

**А.Г. Бурда, Г.П. Бурда, А.А. Гусельникова**

# **Математическая экономика**

Издание второе

Допущено департаментом кадровой политики и образования  
Министерства сельского хозяйства Российской Федерации в  
качестве учебного пособия для студентов высших учебных  
заведений по экономическим специальностям

**Краснодар, 2009**

**А.Г. Бурда, Г.П. Бурда, А.А. Гусельникова. Математическая экономика. Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е. Краснодар: КГАУ, 2009 г. – 510 с.**

Учебное пособие предназначено для студентов экономических специальностей, изучающий предмет «Математическая экономика». В учебном пособии 6 разделов 29 глав. Каждую главу можно трактовать как самостоятельную тему.

Учебное пособие написано в соответствии с новыми государственными и общеобразовательными стандартами и рассчитано на студентов аграрных вузов, аспирантов и преподавателей экономических специальностей. Особую пользу учебное пособие может оказать студентам по специальности прикладная информатика в экономике.

Рецензенты:

**кафедра вычислительной техники и АСУ Кубанского государственного технологического университета** - ведущая кафедра, доктор технических наук, профессор **В.И. Ключко,**

**М.И. Семенов** - Академик АМАН, доктор экономических наук, профессор кафедры информационных систем КубГАУ.

© Кубанский государственный аграрный университет (КубГАУ), 2003, 2009

© А.Г. Бурда, Г.П. Бурда, А.А. Гусельникова, 2003, 2009

## Содержание

<b>Предисловие.....</b>	<b>13</b>
<b>Раздел 1. Нарращение и дисконтирование в экономических расчетах.....</b>	<b>17</b>
<b>Глава 1. Расчеты по простым процентам.....</b>	<b>17</b>
1. <i>Временной фактор в экономических расчетах.</i> Основные сведения о процентах.....	17
2. Сущность и формула простых процентов. Способы учета базы измерение времени.....	21
3. Начисление процентов в смежных календарных периодах и при переменных ставках.....	27
4. Опорные понятия.....	28
5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	29
<b>Глава 2. Нарращение по сложным процентам.....</b>	<b>30</b>
1. Сущность и формула наращенния сложных процентов. Соотношение роста по процентам и сложным годовым процентам.....	30
2. Начисление сложных процентов несколько раз в году.....	31
3. Нарращение по сложным процентом при дробном количестве периодов начисления.....	32
4. Опорные понятия.....	34
5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	36
<b>Глава 3. Дисконтирование по простым и сложным процентам. Операции с учетной ставкой.....</b>	<b>38</b>
1. Сущность и методы дисконтирования.....	38
2. Математическое дисконтирование по простым процентам.....	39
3. Операции с простой учетной ставкой (наращение и дисконтирование по простой учетной ставке) ...	40

4. Математическое дисконтирование по сложным процентам.....	43
5. Операции по сложной учетной ставке (наращение и дисконтирование по сложной учетной ставке) ..	44
6. Опорные понятия .....	46
7. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	47
<b>Глава 4. Финансовая эквивалентность обязательств.....</b>	<b>48</b>
1. Эквивалентность процентных ставок и платежей	48
2. Номинальная и эффективная ставки процента Эквивалентность процентных ставок .....	50
3. Уравнение эквивалентности.....	52
4. Учет инфляции в экономических расчетах.....	53
5. Опорные понятия .....	59
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	59
<b>Глава 5. Потоки платежей.....</b>	<b>63</b>
1. Потоки платежей, их классификация и основные параметры .....	63
2. Нарращение и приведение финансовых рент.....	67
3. Опорные понятия .....	69
4. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	70
<b>Глава 6. Кредитные расчеты .....</b>	<b>71</b>
1. Влияние формы ссуды на расходы по обслуживанию долга. Формы ссуд и амортизация долга ...	71
2. Погашение долга равными суммами (равномернопогашаемые ссуды).....	73
3. Равные процентные выплаты (срочная ссуда) .....	74
4. Равные срочные выплаты (аннуитетные ссуды) ...	75
5. Ссуды, погашаемые в рассрочку .....	76
6. Формирование погасительного фонда .....	77
7. Погашение потребительского кредита .....	80
7. Опорные понятия .....	83

8. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	83
<b>Раздел 2. Оценка инвестиционных процессов</b>	<b>84</b>
<b>Глава 7. Вложение капитала.</b>	
<b>Современные представления .....</b>	<b>84</b>
1. Понятие «капитал» и его определения .....	84
2. Вложение капитала (инвестиции, капиталовложения) и капитальные вложения. Виды инвестиций и их классификация .....	85
3. Акселератор и мультипликатор как показатели взаимосвязи национального дохода и капиталовложений .....	96
4. Опорные понятия .....	97
5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	98
<b>Глава 8. Финансирование капитальных вложений .....</b>	<b>99</b>
1. Сущность и структура капитальных вложений .....	99
2. Оценка погрешности в финансировании инвестиционных проектов .....	102
3. Источники финансирования капитальных вложений .....	106
4. Амортизация и методы её начисления .....	108
5. Опорные понятия .....	120
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	122
<b>Глава 9. Эффект и эффективность инвестиций ...</b>	<b>123</b>
1. Цели вложения капитала .....	123
2. Понятие и виды эффекта и эффективности, необходимость их оценки .....	125
3. Сущность экономической эффективности вложения капитала. Проблема причисления .....	127
6. Опорные понятия .....	129
7. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	129

<b>Глава 10. Оценка экономической эффективности инвестиционных процессов .....</b>	<b>131</b>
1. Основные модели и концепции оценки капиталовложений .....	131
2. Показатели экономической эффективности инвестиционных процессов.....	133
2.1. Показатели экономической эффективности процессов в статических моделях. Приведенные затраты .....	133
2.2. Показатели экономической эффективности инвестиционных процессов в динамических моделях.....	144
3. Опорные понятия .....	159
4. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	160
<b>Глава 11. Биржевые операции с ценными бумагами при финансовых инвестициях.....</b>	<b>163</b>
1. Фондовая биржа .....	163
2. Биржевые операции .....	166
3. Опорные понятия .....	173
4. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	174
<b>Раздел 3. Риски, их измерение и учет в управлении .....</b>	<b>175</b>
<b>Глава 12. Риски и их измерители.....</b>	<b>175</b>
1. Понятие рисков и их классификация. Значение классификации рисков для их измерения.....	175
2. Общие измерители рисков. Среднее квадратическое отклонение. Дисперсия .....	180
3. Измерители риска облигации. Средний срок. Средняя продолжительность платежей.....	192
4. Снижение риска.....	196
5. Опорные понятия .....	205

6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	205
<b>Глава 13. Портфельный подход к изучению экономики. Рыночный портфель .....</b>	<b>206</b>
1. Сведения из математической статистики для использования портфельного подхода.....	206
2. Портфельный подход в инвестировании .....	212
3. Модели Марковица, Блэка, Тобина-Шарпа-Линтнера.....	216
4. Инвестирование в два фонда .....	223
5. Задача об эффективном портфеле с безрисковой компонентой .....	227
6. Модель задачи оптимизации рискового портфеля	230
7. Опорные понятия .....	232
8. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	233
<b>Глава 14. Страхование .....</b>	<b>235</b>
1. Сущность, виды и формы страхования. Страховые фонды. Организация страховой деятельности .....	235
2. Имущественное страхование .....	247
3. Личное страхование .....	258
4. Страхование ответственности .....	261
5. Опорные понятия .....	268
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	269
<b>Глава 15. Оценка финансового состояния фирмы. Банкротство (разорение).....</b>	<b>270</b>
1. Необходимость и информационная основа оценки финансового состояния предприятий .....	270
2. Способы оценки платежеспособности и финансовой устойчивости предприятий.....	275
3. Прогнозирование вероятности банкротства фирмы по методике Э. Альтмана.....	284

- |  |     |
|--|-----|
| 4. Финансовые аспекты реорганизационных и ликвидационных процедур при банкротстве предприятий..... | 287 |
| 5. Опорные понятия.....  | 289 |
| 6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....  | 290 |

**Раздел 4. Математическое программирование  
в экономике .....291**

**Глава 16. Математическое программирование ....291**

- |   |     |
|---|-----|
| 1. Круг задач и методов математического программирования..... | 291 |
| 2. Выпуклые и невыпуклые задачи.....                          | 292 |
| 3. Динамические задачи и экстремальные задачи на сетях.....   | 295 |
| 4. Дискретные задачи.....                                     | 296 |
| 5. Опорные понятия.....                                       | 298 |
| 6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....     | 299 |

