrow Z) \& (Y \rightarrow Z)$ ;
- 3)  $(X \sim Y) \& (X \rightarrow Y \vee Y) = X \& Y$ ;
- 4)  $\neg (X \sim \neg Y) = X \sim Y$ ;
- 5)  $Z \rightarrow X \vee Y = (Z \rightarrow X) \rightarrow (X \rightarrow Y)$ ;
- 6)  $X \sim Y = (X \& Z \sim Y \& Z) \& (X \vee Z \sim Y \vee Z)$ ;
- 7)  $X \& Y \vee (Z \rightarrow X) = \neg X \rightarrow \neg Z$ ;
- 8)  $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z = X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$ ;
- 9)  $(X \rightarrow Z) \& (Y \rightarrow Z) = X \vee Y \rightarrow Z$ .

## Применение алгебры логики

### *Применение логических функций для анализа и синтеза релейно-контактных схем*


В компьютерах и других автоматических устройствах широко применяются электрические схемы, содержащие сотни и тысячи переключательных элементов: реле, выключателей и т.п. Разработка таких схем весьма трудоёмкое дело. Оказалось, что для разработки и упрощения схем с успехом может быть использован аппарат алгебры логики.


*Переключательной (релейно-контактной) схемой* считают участок электрической цепи, включающий ряд переключателей. Каждый переключатель имеет только два состояния: замкнутое и разомкнутое.

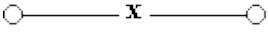
Переключателю поставим в соответствие логическую переменную  $x$ , которая принимает значение 1 (И) в том и только в том случае, когда переключатель замкнут и схема проводит ток; если же переключатель разомкнут, то значение  $x$  будет 0 (Л). Будем считать, что переменные  $x$  и  $\bar{x}$  связаны таким образом, что когда контакт  $x$  замкнут, то  $\bar{x}$  разомкнут, и наоборот.

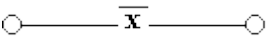
Всей переключательной схеме можно поставить в соответствие логическую переменную, равную И, если схема проводит ток, и равную Л - если не проводит. Эта переменная является функцией от переменных, соответствующих всем переключателям схемы, и называется *функцией проводимости*.

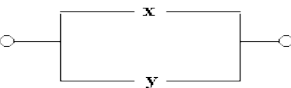
Найдем функции проводимости  $F$  некоторых переключательных схем:

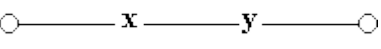
а)  - схема не содержит переключателей и проводит ток всегда, следовательно  $F = И$ ;

б)  - схема содержит один постоянно разомкнутый контакт, следовательно  $F = Л$ ;

в)  - схема проводит ток, когда переключатель  $x$  замкнут, и не проводит, когда  $x$  разомкнут, следовательно,  $F(x) = x$ ;

г)  - схема проводит ток, когда переключатель  $x$  разомкнут, и не проводит, когда  $x$  замкнут, следовательно,  $F(x) = \bar{x}$ ;

д)  - схема проводит ток, когда хотя бы один из переключателей замкнут (*параллельное соединение*), следовательно,  $F(x, y) = x \vee y$ .

е)  - схема проводит ток, когда оба переключателя замкнуты (*последовательное соединение*), следовательно,  $F(x, y) = x \& y$ ;

При рассмотрении переключательных схем возникают две основные задачи: синтез и анализ схемы.

*Синтез схемы* по заданным условиям ее работы сводится к:

1. составлению функции проводимости по таблице истинности, отражающей эти условия;
2. упрощению этой функции;
3. построению соответствующей схемы.



Анализ схемы сводится к:

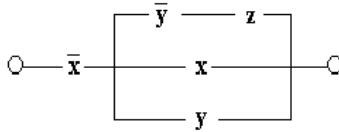
1. определению значений её функции проводимости при всех возможных наборах входящих в эту функцию переменных.
2. получению упрощённой формулы.

### Примеры выполнения заданий

1. Постройте релейно-контактные схемы с заданными функциями проводимости:

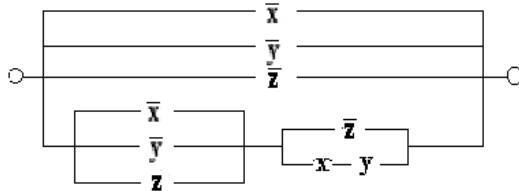
a)  $F(x, y, z) = \bar{x} (\bar{y} z \vee x \vee y)$ ;    b)  $G(x, y, z) = (x \rightarrow (y \rightarrow \bar{z})) \vee (xy \sim z)$ .

Решение: a) схема для  $F(x, y, z) = \bar{x} (\bar{y} z \vee x \vee y)$  имеет вид:

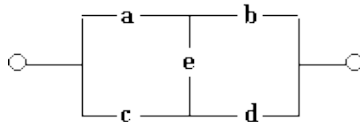


b) Выразим функцию  $G(x, y, z)$  через функции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания:  $x \rightarrow (y \rightarrow \bar{z}) \vee (xy \sim z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee (xy \rightarrow z)(z \rightarrow xy) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)(\bar{z} \vee xy)$ .

Схема для  $G(x, y, z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)(\bar{z} \vee xy)$  имеет вид:

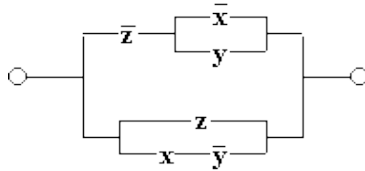


2. Требуется произвести анализ схемы:



Решение: имеется четыре возможных пути прохождения тока при замкнутых переключателях  $a, b, c, d, e$ : через переключатели  $a, b$ ; через переключатели  $a, e, d$ ; через переключатели  $c, d$  и через переключатели  $c, e, b$ . Функция проводимости имеет вид:  $F(a, b, c, d, e) = a \& b \vee a \& e \& d \vee c \& d \vee c \& e \& b$  или  $F(a, b, c, d, e) = a \& (b \vee e \& d) \vee c \& (d \vee e \& b)$ .

3. Требуется произвести анализ и, если возможно, упрощение схемы. Постройте упрощенную схему.



Решение: функция проводимости имеет вид:

$$F(x, y, z) = \bar{z} \& (\bar{x} \vee y) \vee (z \vee x \& \bar{y}).$$

$$F(x, y, z) = \bar{z} \& \bar{x} \vee \bar{z} \& y \vee z \vee x \& \bar{y} \equiv$$

$$\equiv \bar{z} \& \bar{x} \vee (\bar{z} \vee z) \& (y \vee z) \vee x \& \bar{y} \equiv$$

$$\equiv \bar{z} \& \bar{x} \vee I \& (y \vee z) \vee x \& \bar{y} \equiv \bar{z} \& \bar{x} \vee y \vee z \vee x \& \bar{y} \equiv$$

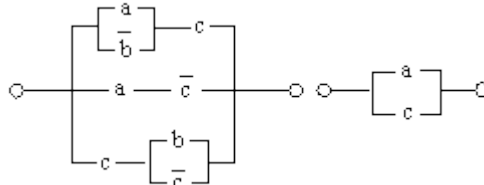
$$\equiv \bar{z} \& \bar{x} \vee z \vee x \& \bar{y} \vee y \equiv (\bar{z} \vee z) \& (\bar{x} \vee z) \vee (x \vee y) \& (\bar{y} \vee y) \equiv$$

$$\equiv I \& (\bar{x} \vee z) \vee (x \vee y) \& I \equiv \bar{x} \vee z \vee x \vee y \equiv I \vee y \vee z \equiv I$$

Упрощенная схема имеет вид:



4. Проверьте равносильность следующих переключательных схем:



Функция проводимости имеет вид:

$$F(a, b, c) = (a \vee \bar{b}) \& c \vee a \& \bar{c} \vee c \& (\bar{b} \vee \bar{c}).$$

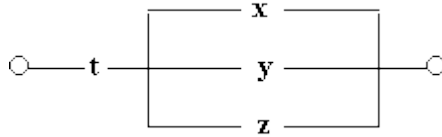
$$F(a, b, c) = a \& c \vee \bar{b} \& c \vee a \& \bar{c} \vee c \& \bar{b} \vee c \& \bar{c} \equiv$$

$$\equiv a \& (c \vee \bar{c}) \vee c \& (\bar{b} \vee \bar{c}) \vee I \equiv a \& I \vee c \& I \equiv a \vee c$$

Переключательные схемы равносильны.