**Глава 17. Линейное программирование..... 300**

- |   |     |
|---|-----|
| 1. Основные понятия определения.....                                      | 300 |
| 2. Общая задача линейного программирования.....                           | 306 |
| 3. Условия допускающие применение методов линейного программирования..... | 312 |
| 4. Общая характеристика оптимизационных методов.....                      | 315 |
| 5. Опорные понятия.....   | 318 |
| 6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....                 | 318 |

**Глава 18. Симплексный метод ..... 319**

- |  |     |
|--|-----|
| 1. Идея метода.....                                  | 319 |
| 2. Геометрическая интерпретация симплекс-метода..... | 321 |
| 3. Построение опорного плана.....                    | 323 |
| 4. Построение оптимального плана.....                | 325 |



5. Опорные понятия .....	330
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	331
<b>Глава 19. Искусственный базис и двойст- венность в линейном программировании .....</b>	<b>332</b>
1. Задачи с искусственными переменными .....	332
2. Двойственные задачи в линейном программировании.....	334
3. Опорные понятия .....	339
4. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	339
<b>Глава 20. Транспортная задача .....</b>	<b>340</b>
1. Постановка и формализация транспортной задачи.....	340
2. Базовая модель транспортной задачи .....	343
3. Открытые и закрытые модели транспортной задачи.....	345
4. Общие свойства методов решения транспортной задачи.....	349
5. Метод потенциалов.....	350
6. Метод аппроксимации.....	359
7. Решение транспортной задачи с дополнительными ограничениями .....	360
8. Опорные понятия .....	361
9. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	363
<b>Глава 21. Нелинейное программирование.....</b>	<b>364</b>
1. Понятие о нелинейном программировании .....	364
2. Метод множителей Лагранжа .....	365
3. Многоэкстремальные задачи .....	367
4. Методы решения задач нелинейного программирования .....	368
4.1. Метод обхода узлов пространственной сетки .....	371

4.2. Метод случайных испытаний.....	373
4.3. Градиентные методы решения нелинейных задач .....	374
4.4. Метод Франка-Вульфа.....	379
4.5. Метод штрафных функций.....	380
5. Опорные понятия .....	383
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	384
<b>Глава 22. Динамическое программирование .....</b>	<b>385</b>
1. Общая характеристика метода.....	385
2. Задачи, решаемые методами динамического программирования .....	392
3. Опорные понятия .....	397
4. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	398
<b>Глава 23. Математическая теория оптимальных процессов .....</b>	<b>399</b>
1. Понятие, элементы и условия управления.....	399
2. Система управления.....	402
3. Основные типы задач управления .....	406
4. Оптимальное управление .....	408
5. Принцип максимума Л.С. Понтрягина.....	409
6. Техническая реализация оптимального управления.....	413
7. Опорные понятия .....	415
8. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения.....	416
<b>Раздел 5. Элементы теории полезности.....</b>	<b>417</b>
<b>Глава 24. Моделирование спроса и функции полезности .....</b>	<b>417</b>
1. Функции полезности.....	417
2. Функции спроса.....	420
3. Карта безразличия. Уравнения Слуцкого.....	428
4. Опорные понятия .....	436

5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	437
<b>Глава 25. Предельный анализ рынка и поведения фирмы .....</b>	<b>438</b>
1. Фирма как объект рыночной экономики и моделирования.....	438
2. Модели поведения фирмы при совершенной конкуренции.....	440
2.1 Математические модели поведения фирмы.....	440
2.2 Оптимизация объемов производства методом сопоставления валовых показателей.....	445
2.3 Оптимизация объемов продаж методом анализа предельных показателей.....	448
2.4 Модели поведения фирмы при падении цен на рынке .....	450
3. Модели поведения монополиста на рынке.....	452
4. Модели поведения фирмы при несовершенной конкуренции.....	457
5. Опорные понятия .....	459
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	459
<b>Раздел 6. Макромодели оптимального развития экономики .....</b>	<b>460</b>
<b>Глава 26. Общие модели развития экономики .....</b>	<b>460</b>
1. Макроэкономические модели .....	460
2. Модели экономического роста .....	466
3. Модель развивающейся экономики Дж. Неймана.....	471
4. Опорные понятия .....	473
5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	473
<b>Глава 27. Модели общего экономического равновесия.....</b>	<b>474</b>
1. Экономическое равновесие.....	474
2. Модель равновесия Л.Вальраса .....	477