5. Необходимо спроектировать (синтезировать) электрическую цепь, содержащую 4 переключателя  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $t$ , такую, чтобы она проводила ток тогда и только тогда, когда замкнут контакт переключателя  $t$  и какой-нибудь из остальных трёх контактов.

Функция имеет вид:  $F(x, y, z, t) = t \& (x \vee y \vee z)$ . Схема имеет вид:

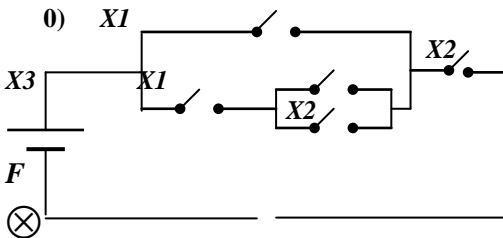


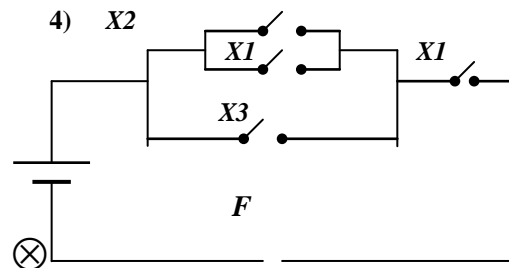
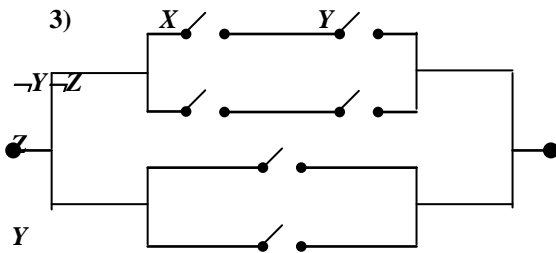
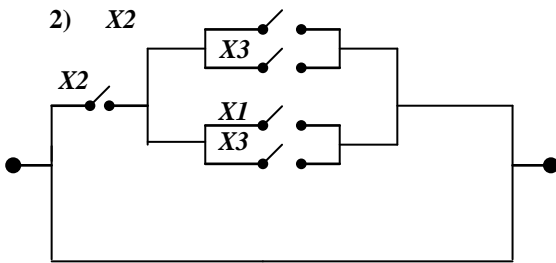
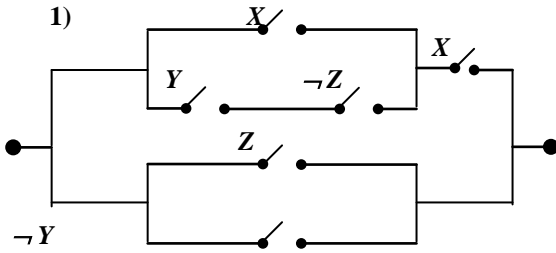
### Задания для самостоятельного выполнения

1. Постройте релейно-контактные схемы с заданными функциями проводимости:

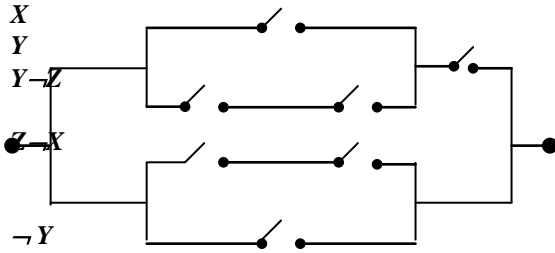
- |  |  |
|--|--|
| 0) a) $(xy \vee \bar{z} \vee \bar{x}) (\bar{x} \vee y)$ ;                    | b) $(xy \rightarrow \bar{x}y)(x \vee zy)$ ;                                  |
| 1) a) $(\bar{x} \vee y)(yz \vee x) \vee uz$ ;                                | b) $(x \rightarrow y) \rightarrow \bar{x} (y \vee z)$ ;                      |
| 2) a) $x(yz \vee \bar{y} \bar{z}) \vee \bar{x} (\bar{y} z \vee y \bar{z})$ ; | b) $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (y \rightarrow \bar{x})$ ; |
| 3) a) $(\bar{x} \vee y) t \bar{y} \bar{x} (y \vee z)$ ;                      | b) $(x / \bar{y}) \rightarrow ((x \vee y) / (x \vee z))$ ;                   |
| 4) a) $x(yz \vee t) \vee xy \bar{z} \vee z(y \vee \bar{x})$ ;                | b) $(z \downarrow xy) ((x \vee \bar{z}) \downarrow yz)$ ;                    |
| 5) a) $\bar{x} (yz \vee x (ty \vee z (\bar{y} \vee x)))$ ;                   | b) $(x / (x \downarrow \bar{y})) / (\bar{x} \downarrow (y \vee \bar{z}))$ ;  |
| 6) a) $(x \vee yz)(xt \vee z(\bar{x} \vee y))$ ;                             | b) $(x \oplus \bar{y}) \vee (x \oplus z) (\bar{y} \oplus \bar{z})$ ;         |
| 7) a) $x \bar{y} \vee u(v \vee z) \bar{x} \vee \bar{x} uv$ ;                 | b) $xy \oplus z \rightarrow \bar{x} z$ ;                                     |
| 8) a) $((z \vee x)u \bar{y} \vee \bar{x} v) xz$ ;                            | b) $(\bar{x} \oplus \bar{y}) (x \sim y)$ ;                                   |
| 9) a) $x(y \vee \bar{z}) \vee \bar{x} \vee (y \vee x \bar{z}) x$ ;           | b) $xy / (\bar{x} \rightarrow x(y \vee z))$ .                                |

2. Требуется произвести анализ и, если возможно, упрощение переключательных схем, приведенных на следующих рисунках:

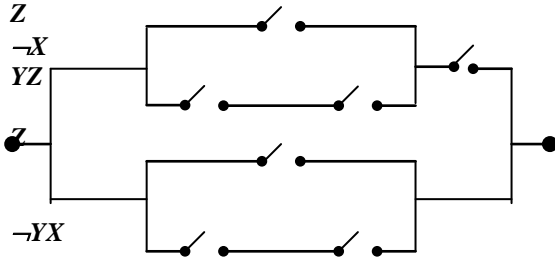




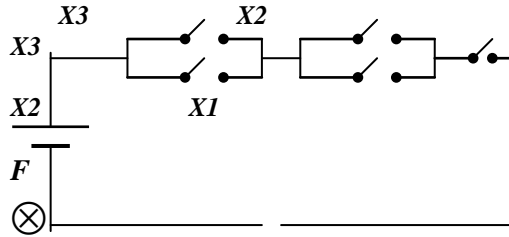
5)



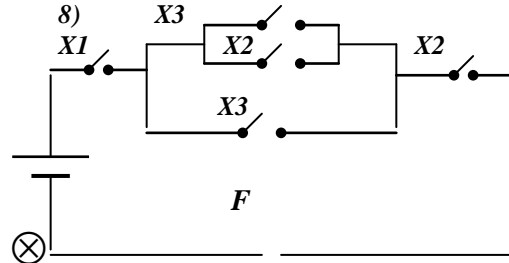
6)

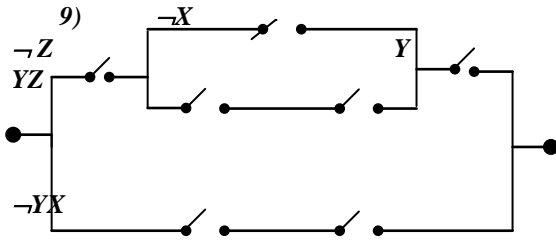


7)



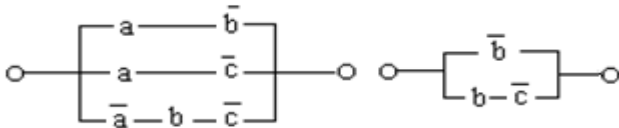
8)



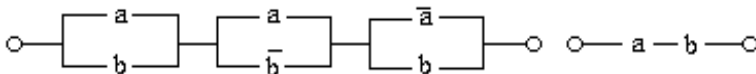


3. Проверьте равносильность следующих переключательных схем:

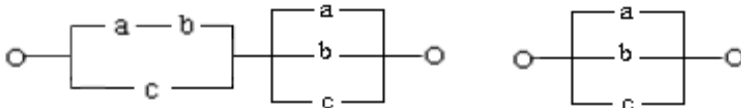
0)



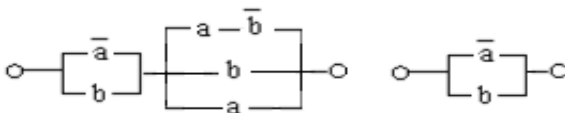
1)



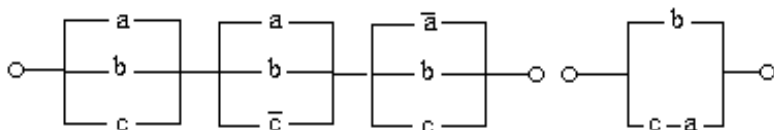
2)



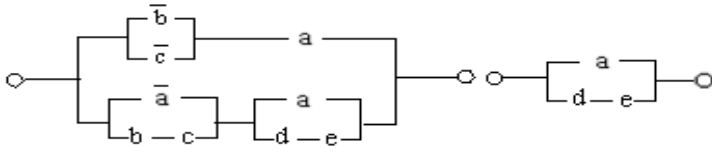
3)



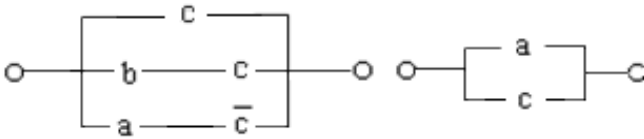
4)



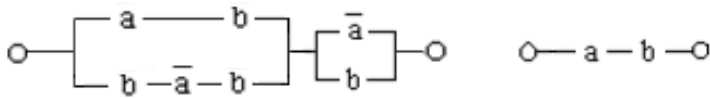
5)



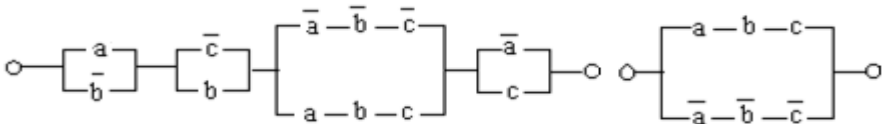
6)



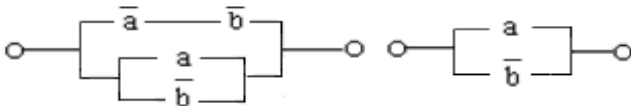
7)



8)



9)



**4. Имеется одно лампочка в лестничном пролете двухэтажного дома. Постройте схему так, чтобы на каждом этаже своим выключателем можно было бы включать и выключать лампочку, независимо от положения другого выключателя.**

**5. Необходимо спроектировать электрическую цепь:**

- 0) с 5-ю переключателями, которая проводит ток в том и только в том случае, когда замкнуты ровно 4 переключателя;
- 1) позволяющую включать и выключать электрическую лампочку с помощью 3 независимых переключателей;
- 2) с 4 переключателями, которая проводит ток тогда и только тогда, когда замыкаются некоторые, но не все переключатели;
- 3) с 5-ю переключателями, которая проводит ток в том и только в том случае, когда замкнуты ровно 2 или ровно 3 переключателя;
- 4) с 3 переключателями, которая замыкается тогда и только тогда, когда замкнуты либо ровно один, либо ровно 2 переключателя;
- 5) с 5-ю переключателями, которая проводит ток в тогла и только тогда, когда замкнуты все ее переключатели или когда не замкнут ни один из них;
- 6) чтобы в спортзале можно было включать и выключать свет при помощи любого из 3-х выключателей;
- 7) позволяющую включать и выключать электрическую лампочку с помощью 4 независимых переключателей;
- 8) с 5-ю переключателями, каждый из которых позволял бы включать и выключать в любой момент одну и ту же лампочку;
- 9) которая замыкается тогда и только тогда, когда либо переключатель  $x$  замкнут, либо переключатель  $y$  замкнут, либо переключатель  $z$  разомкнут.