3. Модель равновесия К. Эрроу .....	480
4. Опорные понятия .....	483
5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	484
<b>Глава 28. Модели межотраслевых связей на макроуровне .....</b>	<b>485</b>
1. Схема экономико-математической модели межотраслевого баланса производства и распределения продукции .....	485
2. Характеристика квадрантов межотраслевого баланса .....	489
3. Коэффициенты прямых, косвенных и полных затрат .....	493
4. Основное математическое соотношение межотраслевого баланса и его использование в экономических расчетах .....	498
5. Опорные понятия .....	500
6. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	501
<b>Глава 29. Динамическая межотраслевая модель .</b>	<b>502</b>
1. Типы динамических межотраслевых моделей .....	502
2. Схема динамической модели межотраслевого баланса .....	503
3. Характеристика коэффициентов вложений .....	507
4. Опорные понятия .....	509
5. Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения .....	510

## Предисловие

Жизнь без предсказания будущего представить трудно.

По-видимому, прогнозирование существовало всегда, везде и во всех сферах человеческой деятельности, а его нужды и успехи связаны с общим развитием научных знаний. Особый толчок оно получило в пятидесятые годы двадцатого столетия, в период появления электронных вычислительных машин и нового всплеска математизации науки.

Математика является одной из древнейших наук, она зародилась и развивается под влиянием практики. Сложилось так, что человеку, чтобы жить приходилось измерять, проводить арифметические вычисления, искать лучшие решения. По мере развития цивилизации эти измерения и вычисления усложнились, находить лучшие решения становилось все труднее, математика проникала в новые области деятельности людей. В свою очередь потребности в дальнейшем совершенствовании производства, техники, военного дела постоянно выдвигают перед математикой новые задачи, стимулируют ее развитие. Чем сложнее ставятся задачи, тем совершеннее и эффективнее требуется математические методы.

Плодотворным оказалось использование математических методов и в исследовании экономики.

С разработкой экономико-математического моделирования, использованием ЭВМ в исследовательской и практической деятельности по управлению системами появляется широкая возможность обнаруживать закономерности развития экономических процессов, прогнозировать их дальнейшее течение, находить средства воздействия на эти процессы, управлять их развитием или учитывать последствия этих взаимодействий.

Бурный процесс математизации науки, техники и экономики потребовал подготовки высококвалифицированных специалистов по новым профессиям, способных реализовать

те громадные возможности, которые дает компьютеризация различных областей человеческой деятельности.

Естественно вузы откликнулись на запросы науки и практики, в соответствии с государственными общеобразовательными стандартами разработаны новые учебные планы, вводятся новые учебные дисциплины, совершенствуются учебные программы, открыты новые факультеты, начата подготовка студентов по новым специальностям.

Данное учебное пособие предназначено для студентов, изучающих предмет «Математическая экономика». Пособие подготовлено в соответствии с программой данного курса для студентов по специальности прикладная информатика в экономике. Именно требования государственного стандарта к этой специальности и обусловили состав и структуру рассматриваемых в книге вопросов и тем.

Изучению «**Математической экономики**» предшествует освоение студентами курсов «**Высшая математика**», «**Экономическая теория**».

После математической экономики изучаются «**Экономико-математические методы и модели**», «**Имитационное моделирование**» и ряд специальных дисциплин.

Учебное пособие имеет следующую структуру, оно состоит из **6 разделов и 29 глав**. Каждая глава соответствует определенной теме учебного предмета.