**6. Постройте релейно-контактные схемы по заданным условиям работы:**

- 0)  $\pi(0,0,1,1) = \pi(1,1,1,0) = \pi(0,1,1,0) = 1$ ;
- 1)  $\pi(0,0,0) = \pi(1,1,0) = \pi(1,0,0) = 1$ ;
- 2)  $\pi(0,0,0) = \pi(0,1,0) = \pi(1,0,0) = \pi(0,1,1) = 1$ ;
- 3)  $\pi(1,0,0,0) = \pi(1,1,0,0) = \pi(1,0,0,1) = \pi(1,1,0,1) = \pi(0,1,0,1) = 1$ ;
- 4)  $\pi(0,0,1,1) = \pi(0,0,0,1) = \pi(1,0,0,1) = 1$ ;
- 5)  $\pi(1,1,1,1) = \pi(0,1,0,1) = 1$ ;



- 6)  $\pi(0,1,1) = \pi(0,1,0) = \pi(1,0,1) = 1;$   
 7)  $\pi(1,1,0) = \pi(1,0,0) = \pi(0,1,0) = 1;$   
 8)  $\pi(0,0,0,1) = \pi(1,0,0,1) = \pi(0,0,1,1) = \pi(1,0,1,1) = 1;$   
 9)  $\pi(0,0,0) = \pi(1,0,1) = 1.$

**Контрольные вопросы  
на тему: «Логические основы информатики»**

<b>А</b>	Как построить функциональную схему?
<b>Б</b>	Какими свойствами обладают операции импликации и эквиваленции?
<b>В</b>	Как можно построить полином Жегалкина?
<b>Г</b>	Что такое алгебра логики? Что такое логическая формула?
<b>Д</b>	Какие формы представления логической функции Вы знаете?
<b>Е</b>	Что такое функция проводимости?
<b>Ё</b>	Что является предметом исследования алгебры логики?
<b>Ж</b>	Какие логические операции Вы знаете? Укажите их приоритет
<b>З</b>	Какие основные законы выполняются в алгебре логики?
<b>И</b>	Какими свойствами обладают логические константы?
<b>Й</b>	Почему законы алгебры логики только для операций: $\&$ , $\vee$ и $\neg$ ?
<b>К</b>	Какие методы построения МДНФ Вы знаете? Что такое импликанты?
<b>Л</b>	Как определяются существенные и фиктивные переменные?
<b>М</b>	Что такое суперпозиция логических функций?
<b>Н</b>	Какие законы алгебры логики справедливы и в математике?
<b>О</b>	Как определить, монотонна ли логическая функция?
<b>П</b>	Как построить СДНФ и СКНФ функции?
<b>Р</b>	Что Вы знаете о полиноме Жегалкина?
<b>С</b>	Что Вы знаете о полноте системы логических функций?
<b>Т</b>	Как построить таблицу истинности логической функции?
<b>У</b>	Какие Вы знаете комбинационные схемы?
<b>Ф</b>	Что Вы знаете о логических функциях? Какие они бывают?
<b>Х</b>	Для чего строится МДНФ логической функции?
<b>Ц</b>	Какими свойствами обладают операции дизъюнкции и конъюнкции?
<b>Ч</b>	В каком виде может представляться логическая функция?
<b>Ш</b>	Какие замкнутые классы определил Пост?
<b>Щ</b>	Как определить, самодвойственна ли логическая функция?
<b>Ъ</b>	Какие равносильности алгебры логики Вы знаете?
<b>Ы</b>	Как соотносятся СДНФ и СКНФ логической функции?
<b>Ь</b>	Что такое высказывание? Какие виды высказываний Вы знаете?