**Первый раздел** посвящен наращению и дисконтированию в экономических расчетах, **второй** – количественной оценке инвестиционных процессов. В отдельный раздел, **третий**, вынесено рассмотрение рисков, их измерение и учет в управлении экономическими процессами. Сюда включено формирование рыночного портфеля, страхование, оценка финансового состояния фирмы, проблемы банкротства и разорения. В **четвертом разделе** рассматриваются элементы теории полезности, моделирование спроса, функции спроса, кривые и карта безразличия, предельный анализ рынка и матема-

тические модели поведения фирмы. **Пятый раздел** охватывает обширный круг использования математического программирования в экономике. Здесь излагаются вопросы линейного, нелинейного, динамического программирования, математическая теория оптимальных процессов. **Шестой раздел** называется «Макромодели оптимального развития экономики». В ней рассматривается суть макроподхода к изучению экономики, понятие макроэкономических моделей, их основное назначение и краткая история развития. Анализируются экономические таблицы Ф. Кенэ, первая математически формализованная макроэкономическая модель централизованно-планируемой экономики, разработанная Г.А. Фельдманом, макроэкономические модели В.С. Немчинова, модели экономического роста Солоу-Свэна, модель расширяющейся экономики Дж. фон Неймана. В отдельной главе рассмотрены модели экономического равновесия. Экономическое равновесие трактуется как состояние, поддерживаемое равенством спроса и предложения на принципах оптимальности по В. Парето. Излагается модель Л. Вальраса, созданная им теория и система экономического равновесия, модель общего равновесия рынках, вошедшая в науку под названием модель равновесия Эрроу-Добре, а также модель экономического равновесия Эрроу-Гурвица. Завершается раздел, рассмотрением в отдельных главах статической и динамической модели межотраслевого баланса.

В каждой главе выделены опорные понятия, даны контрольные вопросы, задания и учебные упражнения для самостоятельной работы студентам. Опорные понятия в тексте выделены шрифтом и приведены в отдельном параграфе — они помогут читателю выделить главное, не пропустить значимого, важного для понимания изучаемого вопроса, систематизировать знания, облегчить запоминание.

Контрольные вопросы, задания и учебные упражнения помогут проверить усвоение пройденного и получить прак-

тические навыки в самостоятельном освоении материала и решении задач.

При подготовке учебного пособия учтены замечания и предложения рецензентов, которым мы искренне благодарны.

Предисловие, разделы I и II написаны **проф. А.Г. Бурда**, разделы IV, V, VI написаны совместно **проф. А.Г. Бурда** и **проф. Г.П. Бурда**. Раздел III написан совместно **проф. А.Г. Бурда** и ст. преподавателем **А.А. Гусельниковой**, глава 15 подготовлена совместно **проф. А.Г. Бурда** и ассистентом **А.Ю. Ильиным**.

Общее редактирование учебного пособия осуществлено заведующим кафедрой экономической кибернетики КГАУ, доктором экономических наук, профессором **А.Г. Бурда**.



## РАЗДЕЛ I. НАРАЩЕНИЕ И ДИСКОНТИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

### Глава 1. Расчеты по простым процентам

#### 1. Временной фактор в экономических расчетах. Основные сведения о процентах

В практике экономических и финансовых расчетов суммы денег обязательно связываются с конкретными моментами или периодами времени. Необходимость учета временного фактора выражается в *принципе неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени* (time-value of money). 1 млн. руб. сегодня неравноценен 1 млн. руб. через 5 лет. Эта неравноценность двух одинаковых по абсолютной величине сумм связана не только с инфляцией и риском их неполучения. Имеющиеся сегодня деньги теоретически могут быть инвестированы и принести доход в будущем. Полученный доход может быть реинвестирован и т. д. Поэтому сегодняшние деньги ценнее будущих, а будущие поступления менее ценны, чем современные.

Поэтому при принятии решений долгосрочного характера неправомерно суммировать денежные величины, относящиеся к разным моментам времени.

В то же время там, где фактор времени не имеет принципиального значения, такое суммирование для получения итогов по периодам допустимо (иногда в бухгалтерии, финансовом контроле).

Учет фактора времени осуществляется с помощью начисления процентов и дисконтирования.

Под *процентами* (процентными деньгами, процентным платежом) понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг, т. е. это «цена долга».

ДАННОЕ УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ИМЕЕТСЯ

**В БИБЛИОТЕКЕ**

ФГОУ ВПО «КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

С авторами можно связаться:

- по тел. (861) 22-15-789 кафедра экономической кибернетики
- e-mail: [agburda@mail.ru](mailto:agburda@mail.ru)