<b>Э</b>	Как задаются и обозначаются логические операции?
<b>Ю</b>	Как определить, линейна ли логическая функция?
<b>Я</b>	Какими свойствами обладает операция строгой дизъюнкции?

10 вопросов для контрольного опроса выбираются по буквам фамилии, имени, отчества в именительном падеже слева направо без повторения.

Таблица кодов ASCII

Неотображаемые символы				Отображаемые символы					
Название	Упр. симв.	Сим- вол	Hex	Сим- вол	Hex	Сим- вол	Hex	Сим - вол	Hex
Нуль	^@	<b>NUL</b>	00	<b>SP</b>	20	@	40	'	60
Начало заголовка	^A	<b>SOH</b>	01	!	21	<b>A</b>	41	<b>a</b>	61
Начало текста	^B	<b>STX</b>	02	“	22	<b>B</b>	42	<b>b</b>	62
Конец текста	^C	<b>ETX</b>	03	#	23	<b>C</b>	43	<b>c</b>	63
Конец передачи	^D	<b>EOT</b>	04	\$	24	<b>D</b>	44	<b>d</b>	64
Запрос	^E	<b>ENQ</b>	05	%	25	<b>E</b>	45	<b>e</b>	65
Подтверждение	^F	<b>ACK</b>	06	&	26	<b>F</b>	46	<b>f</b>	66
Звонок	^G	<b>BEL</b>	07	'	27	<b>G</b>	47	<b>g</b>	67
Шаг назад	^H	<b>BS</b>	08	(	28	<b>H</b>	48	<b>h</b>	68
Гориз. табуляция	^I	<b>HT</b>	09	)	29	<b>I</b>	49	<b>i</b>	69
Перевод строки	^J	<b>LF</b>	0A	*	2A	<b>J</b>	4A	<b>J</b>	6A
Вертик. табуляция	^K	<b>VT</b>	0B	+	2B	<b>K</b>	4B	<b>k</b>	6B
Перевод стр-цы	^L	<b>FF</b>	0C	,	2C	<b>L</b>	4C	<b>l</b>	6C
Возврат каретки	^M	<b>CR</b>	0D	-	2D	<b>M</b>	4D	<b>m</b>	6D
Нижний регистр	^N	<b>SO</b>	0E	.	2E	<b>N</b>	4E	<b>n</b>	6E
Верхний регистр	^O	<b>SI</b>	0F	/	2F	<b>O</b>	4F	<b>o</b>	6F
Завершен. связи	^P	<b>DLE</b>	10	0	30	<b>P</b>	50	<b>p</b>	70
Упр. устр-вом 1	^Q	<b>DC1</b>	11	1	31	<b>Q</b>	51	<b>q</b>	71
Упр. устр-вом 2	^R	<b>DC2</b>	12	2	32	<b>R</b>	52	<b>r</b>	72
Упр. устр-вом 3	^S	<b>DC3</b>	13	3	33	<b>S</b>	53	<b>s</b>	73
Упр. устр-вом 4	^T	<b>DC4</b>	14	4	34	<b>T</b>	54	<b>t</b>	74
Ошибка передачи	^U	<b>NAK</b>	15	5	35	<b>U</b>	55	<b>u</b>	75
Хол. синхрониз.	^V	<b>SYN</b>	16	6	36	<b>V</b>	56	<b>v</b>	76
Конец пер. блока	^W	<b>ETB</b>	17	7	37	<b>W</b>	57	<b>w</b>	77
Отмена	^X	<b>CAN</b>	18	8	38	<b>X</b>	58	<b>x</b>	78
Конец носителя	^Y	<b>EM</b>	19	9	39	<b>Y</b>	59	<b>y</b>	79
Подстановка	^Z	<b>SUB</b>	1A	:	3A	<b>Z</b>	5A	<b>z</b>	7A
Выход	^[	<b>ESC</b>	1B	;	3B	[	5B	{	7B
Раздел. файлов	^\ ^]	<b>FS</b>	1C	<	3C	\	5C		7C
Разделение групп	^]	<b>GS</b>	1D	=	3D	]	5D	}	7D
Раздел., записей	^^	<b>RS</b>	1E	>	3E	^	5E	~	7E
Раздел. элемент.	^_ ^_	<b>US</b>	1F	?	3F	_	5F	<b>DEL</b>	7F

**Альтернативная таблица  
(вторая половина кодовой таблицы)<sup>3</sup>**

Сим-вол	Dec	Сим-вол	Dec	Сим-вол	Dec	Сим-вол	Dec	Сим-вол	Dec
<b>А</b>	128	<b>Р</b>	144	<b>а</b>	160	<b>р</b>	224	<b>Ё</b>	240
<b>Б</b>	129	<b>С</b>	145	<b>б</b>	161	<b>с</b>	225	<b>ё</b>	241
<b>В</b>	130	<b>Т</b>	146	<b>в</b>	162	<b>т</b>	226	<b>Є</b>	242
<b>Г</b>	131	<b>У</b>	147	<b>г</b>	163	<b>у</b>	227	<b>ё</b>	243
<b>Д</b>	132	<b>Ф</b>	148	<b>д</b>	164	<b>ф</b>	228	<b>ї</b>	244
<b>Е</b>	133	<b>Х</b>	149	<b>е</b>	165	<b>х</b>	229	<b>ї</b>	245
<b>Ж</b>	134	<b>Ц</b>	150	<b>ж</b>	166	<b>ц</b>	230	<b>ÿ</b>	246
<b>З</b>	135	<b>Ч</b>	151	<b>з</b>	167	<b>ч</b>	231	<b>ÿ</b>	247
<b>И</b>	136	<b>Ш</b>	152	<b>и</b>	168	<b>ш</b>	232	°	248
<b>Й</b>	137	<b>Щ</b>	153	<b>й</b>	169	<b>щ</b>	233	◆	249
<b>К</b>	138	<b>Ъ</b>	154	<b>к</b>	170	<b>ъ</b>	234	•	250
<b>Л</b>	139	<b>Ы</b>	155	<b>л</b>	171	<b>ы</b>	235	√	251
<b>М</b>	140	<b>Ь</b>	156	<b>м</b>	172	<b>ь</b>	236	№	252
<b>Н</b>	141	<b>Э</b>	157	<b>н</b>	173	<b>э</b>	237		253
<b>О</b>	142	<b>Ю</b>	158	<b>о</b>	174	<b>ю</b>	238		254
<b>П</b>	143	<b>Я</b>	159	<b>п</b>	175	<b>я</b>	239		255

<sup>3</sup> Альтернативная таблица приводится в сокращении (исключены символы псевдографики, которые не используются в изучаемых курсах).

## Рекомендуемая литература

1. Андреева Е.В, Босова Л.П, Фалина И.Н. Математические основы информатики. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2005.
2. Галушкина Ю.И. Конспект лекций по дискретной математике. – М.: Айрис-пресс, 2008
3. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации. - М., 1989.
4. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для высш. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2006
5. Информатика. Задачник-практикум в 2-х т.т./Под ред. И.Г. Семкина, Е.К. Хеннера. Том 1. - М.: Лаборатория базовых знаний, 1999.
6. Карпов В.Г., Мощенский В.А. Математическая логика и дискретная математика. – Минск: «Вышэйш. школа», 1977
7. Клини С. Математическая логика. - М.: Мир, 1980.
8. Коган И.М. Прикладная теория информации. - М.: Радио и связь, 1981.
9. Колесников Н.Г. Математические и логические основы информатики. Краснодар: КубГАУ, 2000
10. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории информации и кодирования. - Киев, Вища школа, 1986.
11. Кук Д., Бейз Г. "Компьютерная математика", М, Наука, 1990г.
12. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. М., 1970
13. Лапшева Е.Е. Машинная арифметика Элективный предпрофильный курс по информатике. - Саратов: 2006
14. Лихтарников Л.М, Сукачева Т.Г. Математическая логика. - СПб: Изд-во «Лань», 1998
15. Симонович С.В. Информатика: Базовый курс - СПб: Питер, 2001
- 25 Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах. - СПб.: БХВ-Петербург, 2008.
16. Турецкий В.Я. Математика и информатика. - 3-е изд. - М.: ИНФРА-М, 2000.

